

# 輸送密度の経済を考慮した Core-Periphery モデルの集積・分散パターン

高山 雄貴<sup>1</sup>・山本 誠也<sup>2</sup>・吉井 稔雄<sup>3</sup>

<sup>1</sup>正会員 愛媛大学 助教 大学院理工学研究科 (〒790-8577 愛媛県松山市文京町 3 番)  
E-mail: takayama@cee.ehime-u.ac.jp

<sup>2</sup>学生員 愛媛大学 工学部 (〒790-8577 愛媛県松山市文京町 3 番)  
E-mail: yamamoto.takaya.08@cee.ehime-u.ac.jp

<sup>3</sup>正会員 愛媛大学 教授 大学院理工学研究科 (〒790-8577 愛媛県松山市文京町 3 番)  
E-mail: yoshii@cee.ehime-u.ac.jp

本研究では、輸送密度の経済が産業集積パターンに与える影響を明らかにする。そのために、輸送密度の経済を考慮した Core-Periphery モデルを構築し、数値実験により安定的な均衡解として創発する集積パターンを調べた。その結果、輸送密度の経済を考慮していない従来研究の知見と比較して、次の2点が明らかにされた。1) 輸送密度の経済は、企業や家計の都市集積を進みやすくするものの、集積パターン自体には大きな変化を生み出さない、2) 輸送密度の不経済は、都市集積を妨げるだけでなく、企業や家計の都市集積を崩壊させる効果がある。

*Key Words* : density (dis)economy of transportation, core-periphery model, agglomeration pattern, bifurcation

## 1. はじめに

我が国をはじめとする経済先進諸国では、経済のグローバル化や輸送技術の進展に伴い、地域・都市間の競争が激化している。そのため、様々な都市で、企業誘致と並行して、国内・国外への輸送の効率化を図ることで、都市機能を強化する施策が行われてきた。例えば、シンガポールでは、国全体をグローバルなハブとして機能させることで、数々の海外企業を輸送の拠点となるこの地に集積させることに成功している。我が国でも、首都圏や関西圏だけでなく沖縄などでも、輸送の拠点形成を目指した施策が実施・議論されている。

輸送の効率化をもたらす大きな要因の一つに、“輸送密度の経済性”があげられる。輸送密度の経済とは、同一距離の区間を輸送する場合でも、輸送密度が高いほど費用が抑えられる、というものである。これは、輸送密度の上昇が運搬用の貨物船、貨物機などの積載率・稼働率の上昇につながる結果、もたらされる効果である。この効果は、輸送の拠点となる都市の形成や、都市間物流のネットワーク構造を決定づける要因であることから、企業が立地する都市の選択に大きな影響を与えると考えられる。それゆえ、輸送の拠点形成を目指した政策の効果や影響を考えるためには、輸送密度の経済が企業の集積パターンに与える影響に関する理論的基盤の蓄積が必要である。

都市間輸送費用減少に伴う企業集積メカニズムに関する代表的理論は、Krugman<sup>1)</sup>の Core-Periphery (CP)

モデルである。このモデルは、近年まで非常に多くのモデル・バリエーションと研究蓄積を生んできた。しかし、この基本モデルでは、輸送費用を地域間距離のみに依存したパラメータとして扱っているため、輸送密度の経済を全く考慮できていなかった。近年、輸送密度の経済が産業集積パターンに与える影響を分析した研究が Mori and Nishikimi<sup>2)</sup>、Behrens and Gaigné<sup>3)</sup>、Behrens et al.<sup>4)</sup>、Behrens and Picard<sup>5)</sup>により行われてきた。しかし、分析の困難さから2から3都市モデルの分析に留まっており、輸送密度の経済が企業の集積パターンに与える影響を明らかにするまでには至っていない。

本研究では、輸送密度の経済が企業の都市集積パターンに与える影響を明らかにする。そのために、輸送密度の経済を考慮した Core-Periphery モデルを構築する。そして、計算分岐理論・群論的分岐理論に基づく数値実験により、安定均衡解として創発する集積パターンを示す。

## 2. Core-Periphery モデル

本節では、本稿で都市間集積に関する基本モデルとする Pflüger<sup>6)</sup>と同一の仮定に基づく多都市 CP モデルの枠組みを示す<sup>1)</sup>。そして、以降の節で基本モデルの一

<sup>1)</sup> Akamatsu and Takayama<sup>7)</sup>で示されるように、Forslid and Ottaviano<sup>8)</sup>モデルは Krugman<sup>1)</sup>、Pflüger<sup>6)</sup>モデルと同一の分岐特性をもつ。したがって、本章や以降の章で示す CP モデル

般的特性を調べるために、均衡状態とその安定性を定義する。

### (1) モデルの設定

#### a) 都市・経済環境の設定

離散的な  $K$  個の都市が存在する都市経済システムを考える。労働者は、知識・技術水準に応じて skilled worker と unskilled worker に分類されると仮定する。skilled worker は、高度な知識・技術を活かして、知識集約的な作業に従事する労働者であり、自らが労働・居住する都市を選択できる。unskilled worker は、高度な知識・技術を持たず、労働集約的な作業に従事する労働者である。また、すべての都市に一樣に分布し、労働・居住する都市を選択できない。skilled worker, unskilled worker の総人口は、各々、 $H, L$  である。

この経済には、農業部門と工業部門の 2 部門が存在する。農業部門は、収穫一定の技術により、unskilled worker の労働を生産要素として 1 種類の同質な財（以降、農業財）を生産する完全競争的な部門である。工業部門は、収穫逓増の技術により、skilled 及び unskilled worker の労働を生産要素として、差別化された財（以降、工業財）を生産する独占競争的な部門である。ある都市で生産された財は、隣接する都市間を結ぶ交通ネットワークにより他の都市へ輸送することができるため、どの都市でも消費することができる。

#### b) 消費者行動

都市  $i$  の消費者 (=労働者) は、効用関数  $U_i(C_i^M, C_i^A)$  を所得 (賃金) 制約  $Y_i$  の下で最大化するように、工業財と農業財の消費量  $C_i^M, C_i^A$  を決定する:

$$\max_{C_i^M, C_i^A} U_i(C_i^M, C_i^A) = \mu \ln C_i^M + C_i^A \quad (1a)$$

$$\text{s.t. } p_i^A C_i^A + \sum_j \int_0^{n_j} p_{ji}(k) c_{ji}(k) dk = Y_i, \quad (1b)$$

ここで、 $\mu > 0$  は工業財への支出割合を表す定数、 $p_i^A$  は都市  $i$  における農業財の価格である。 $k$  は、工業財の種類を表すインデックスであり、常に工業財の種類が連続的かつ無限に存在すると仮定するため、連続変数とする。 $p_{ji}(k), c_{ji}(k)$  は、各々、都市  $j$  で生産され、都市  $i$  で消費される工業財の種類毎の価格、消費量を表す。 $n_j$  は都市  $j$  で生産された工業財のパラエティ数である。また、工業財の消費量  $C_i^M$  は、工業財の消費量  $c_{ji}(k)$  を代替の弾力性  $\sigma > 1$  を用いて集計した、

$$C_i^M = \left( \sum_j \int_0^{n_j} c_{ji}(k)^{(\sigma-1)/\sigma} dk \right)^{\sigma/(\sigma-1)} \quad (2)$$

によって定義される。

の特性に関する結果は、Pflüger<sup>6)</sup>のモデルのみに限定されるものではないことに注意が必要である。

効用最大化問題 (1) を解くことにより、農業財・工業財の消費量が価格  $p_i^A, p_{ji}(k)$ 、所得  $Y_i$  の関数として、次のように導出される:

$$C_i^A = \frac{Y_i}{p_i^A} - \mu, \quad C_i^M = \mu \frac{p_i^A}{\rho_i}, \quad c_{ji}(k) = \mu \frac{p_i^A \rho_i^{\sigma-1}}{p_{ji}(k)^\sigma}. \quad (3)$$

ここで、 $\rho_i$  は、都市  $i$  での工業財の価格指数

$$\rho_i = \left( \sum_j \int_0^{n_j} p_{ji}(k)^{1-\sigma} dk \right)^{1/(1-\sigma)} \quad (4)$$

である。以上の結果から、都市  $i$  全体で消費する都市  $j$  で生産した工業財  $k$  の消費量  $C_{ji}(k)$  は、skilled worker の各都市の人口を  $h = [h_0, h_1, \dots, h_{K-1}]^T$  とすると、次のように表せる:

$$C_{ji}(k) = c_{ji}(k)(h_i + 1). \quad (5)$$

#### c) 企業行動

農業部門では、unskilled worker の労働のみを生産要素とし、同質な財を完全競争のもとで収穫一定の技術により生産する。この場合、一般性を失うことなく、1 単位の unskilled worker の労働により、1 単位の財が生産されると基準化できる。したがって、限界費用原理から、農業財の価格  $p_i^A$  は、unskilled worker の賃金  $w_i^L$  と等しくなる。また、農業財は輸送には費用がかからないニューメレル財であると仮定するため、どの都市においても農業財の価格、unskilled worker の賃金は等しい (i.e.,  $p_i^A = w_i^L = 1 \forall i$ )。

工業部門では、企業は Dixit-Stiglitz 型の独占的競争を行う。すなわち、自由に参入・撤退できると仮定した企業が、収穫逓増の技術により差別化された工業財を生産する。規模の経済、消費者の多様性の選好、ならびに供給できる財の種類に制限がないことから、どの企業も必ず他企業とは異なる種類の財を生産する。そのため、生産を行う企業数は、供給される財の種類  $n_i$  に等しい。また、企業が工業財  $k$  を生産するためには、skilled worker の労働を  $\alpha$  単位と、生産量  $X_i(k)$  に応じて unskilled worker の労働を  $\beta X_i(k)$  単位、生産要素として投入する必要があると仮定する。この仮定から、生産を行う企業数  $n_i$  は、都市  $i$  に居住する skilled worker の人口  $h_i$  により、 $n_i = h_i/\alpha$  と表される。また、工業財  $k$  の生産費用関数は、skilled worker の賃金を  $w_i^H$  とすると、以下のように与えられる:

$$c(X_i(k), w_i^H) = \alpha w_i^H + \beta X_i(k). \quad (6)$$

輸送密度の経済を考慮するために、本研究では、工業財輸送に都市間の“距離”と“輸送量”に応じた費用がかかると仮定する<sup>2</sup>。この仮定により、既存研究で考

<sup>2</sup> Core-Periphery model では、輸送タイミングが明示的に考慮されていないため、輸送密度を明示的に考慮することができない。そこで、本研究では都市間の輸送“密度”が輸送“規模”により表現できると仮定し、以降の分析を行う。

えられてきた輸送技術の進展による都市間移動時間の短縮効果だけでなく、輸送の効率化にともなう輸送費用の削減効果をモデルに導入する。

この輸送費用は、多くの NEG モデルと同様、氷塊型とする。すなわち、都市  $i$  から  $j$  に 1 単位の工業財を輸送すると、1 単位のうち  $1/\phi_{ij}$  単位だけが実際に到着し、残りは溶けてしまうと考える。そのため、都市  $i$  で生産された工業財  $k$  の都市  $j$  での需要量  $C_{ij}(k)$  と供給量  $X_{ij}(k)$  との間に次の関係が成立する：

$$X_{ij}(k) = \phi_{ij} C_{ij}(k). \quad (7)$$

したがって、都市  $i$  で生産される工業財  $k$  の総供給量  $X_i(k)$  は次のように与えられる：

$$X_i(k) = \sum_j X_{ij}(k). \quad (8)$$

工業部門の企業は、自らの利潤を最大化するために、生産する工業財の価格  $p_{ij}(k)$  を設定する：

$$\max_{p_{ij}(k)} \Pi_i(k) = \sum_j p_{ij}(k) C_{ij}(k) - c(x_i(k), w_i^H). \quad (9)$$

工業部門の企業は、常に連続的かつ無限に存在するため、1 企業の価格  $p_{ij}(k)$  の設定が価格指数  $\rho_j$ 、都市間の輸送費用  $\phi_{ij}$  に与える影響は無視できる。したがって、1 階条件より、工業財の価格  $p_{ij}(k)$  が次のように導出される：

$$p_{ij}(k) = \frac{\sigma\beta}{\sigma-1} \phi_{ij}. \quad (10)$$

この結果から明らかなように、工業財の価格  $p_{ij}(k)$  は財の種類  $k$  には依存しない。したがって、 $C_{ij}(k)$ 、 $X_{ij}(k)$  も、同様に財の種類  $k$  には依存しない。そこで、以降では  $k$  を省略し、各々、 $p_{ij}$ 、 $C_{ij}$ 、 $X_{ij}$  と表記する。

## (2) 短期均衡条件と均衡解の導出

都市経済システムにおいて、財の生産・消費量と賃金、財価格は、skilled worker が移住できない程、短期間で均衡すると仮定する。この状態を“短期均衡状態”と呼ぼう。短期均衡状態では、企業の参入・撤退が自由であることから、企業の利潤が常にゼロとなる。したがって、skilled worker の賃金は次のように表せる：

$$w_i^H = \alpha^{-1} \left( \sum_j p_{ij} C_{ij} - \beta x_i \right). \quad (11)$$

さらに、短期均衡状態では、工業財の市場清算条件が成立する。工業財には輸送費用がかかるため、この市場清算条件は、式 (7) で表される。

以上の短期均衡条件から得られる短期均衡解を示そう。都市  $i$  の価格指数  $\rho_i$  は、式 (4) に式 (10) を代入することで、また、skilled worker の均衡賃金  $w_i^H$  は、式 (11) に価格指数  $\rho_i$ 、式 (5)、(7)、(10) を代入することで、

以下のように導出できる：

$$\rho_i(\mathbf{h}) = \frac{\sigma\beta}{\sigma-1} \left( \frac{\Delta_i(\mathbf{h})}{\alpha} \right)^{1/(1-\sigma)}, \quad (12)$$

$$w_i^H(\mathbf{h}) = \frac{\mu}{\sigma} \sum_j \left( \frac{d_{ij}}{\Delta_j(\mathbf{h})} \right) (h_j + 1). \quad (13)$$

ここで、 $d_{ij}$  は都市  $i, j$  間の取引に関する条件を表わしており、次のように定義される：

$$d_{ij} \equiv \phi_{ij}^{1-\sigma}. \quad (14)$$

式 (5)、(12) より、 $d_{ij}$  は  $(p_{ij} C_{ij}) / (p_{jj} C_{jj})$  で与えられる。これは、 $d_{ij}$  が都市  $j$  全体で消費される、都市  $i$  で生産された工業財と自都市 (都市  $j$ ) で生産された工業財の支出割合であることを意味する。また、 $\Delta_i(\mathbf{h})$  は都市  $i$  の工業財市場の大きさを表わす指標であり、以下のように定義される：

$$\Delta_i(\mathbf{h}) \equiv \sum_j d_{ji} h_j \quad (15)$$

$d_{ij}$ 、 $\Delta_i(\mathbf{h})$  の定義から、 $d_{ij} / \Delta_j(\mathbf{h})$  は、都市  $i$  の 1 企業が都市  $j$  で獲得できる工業財市場のシェアの大きさを表わすことがわかる。

以上の結果は、 $(i, j)$  要素が  $d_{ij}$  である都市間の取引に関する条件を表す空間割引行列  $D$  を定義することで、その数学的構造を明確にすることができる。具体的には、空間割引行列  $D$  と、

$$\Delta \equiv \text{diag}[\Delta_0(\mathbf{h}), \Delta_1(\mathbf{h}), \dots] = \text{diag}[D^T \mathbf{h}] \quad (16)$$

$$M \equiv D \Delta^{-1} \quad (17)$$

を利用すると、skilled worker の間接効用関数  $v$  が skilled worker の各都市の人口  $\mathbf{h}$  の陽関数として表現できる<sup>3</sup>：

$$v(\mathbf{h}) = S(\mathbf{h}) + \sigma^{-1} [w^L(\mathbf{h}) + w^H(\mathbf{h})]. \quad (18)$$

ここで、右辺のベクトルは、

$$S(\mathbf{h}) \equiv (\sigma-1)^{-1} \ln[D^T \mathbf{h}], \quad (19a)$$

$$w^L(\mathbf{h}) \equiv M \mathbf{1}, \quad w^H(\mathbf{h}) \equiv M \mathbf{h}, \quad (19b)$$

$\mathbf{1}$  は全ての要素が 1 の  $K \times 1$  ベクトルである。また、ベクトルの各要素に対数をとる場合、 $\ln[\mathbf{a}] \equiv [\ln a_0, \ln a_1, \dots]^T$  と表記した。

## (3) 調整ダイナミクス、長期均衡状態と安定性

長期的には、skilled worker は、自らの得る効用を最大化するように労働・居住する都市を選択することができる。この skilled worker の都市選択及び移住行動が長期的に落ち着く状態を“長期均衡状態”と呼ぼう。CP モデルの長期均衡状態は、後に示されるように、複数存在する。したがって、均衡選択のためには、均衡解周りの摂動に対する安定性 (局所安定性) を調べる必

<sup>3</sup> 消費者の都市選択に無関係である定数項と係数  $\mu$  は省略した。

要がある．そこで，ここでは長期均衡状態とその安定性を定義する．

長期均衡状態とその安定性を定義するために，まず，skilled worker の人口分布が均衡状態へ到達するまでの調整ダイナミクスを定義する必要がある．本研究では，この調整ダイナミクスとして，一般的なCPモデルで用いられる，replicator dynamics を採用する<sup>4</sup>：

$$\dot{h} = F(h) \equiv \text{diag}[h](v(h) - \bar{v}(h)\mathbf{1}), \quad (20a)$$

$$\bar{v}(h) \equiv \sum_j \frac{h_j}{H} v_j(h). \quad (20b)$$

このダイナミクスは，微分可能である，skilled worker 数の成長率が効用と正の相関をもつ，という望ましい性質を持ち，様々な dynamics との関連も明らかにされている (e.g., Sandholm et al.<sup>11</sup>), Sandholm<sup>12</sup>) ．

次に，調整ダイナミクス (20) により，長期均衡状態を定義しよう．長期均衡状態  $h^*$  は，調整ダイナミクスの定常状態とする．すなわち，以下を満たす人口分布  $h^*$  が長期均衡状態である：

$$F(h^*) \equiv \text{diag}[h^*](v(h^*) - \bar{v}(h^*)\mathbf{1}) = \mathbf{0}. \quad (21)$$

この条件は，従来研究でもよく知られている次の均衡条件と一致する：

$$\begin{cases} V^* - v_i(h^*) = 0 & \text{if } h_i^* > 0 \\ V^* - v_i(h^*) \geq 0 & \text{if } h_i^* = 0 \end{cases} \quad \forall i. \quad (22)$$

ここで， $V^*$  は skilled worker の均衡効用である．

長期均衡状態  $h^*$  の安定性の定義として，本稿では局所安定性を採用する．この安定性は，動的システム理論 (e.g., Hirsch and Smale<sup>13</sup>), Luenberger<sup>14</sup>), Hale and Koçak<sup>15</sup>) でよく知られているように，調整ダイナミクスの右辺  $F(h^*)$  の Jacobi 行列  $\nabla F(h^*)$  の固有値により調べることができる．より具体的には， $\nabla F(h^*)$  の固有値の実部が全て負であれば安定，そうでなければ不安定である．

### 3. 輸送費用による輸送密度の経済性の表現

本節では，以降で数値実験を行う都市システム空間と，輸送密度の経済性を表現する輸送費用  $\phi_{ij}$  を設定する．さらに，安定性を調べるために必要となる，調整ダイナミクスの Jacobi 行列  $\nabla F(h)$  を示す．

#### (1) 都市システム空間の設定

本稿では，多くのCPモデルに関する既存研究<sup>9),7),16)</sup>と同様，都市システム空間の空間構造として円周都市シ

<sup>4</sup> 異なる種類の調整ダイナミクスを採用しても，以下と同様の方法により均衡状態の安定性を確認できる．例えば，消費者の異質性を考慮した perturbed best response dynamics の場合の分析は，Akamatsu et al.<sup>9)</sup>, Akamatsu and Takayama<sup>7)</sup>, 赤松ら<sup>10)</sup> 参照．

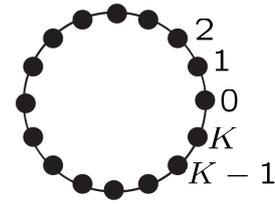


図-1 円周都市システム

テムを採用する．より具体的には，半径1の円周上に番号  $i = 0, 1, \dots, K-1$  の順に (左回りに)  $K$  個の都市を配置する．2つの都市  $i, j$  間の距離は  $t(i, j)$  と表される．隣接する都市間の距離は均等であると仮定し，隣接していない都市間の距離は最短経路距離で定義する．すなわち，

$$t(i, j) = \frac{2\pi}{K} m(i, j). \quad (23)$$

ここで， $m(i, j) \equiv \min\{|i - j|, K - |i - j|\}$  である．

既存研究で考えられてきた距離のみに依存する輸送費用  $\hat{\phi}_{ij}$  は，この都市システムの空間条件に対して次のように与えられる：

$$\hat{\phi}_{ij} = \exp[\tau t(i, j)]. \quad (24)$$

ここで， $\tau$  はパラメータである．この  $\hat{\phi}_{ij}$  の定義を用いて，次節で距離と輸送密度に依存した輸送費用を定義する．

#### (2) 距離と輸送密度に依存した輸送費用

本稿では，距離のみに依存した固定的な輸送費用  $\hat{\phi}_{ij}$  に加え，輸送密度に依存して決定される追加的な輸送費用を導入する．この追加的な輸送費用は，財の総輸送量  $n_i X_{ij}, n_j X_{ji}$ ，各都市の市場規模  $\Delta_i, \Delta_j$  に応じて決定されると仮定する．具体的な輸送費用  $\phi_{ij}$  の性質として，本稿では，輸送密度の経済性が，a) 都市間の財輸送の方向に依存しないケースと，b) 輸送の方向に依存して決まるケースの2種類を考える．以降では，各々の状況を表した輸送費用を定義する．

##### a) 輸送方向に依存しない密度の経済性

輸送密度の経済が働く輸送費用は，都市  $i, j$  間の輸送条件  $x_{ij} \equiv \gamma n_i X_{ij} \Delta_j$  を用いて，次のように定義する：

$$\phi_{ij} \equiv \left( \frac{1 + \chi}{1 + \chi(x_{ij} + x_{ji})} \right)^\eta \hat{\phi}_{ij}. \quad (25)$$

ここで， $\gamma$  は  $x_{ij} \in [0, 1]$  となるように設定するパラメータ， $\chi, \eta$  は輸送密度の経済性の大きさを表すパラメータである．

この輸送費用は，都市  $i, j$  間の輸送方向に依存せず，必ず  $\phi_{ij} = \phi_{ji}$  となる．これは，都市間の財輸送の総量にのみ輸送費用が依存することを意味しており，Mori

and Nishikimi<sup>2)</sup>や Behrens and Gaigné<sup>3)</sup>で分析された状況設定と対応している。

空間割引行列  $D \equiv [d_{ij}]$  は、式 (14) と  $\phi_{ij}$  の定義より、次のように与えられる:

$$d_{ij} = \frac{\hat{d}_{ij}}{1 + \chi\{1 - \hat{d}_{ij}f(\mathbf{h})\}}. \quad (26)$$

ここで、 $\hat{d}_{ij}, f_{ij}(\mathbf{h})$  は以下のように定義した:

$$\hat{d}_{ij} \equiv \hat{\phi}_{ij}^{1-\sigma}, \quad (27)$$

$$f_{ij}(\mathbf{h}) \equiv \frac{h_i(h_j + l) + h_j(h_i + l)}{H(H/2 + l)} \in [0, 1]. \quad (28)$$

また、ここでは、以降の解析を容易にするために、 $\gamma = \beta\sigma/\{\mu(\sigma - 1)H/2(H/2 + l)\}$ ,  $\eta = 1/(\sigma - 1)$  とした。

#### b) 輸送方向に依存した密度の経済性

都市  $i \rightarrow j$ , 都市  $j \rightarrow i$  の輸送条件の違いに依存した輸送密度の経済/不経済が働く輸送費用  $\phi_{ij}$  は、次のように定義する:

$$\phi_{ij} \equiv \left( \frac{1 + \chi}{1 - \chi(x_{ij} - x_{ji})} \right)^\eta \hat{\phi}_{ij}. \quad (29)$$

ここで、 $\chi$  は輸送密度の経済性の大きさを表すパラメータである。

この輸送費用  $\phi_{ij}$  は、 $x_{ij}, x_{ji}$  の大小関係に応じて、輸送密度の経済/不経済が切り替わることに注意が必要である。より具体的には、 $x_{ij} > x_{ji}$  の場合は輸送密度の不経済が、 $x_{ij} < x_{ji}$  の場合は輸送密度の経済が働く。この設定は、都市  $i$  から  $j$  への財の輸送は、 $j \rightarrow i$  間の輸送量が多いほど効率化できることを表現している。これは、都市  $i$  から  $j$  へと物資を輸送する場合、(次の輸送に備えて) 輸送に使用した運搬機 (e.g., 飛行機, 船) を都市  $j$  から  $i$  に戻す必要があることを考えると理解できる。この仮定は、Behrens and Picard<sup>5)</sup>で分析されている状況設定と対応している。

空間割引行列  $D \equiv [d_{ij}]$  は、式 (14) と  $\phi_{ij}$  の定義より、次のように与えられる:

$$d_{ij} = \frac{\hat{d}_{ij}}{1 + \chi \frac{1 + \chi + 2\chi\hat{d}_{ji}h_j(h_i + l)}{1 + \chi + \chi\hat{d}_{ij}h_i(h_j + l) + \chi\hat{d}_{ji}h_i(h_j + l)}}. \quad (30)$$

ここでは、以降の解析を容易にするために、 $\gamma = \beta\sigma/\{\mu(\sigma - 1)\}$ ,  $\eta = 1/(\sigma - 1)$  とした。

#### (3) 調整ダイナミクスの Jacobi 行列

均衡状態  $\mathbf{h}^*$  の安定性を調べるためには、前述したように、調整ダイナミクスの Jacobi 行列  $\nabla F(\mathbf{h}^*)$  の固有値の符号を確認する必要がある。そこで、以降の解析の準備のために、本節では  $\nabla F(\mathbf{h}^*)$  を示しておこう:

$$\nabla F(\mathbf{h}) = \text{diag}[v(\mathbf{h}^*) - \bar{v}(\mathbf{h}^*)\mathbf{1}] + H^{-1} \text{diag}[\mathbf{h}] [H\nabla v - \mathbf{1}\mathbf{h}^T \nabla v - \mathbf{1}v(\mathbf{h}^*)^T]. \quad (31)$$

ここで、 $\nabla v(\mathbf{h}^*)$  は間接効用関数  $v$  の Jacobi 行列であり、以下のように表される:

$$\nabla v(\mathbf{h}^*) = \nabla S(\mathbf{h}^*) + \sigma^{-1} [\nabla w^L(\mathbf{h}^*) + \nabla w^H(\mathbf{h}^*)], \quad (32)$$

$$\nabla S(\mathbf{h}^*) = (\sigma - 1)^{-1} (M^T + \Delta^{-1}A), \quad (33)$$

$$\nabla w^L(\mathbf{h}^*) = l\{B - M(M^T + \Delta^{-1}A)\}, \quad (34)$$

$$\nabla w^H(\mathbf{h}^*) = M + C - M \text{diag}[\mathbf{h}](M^T + \Delta^{-1}A). \quad (35)$$

また、上式に含まれる行列  $A, B, C$  は、輸送密度の経済の影響を表す項であり、各々、第  $j$  ベクトルが  $\nabla D^{(j)T} \mathbf{h}, \nabla D^{(j)} \Delta^{-1} \mathbf{1}, \nabla D^{(j)} \Delta^{-1} \mathbf{h}$  で与えられる、次の行列である:

$$A = [\nabla D^{(0)T} \mathbf{h}, \nabla D^{(1)T} \mathbf{h}, \dots, \nabla D^{(K-1)T} \mathbf{h}], \quad (36)$$

$$B = [\nabla D^{(0)} \Delta^{-1} \mathbf{1}, \dots, \nabla D^{(K-1)} \Delta^{-1} \mathbf{1}], \quad (37)$$

$$C = [\nabla D^{(0)} \Delta^{-1} \mathbf{h}, \dots, \nabla D^{(K-1)} \Delta^{-1} \mathbf{h}]. \quad (38)$$

ここで、 $\nabla D^{(k)}$  は空間割引行列  $D$  の各要素を  $h_k$  で微分した行列である。

## 4. 輸送密度の経済を考慮した CP モデルの集積・分散パターン

本節では、距離のみに依存した固定的な輸送費用  $\hat{\phi}_{ij}$  の減少 (i.e., パラメータ  $\tau$  の減少) に伴い輸送密度の経済を考慮した CP モデルで創発する典型的な集積パターンを数値実験により示す。ここでは、数値計算により均衡解を求めるアルゴリズムとして、Ikeda, Akamatsu and Kono<sup>17)</sup>, 池田ら<sup>18)</sup>と同様、計算分岐理論と群論的分岐理論を適切に組み合わせた方法を採用する(計算分岐理論・群論的分岐理論の詳細は、例えば、Ikeda and Murota<sup>19)</sup>, 藤井・大崎・池田<sup>20)</sup>参照)。

以降で示される数値実験結果は、パラメータを  $K = 4, H = 1.0, L = 4.0, \sigma = 5.0$  と設定したものである。数値計算により得られる安定的な均衡解は、縦軸に人口最大都市の skilled worker の割合 ( $h_i/H$ )、横軸に(距離のみに依存した)輸送の自由度を表す  $r \equiv \exp[-\tau(\sigma - 1)2\pi/K]$  を取った図により示す。

#### (1) 輸送密度の経済が働かないケース

輸送密度の経済が都市集積パターンにどのような影響を与えるのかを考えるために、まず最初に、輸送密度の経済が働かないケース (i.e.,  $\chi = 0$ ) の結果を図-2 に示しておこう。輸送密度の経済が存在せず、輸送費用が距離のみに依存する場合、Ikeda, Akamatsu and Kono<sup>17)</sup>などで示されているように、固定的な輸送費用の減少 ( $r$  の増加) に伴い、周期倍分岐型の集積の進展が見られる。より具体的には、都市数が  $4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  と半減しながら、集積が進展する。

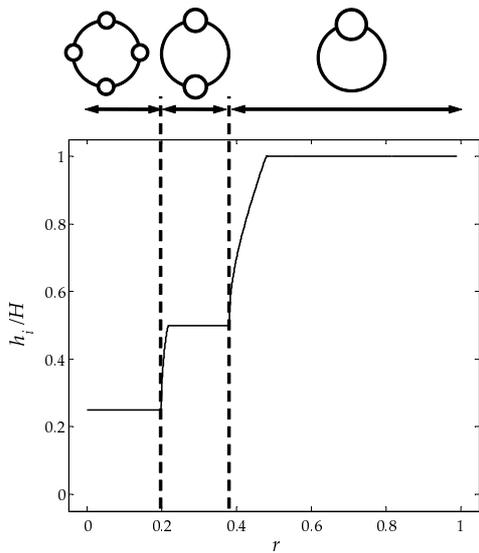


図-2 輸送密度の経済が働かないケース:  $\chi = 0$

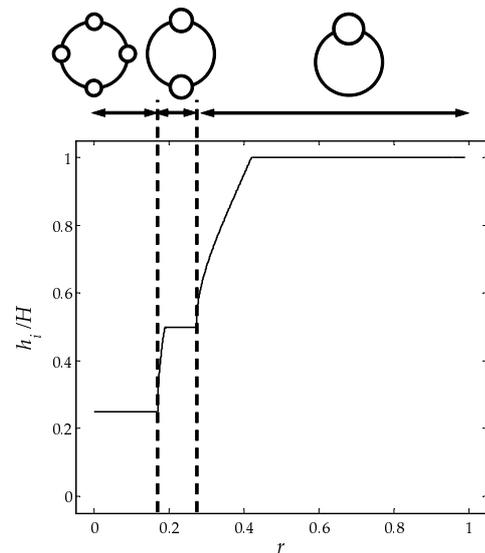


図-3-a 輸送密度の経済の影響が小さい場合:  $\chi = 0.5$

### (2) 輸送方向に依存しない密度の経済が働くケース

次に、輸送方向に依存しない密度の経済が働くケースを考える。この場合の  $r$  の減少に伴う集積パターンの進展は、図-3 に示すとおりである。これら結果から、輸送密度の経済が輸送費用に与える影響が大きいほど、企業や家計の都市集積が進みやすくなることがわかる。ただし、その一方で、創発する集積パターンは、都市数が  $4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$  へと半減しながら進展しており、図-2 の輸送密度の経済が働かないケースと同様であることも明らかとなった。

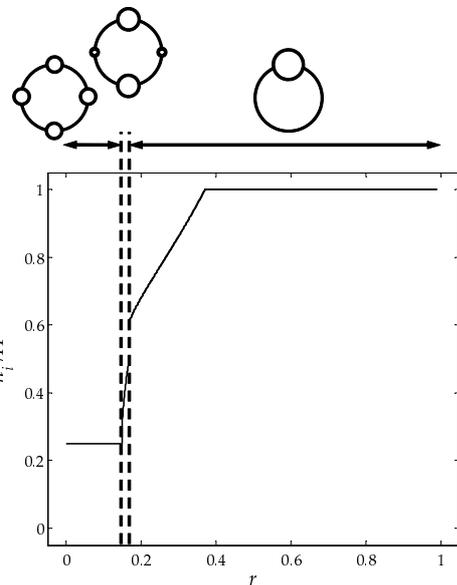


図-3-b 輸送密度の経済の影響が大きい場合:  $\chi = 2.0$

### (3) 輸送方向に依存する密度の経済が働くケース

最後に、輸送方向に依存する密度の経済が働くケースを考える。図-4 に示すように、このケースの結果は図-2, 3 とは大きく異なっている。そこで、輸送密度の経済が輸送費用に与える影響を表すパラメータ  $\chi$  の大きさ別に、順に集積パターンの性質を確認する。

まず、図-4-a に示した  $\chi = 0.2$  のケースでは、都市集積パターンが  $r$  の増加に伴い、分散状態から 2 極集中  $\rightarrow$  1 極集中へと進展したのち、再度分散状態へと変化している。これは、 $r$  が低い領域では、輸送密度の経済より (CP モデルで表現されている) 企業の規模の経済が卓越し、都市集積が進む一方、 $r$  が高い領域では、企業の集積したことにより増加した輸送費用を削減するために、再度分散していくと考えられる。

このような性質が存在するため、 $\chi$  の値を大きくすると、図-4-b, 4-c, 4-d に示すように、完全な 1 極集中パターンが創発しないケースも存在した。さらに、従来研究で urban cost や消費者の異質性を導入することでみられる、“分散  $\rightarrow$  集積  $\rightarrow$  分散  $\rightarrow$  集積  $\rightarrow$  分散” と集積・分散を繰り返すパターンの進展も確認された。以

上の結果は、輸送密度の不経済が、従来研究では知られていない、都市集積の崩壊メカニズムの一つであることを示唆している。

## 5. おわりに

本稿では、輸送密度の経済性を考慮した Core-Periphery モデルを構築し、数値実験により創発する都市集積パターンを調べた。その結果、輸送密度の経済を考慮していない従来研究の知見と比較して、次の 2 点が明らかにされた。1) 輸送密度の経済は、企業や家計の都市集積を進みやすくするものの、集積パターン自体には大きな変化を生み出さない、2) 輸送密度の不経済は、都市集積を妨げるだけでなく、集積パターン

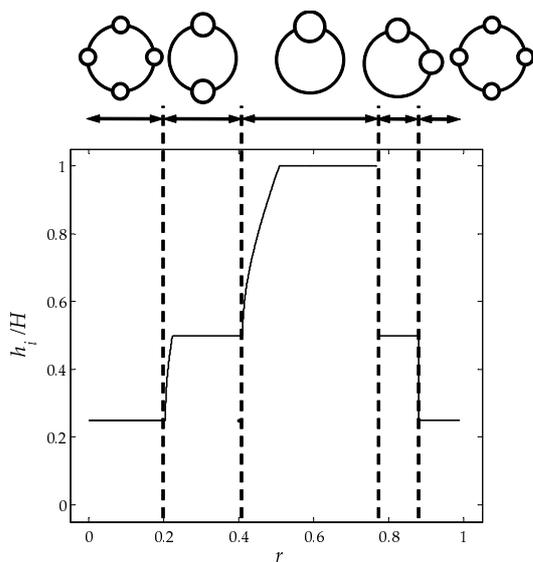


図-4-a  $\chi = 0.2$  の場合

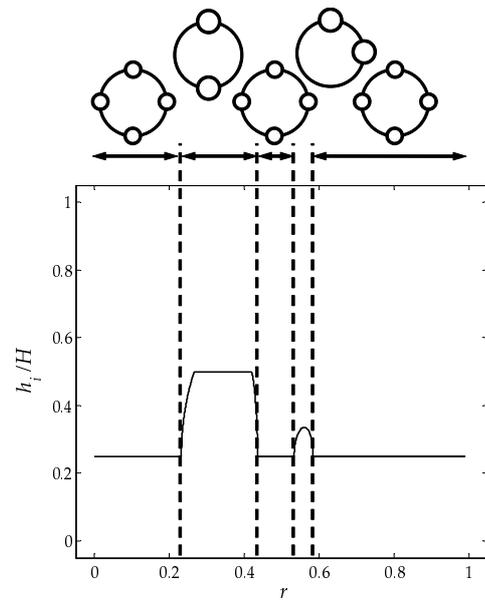


図-4-c  $\chi = 2.0$  の場合

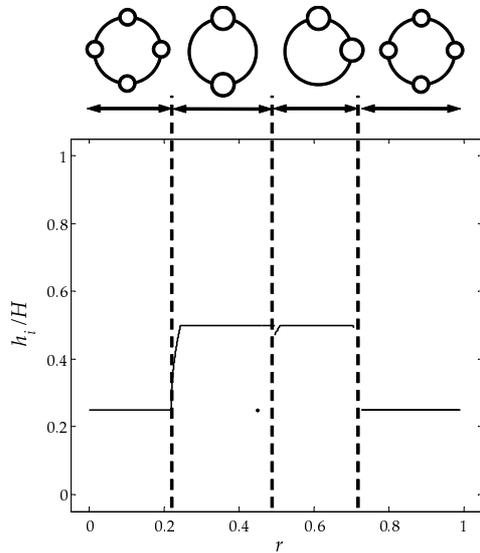


図-4-b  $\chi = 0.8$  の場合

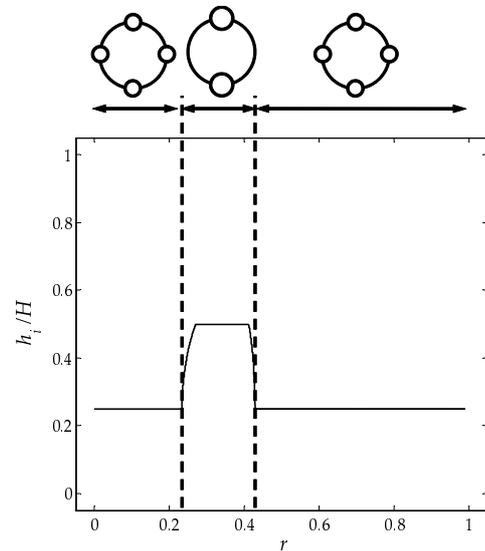


図-4-d  $\chi = 2.0$  の場合

図-4 輸送方向に依存する密度の経済が動くケース

を大きく変化させる効果がある。これらのうち、輸送密度の不経済を導入したことにより得られた 2) の結果は、新たな都市集積の崩壊メカニズムを示唆しており、既存研究では知られていない新たな知見である。

#### 参考文献

- 1) Krugman, P.: Increasing Returns and Economic Geography, *The Journal of Political Economy*, Vol. 99, No. 3, pp. 483-499, 1991.
- 2) Mori, T. and Nishikimi, K.: Economies of transport density and industrial agglomeration, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 32, No. 2, pp. 167-200, 2002.
- 3) Behrens, K. and Gaigné, C.: Density (dis)economies in transportation: revisiting the core-periphery model, *Economics Bulletin*, Vol. 18, No. 4, pp. 1-7, 2006.
- 4) Behrens, K., Gaigné, C., Ottaviano, G. I. P. and Thisse, J.-F.: How density economies in international transportation link the internal geography of trading partners, *Journal of Urban Economics*, Vol. 60, No. 2, pp. 248-263, 2006.
- 5) Behrens, K. and Picard, P. M.: Transportation, freight rates, and economic geography, *Journal of International Economics*, forthcoming, 2011.
- 6) Pflüger, M.: A simple, analytically solvable, Chamberlinian agglomeration model, *Regional Science and Urban Economics*, Vol. 34, No. 5, pp. 565-573, 2004.
- 7) Akamatsu, T. and Takayama, Y.: A Simplified Approach to Analyzing Multi-regional Core-Periphery Models, *MPRA Paper, University Library of Munich*, 2009.
- 8) Forslid, R. and Ottaviano, G. I. P.: An analytically solvable core-periphery model, *Journal of Economic Geography*, Vol. 3, No. 3, pp. 229-240, 2003.
- 9) Akamatsu, T., Takayama, Y. and Ikeda, K.: Spatial Discounting, Fourier, and Racetrack Economy: A Recipe for the Analysis of Spatial Agglomeration Models,

- MPRA Paper, University Library of Munich, Germany, 2009.
- 10) 赤松隆, 高山雄貴, 池田清宏, 菅澤晶子, 佐藤慎太郎: 1 次元多都市システムにおける人口集積パターンの創発メカニズム, 土木学会論文集 D, Vol. 66, No. 4, pp. 442–460, 2010.
  - 11) Sandholm, W. H., Dokumacı, E. and Lahkar, R.: The projection dynamic and the replicator dynamic, *Games and Economic Behavior*, Vol. 64, No. 2, pp. 666–683, 2008.
  - 12) Sandholm, W. H.: *Population Games and Evolutionary Dynamics*, MIT Press, 2011.
  - 13) Hirsch, M. W. and Smale, S.: *Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra*, Academic Press, 1974.
  - 14) Luenberger, D. G.: *Introduction to Dynamic Systems: Theory, Models, and Applications*, Wiley, 1979.
  - 15) Hale, J. K. and Koçak, H.: *Dynamics and Bifurcations*, Springer-Verlag, 1991.
  - 16) Tabuchi, T. and Thisse, J.-F.: A new economic geography model of central places, *Journal of Urban Economics*, Vol. 69, No. 2, pp. 240–252, 2011.
  - 17) Ikeda, K., Akamatsu, T. and Kono, T.: Spatial Period-Doubling Agglomeration of a Core-Periphery Model with a System of Cities, *MPRA Paper, University Library of Munich, Germany*, 2010.
  - 18) 池田清宏, 河野達仁, 赤松隆, 柳本彰仁, 八巻俊二: 都市の集積・分散モデルの対称性破壊分岐: 群論的分岐理論によるアプローチ, 土木学会論文集 D, Vol. 63, No. 4, pp. 553–566, 2007.
  - 19) Ikeda, K. and Murota, K.: *Imperfect Bifurcation in Structures and Materials*, Springer, 2010.
  - 20) 藤井文夫, 大崎純, 池田清宏: 構造と材料の分岐力学, コロナ社, 2005.

(2011.8.5 受付)