

道路巡視・巡回業務と 路上障害物・応急業務発生リスク

福田泰樹¹・貝戸清之²・小林潔司³

¹学生員 大阪大学大学院工学研究科地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: fukuda@civil.eng.osaka-u.ac.jp

²正会員 大阪大学准教授 大学院工学研究科 地球総合工学専攻 (〒 565-0871 吹田市山田丘 2-1)

E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp

³フェロー会員 京都大学教授 経営管理大学院経営管理講座 (〒 606-8501 京都市左京区吉田本町)

E-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp

本研究では、路上障害物の発生過程並びに近隣住民の要望・苦情による応急業務の発生過程を数え上げ過程としてモデル化する。その際、両者の発生過程をポワソン過程としてモデル化する。さらに、障害物発生リスクの異質性を考慮するために、路上障害物の到着率の確率分布を考慮した混合ポワソン過程をモデル化する。具体的には、到着率の異質性をガンマ分布で表現したポワソンガンマ発生モデルを定式化し、路上障害物の発生リスクの管理指標を定式化する。その上で、巡回費用の削減、サービス水準向上を達成するような望ましい道路巡回政策を検討する障害物発生リスク管理モデルを提案する。

Key Words : inspection interval, counting process, Poisson Gamma model, hazard generation risks

1. はじめに

道路は、国民の日常生活や経済社会を支える根幹的な施設である。道路を保全し道路交通の安全確保を図ることはもちろん、近隣住民の要望を満足することが社会のニーズであり、道路管理者として重要な責務である。路上落下物や路面変状・損壊などの道路異常は、道路の安全な供用に支障をきたす一方で、通行人や近隣住民の不安を増加させる。このため、道路管理者は道路の安全確保、サービス水準の維持という二つの側面から、道路巡回、および巡視を行う必要がある。

通常、道路巡回業務はパトロール車を利用して定期的実施される。そのため、道路巡回費用は、路上落下物や路面損壊・変状の有無に関わらず、固定的に発生する。一方、道路区間により、単位期間中の路上落下物や路面損壊の発見確率は多様に変動する。道路の巡回頻度を増やすほど、道路の安全性や交通流の確保に支障をきたす事象（以下、道路障害物という）の発生に迅速に対応することができ、道路障害物を長時間放置するリスクは小さくなる。通常の道路巡回業務とは別に近隣住民や通行人から要求や連絡があった場合、応急的に道路障害物を処理する（以下、応急業務という）こととなる。しかし、これらの応急業務の件数が多いと、近隣住民の当該道路に対する不安感や不信感を増加させることにつながる。以上についても道路の巡回頻度を増やすことで応急業務に対するリスクを小

さくできると考えられる。一方、高頻度の道路巡回は巡回費用の増加を招き、結果的に社会的費用が増加してしまう可能性がある。このように、障害物発生、応急業務発生リスクと道路の巡回費用の間にはトレードオフの関係があり、管理者は障害物発生リスクの管理目標を設定した上で、巡回費用を可能な限り削減する巡回方策を検討する必要がある。

道路障害物・応急業務の発生過程は、各事象がランダムに発生するような数え上げ過程としてモデル化できる。本研究では、落下物等の路上障害物発生、近隣住民からの連絡による応急対応業務発生の両者（以下、まとめて路上障害物とする）をポアソン過程としてモデル化する。しかし、ポワソン過程は、ある期間中における事象の平均発生件数と、その分散が同一になるという限界を有している。現実の路上障害物の発生過程が、このような特性を有しているという保証はなく、より柔軟な発生過程のモデル化が必要となる。そこで、本研究では、路上障害物の到着率の異質性を考慮することが可能な混合ポワソン過程を提案する。その際、到着率をポワソンモデルで表現するとともに、その異質性をガンマ分布で表現したポワソンガンマ発生モデルを用いて路上障害物の発生リスクを表現する。

以上の問題意識の下に、本研究では路上障害物の発生現象をポワソンガンマ発生モデルで表現する。さらに、道路巡回費用を削減するような望ましい巡回政策を検討する障害物発生リスク管理モデルを提案する。以下、

2. で本研究の基本的な考え方を説明する。3. では、ポワソン発生モデルを、4. でポワソンガンマ発生モデルを定式化する。5. で障害物発生リスク管理モデルを提案する。

2. 本研究の基本的な考え方

(1) 従来の研究概要

本研究では、路上障害物の発生過程を、まずポワソン過程としてモデル化する。しかし、伝統的なポワソン過程では、事象の到着率が確定的であり、多様な内容を有する路上障害物の発生過程を十分に表現できない。このため、本研究では路上障害物の発生過程を、到着率の異質性を考慮した混合ポワソン過程としてモデル化することを試みる。一般に、混合ポワソン過程モデルは、発生確率分布と発生間隔の確率分布を合成するために、モデル構造が非常に複雑になるという問題がある。しかし、本研究で採用するポワソンガンマ発生モデル^{5),6)}は、混合ポワソン過程モデルの中で、もっとも簡単なモデル構造を有しており、モデルを解析的に表現できるという利点がある。さらに、路上障害物のリスク管理指標を容易に導出できるという利点も有している。以上の理由により、本研究ではポワソンガンマ発生モデルを用いて、路上障害物の発生過程を表現する。

道路巡回頻度は、障害物発生リスクと密接な関係がある。道路巡回頻度を減少すれば、巡回費用を低減することが可能である。一方で、路上障害物が長時間放置されることになり、近隣住民からの苦情、ひいては交通事故の発生等の障害物発生リスクを増加させることになる。このように巡回費用と障害物発生リスクの間には、巡回頻度を介してトレードオフの関係が存在する。そこで、本研究では、路上障害物、応急業務の発生過程を混合ポワソン過程としてモデル化し、巡回費用の効果的な削減を目的とした道路巡回方策を検討するための方法論を提案する。筆者等の知る限り、路上障害物の実証的な計測結果に基づいて、道路巡回政策を検討した研究事例は本研究以外に見あたらない。

(2) リスクマネジメント

道路区間を基本単位として路上障害物の発生リスクを管理する場合、1) 路上障害物の発生頻度と、2) 路上障害物の社会・経済的重要性という2つの視点が必要となる。路上障害物の発生頻度が多い道路区間ほど、路上障害物を頻繁に除去することが必要となる。一方、交通量の多い道路区間では、わずかな路上障害物でも、それと遭遇する交通量が多い。このため、路上障害物の到着率が同一でも、交通量が多い道路区間ほど頻繁に

路上障害物を除去することが必要となる。一般に、巡回頻度（サイクル長）と、路上に放置される障害物の発生リスクの間には密接な関係が存在する。

最適な巡回頻度を決定するためには、所与の巡回頻度の下で発生する障害物発生リスクを評価することが重要な課題となる。路上障害物の放置による経済的損失を明確に定義できる場合には、例えば経済的損失と巡回費用の総和で表される社会的費用を最小にするようにリスク管理水準を決定することができる。しかし、路上障害物の放置と経済的損失との直接的な因果関係に関しては不確実な要素が多分に含まれる。現在のところ、ミクロな道路区間レベルにおいて、路上障害物による経済的損失に関する評価を正確に実施することは不可能である。

一方で道路障害物の放置により住民からの要望・苦情が発生した場合を考える。このように路上障害物の放置が要望・苦情の発生に直接的に関係する場合においては、要望・苦情に対する応急業務の発生リスクや応急業務にかかる費用等から評価することが可能であると考えられる。のちに、5.において、障害物発生リスクの管理指標を検討するが、そこでは各道路区間に対するリスク管理水準を直接設定する方法を採用する。本研究では、路上障害物の発生過程の管理指標として、1) 巡回時刻における道路障害物の発生数と、2) 道路障害物の累積放置時間長（あるいは、道路障害物と遭遇する総交通量）という指標を提案することとする。一方、近隣住民や通行人からの要望・苦情による応急業務の発生過程をモデル化し、一定期間内における応急業務の発生数を応急業務の発生過程の管理指標として提案し、さらに道路障害物における累積放置時間との検討を行い、道路の安全確保、サービス水準の維持という二つの側面から最適な巡回頻度を求める指標を提案する。

通常、道路管理者は、個別の道路区間ごとに障害物発生リスクを管理するのではなく、路線もしくはいくつかの連続する道路区間を対象として道路巡回を行い、路上障害物の除去に務めている。本研究では、1回の道路巡回により一括してリスク管理を行う道路区間の集合を管理基本区間と呼ぶこととする。このような道路巡回の実態を考慮すれば、路上障害物の発生リスクを管理する視点として、1) 道路区間を基本単位とするミクロな視点、2) 管理基本区間全体を対象とするマクロな視点、3) 局所的な問題箇所を検討する視点、という3つの視点が重要となる。なお、道路管理者は、複数の路線を同時に管理しており、ネットワーク全体としての巡回政策を検討することが必要となる。このようなネットワークレベルでは、巡回経路の設定と巡回頻度等を同時に考慮したような巡回方策を検討することが必要となる。このようなネットワークレベルの巡

回問題に関しては、本研究の域を越えるので取り上げないこととする。

3. ポワソン発生モデル

(1) ポワソン過程

ポワソン過程に関しては、多くの文献^{7),8)}に詳しいが、読者の便宜を図るために簡単に紹介しておく。管理対象とする路線を、それを構成する I 個の単位道路区間に分割しよう。さらに、初期時刻から無限に続く時間軸を考えよう。時間軸上の時間区間 $[0, t]$ ($t \geq 0$) において対象区間 i ($i = 1, \dots, I$) に発生した路上障害物の累積個数を $n_i(t)$ で表す。ここで、記述の簡便化のために、当面の間、区間を表す下付き添え字 i を無視しよう。路上障害物の発生過程は、路上障害物の発生時刻にジャンプが発生する数え上げ過程 (counting process) $n(t)$ ($t \geq 0$) として記述できる。すなわち、路上障害物が発生する時刻を τ_k ($k = 1, 2, \dots$) と表せば、数え上げ過程は

$$n(t) = \sum_{k=1}^{\infty} I_{\tau_k \leq t} \quad (1)$$

と定義できる。ただし、 I_A は条件 A が成立する時に 1、そうでない時に 0 となる指示関数であり、 $I_{\tau_k \leq t}$ は

$$I_{\tau_k \leq t} = \begin{cases} 1 & \tau_k \leq t \text{ が成立する時} \\ 0 & \text{そうでない時} \end{cases} \quad (2)$$

を意味する。この時、数え上げ過程は、路上障害物が発生する時刻においてジャンプする右連続な過程となる。さらに、数え上げ過程 $n(t)$ が、

- 1) ほとんど確実に $n(0) = 0$ である
- 2) n はかつ独立な増分を有する
- 3) 任意の t に対して $n(t)$ がポワソン分布 $Po(\lambda t)$ に従う

という条件を満足する時、 $n(t)$ は同質ポワソン過程と呼ばれる。路上障害物の発生過程が同質ポワソン過程に従う時、任意の $0 < u < v < t$ に対して

$$\begin{aligned} P(n(v) - n(u) = n) &= P(n(v - u) = n) \\ &= \frac{\{\lambda(v - u)\}^n}{n!} \exp\{-\lambda(v - u)\} \end{aligned} \quad (3)$$

が成立する。ここに、 $n(v) - n(u)$ は期間 $[u, v]$ に発生した路上障害物の数を表す。さらに、微小期間 $[t, t+h]$ を考えよう。この時、微小期間 $[t, t+h]$ の間に路上障害物が 1 個以上発生する確率は、微小な h に対して

$$\begin{aligned} P(n(t+h) - n(t) = 1) &= \exp(-\lambda h) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\lambda h)^n}{n!} \\ &\approx \lambda h + o(h) \end{aligned} \quad (4)$$

と近似できる。ただし、2 個以上発生する確率は無視しうる。すなわち、ポワソン分布のパラメータ λ は、微

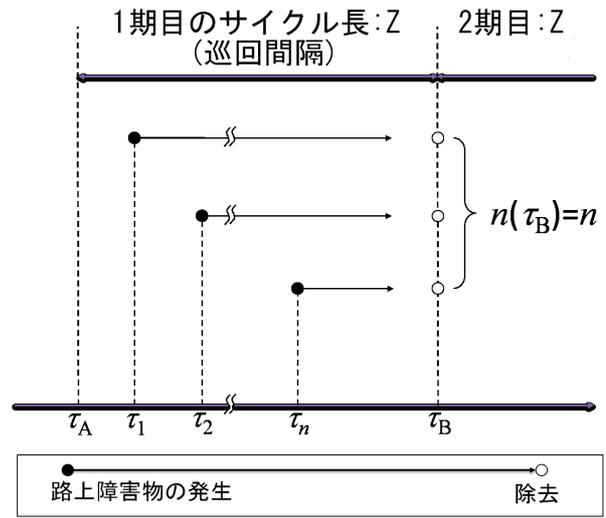


図-1 路上障害物の発生過程

小期間当たりの路上障害物の到着率を表す。

(2) モデルの定式化

いま、道路区間 i ($i = 1, \dots, I$) の使用環境を表す特性ベクトルを $x_i = (x_i^1, \dots, x_i^M)$ と表す。ただし、 x_i^m ($m = 1, \dots, M$) は道路区間 i の m 番目の説明変数の観測値を表す。道路区間 i における路上障害物の到着率 λ_i が道路区間特性ベクトル x_i に依存すると考え、

$$\lambda_i = \lambda(x_i, \beta) = \exp(x_i \beta) \quad (5)$$

と表そう。ただし、 $\beta = (\beta^1, \dots, \beta^M)$ は未知パラメータ β^m ($m = 1, \dots, M$) による行ベクトルである。記号 \cdot は転置操作を表す。式 (5) では、指数関数を用いており、到着率は非負の値をとる。以下、式 (5) をポワソン発生モデルと呼ぶこととする。いま、図-1 に示したように、道路区間 i に対して時刻 $t = \tau_A$ と $t = \tau_B$ ($\tau_B > \tau_A$) という 2 つの時刻に道路巡回したと考えよう。道路巡回間隔は $z_i = \tau_B - \tau_A$ である。時刻 $t = \tau_A$ に巡回したときに、路上障害物が存在している場合、同時刻に直ちに路上障害物が撤去されると考えよう。したがって、時刻 $t = \tau_A$ の巡回直後の時刻では、路上障害物は 0 となる。すなわち、時刻 $t = \tau_B$ に道路巡回を実施した時に、道路区間 i に n_i 個の路上障害物が発見される確率はポワソン分布

$$\begin{aligned} Po(n(z_i) = n_i | \lambda_i) &= \frac{(\lambda_i z_i)^{n_i}}{n_i!} \exp(-\lambda_i z_i) \end{aligned} \quad (6)$$

で表される。以下、式 (6) をポワソン発生モデルと呼ぶこととする。ただし、 $\lambda_i = \lambda(x_i, \beta)$ である。この時、巡回間隔 z_i の後に、道路区間 i で観測される路上障害物の平均値 $E[n_i | z_i]$ と分散 $Var[n_i | z_i]$ は

$$E[n_i | z_i] = \lambda(x_i, \beta) z_i \quad (7a)$$

$$\text{Var}[n_i|z_i] = \lambda(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\beta})z_i \quad (7b)$$

と表される．すなわち，ポワソン発生モデルを用いた場合，路上障害物の平均値と分散が一致する．しかし，現実に道路巡回で観測される路上障害物の数の期待値と分散が一致する保証はなく，ポワソン発生モデルは，ランダム発生現象に厳しい制約条件を設けていると言えよう．そこで，4. では，ポワソン発生モデルが有する制約を緩め，平均と分散が一致する必要がないような混合ポワソン発生モデルを定式化する．

(3) ポワソン発生モデルの推計

道路巡回により，路上障害物に関する情報を獲得することができる．道路巡回の結果，合計 K 個の巡回サンプル情報が得られたとしよう．巡回サンプル j ($j = 1, \dots, K$) の情報 e^j を

$$e^j = (n^j, z^j, \mathbf{x}_{i(j)}) \quad (8)$$

と表そう．ここに， $i(j)$ は，巡回サンプル j のデータが対象とする道路区間のコード番号を表す．また， n^j は観測された路上障害物の個数， $\mathbf{x}_{i(j)}$ は道路区間 $i(j)$ の特性ベクトルを表す．この時，巡回サンプル j の実測値 \bar{e}^j が生起する条件付き確率（尤度） $\ell(\boldsymbol{\beta} : \bar{e}^j)$ は

$$\begin{aligned} \ell(\boldsymbol{\beta} : \bar{e}^j) &= \frac{(\lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(j)}, \boldsymbol{\beta}) \bar{z}^j)^{\bar{n}^j}}{\bar{n}^j!} \exp\{-\lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(j)}, \boldsymbol{\beta}) \bar{z}^j\} \quad (9) \end{aligned}$$

と表せる．記号 $\bar{\cdot}$ は，実測値であることを意味する． I 個の道路区間における路上障害物の発生が，互いに独立に分布すると仮定すれば， K 個の巡回サンプルデータが生じる同時生起確率密度を表す対数尤度関数は

$$\begin{aligned} \ln\{\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta} : \bar{\mathbf{e}})\} &= \ln \prod_{j=1}^K \ell(\boldsymbol{\beta} : \bar{e}^j) \\ &= \kappa + \sum_{j=1}^K \bar{n}^j \ln\{\lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(j)}, \boldsymbol{\beta})\} \\ &\quad - \sum_{j=1}^K \lambda(\bar{\mathbf{x}}_{i(j)}, \boldsymbol{\beta}) \bar{z}^j \quad (10) \end{aligned}$$

と表せる．ただし， $\bar{\mathbf{e}} = \{\bar{e}^j (j = 1, \dots, K)\}$ である．また， $\kappa = \sum_{j=1}^K (\bar{n}^j \ln z_j - \ln \bar{n}^j!)$ は定数項であり無視しよう．対数尤度関数 (10) を最大にするようなパラメータ値 $\boldsymbol{\beta}$ の最尤推定量は

$$\frac{\partial \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}} : \bar{\mathbf{e}})\}}{\partial \beta_m} = 0, \quad (m = 1, \dots, M) \quad (11)$$

を同時に満足するようなパラメータ $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\hat{\beta}_1, \dots, \hat{\beta}_M)$ として与えられる．最適化条件は M 次の連立非線形方程式であり，たとえば，Newton 法を基本とする逐次反復法⁴⁾を用いて解くことができる．さらに，パラメータ

の漸近的な共分散行列の推定量 $\hat{\Sigma}(\hat{\boldsymbol{\beta}})$ は，

$$\hat{\Sigma}(\hat{\boldsymbol{\beta}}) = \left[\frac{\partial^2 \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}} : \bar{\mathbf{e}})\}}{\partial \beta_l \partial \beta_m} \right]^{-1} \quad (12)$$

と表すことができる．ただし，上式 (12) の右辺は $\partial^2 \ln\{\mathcal{L}(\hat{\boldsymbol{\beta}} : \bar{\mathbf{e}})\} / \partial \beta_l \partial \beta_m$ を (l, m) 要素とする $M \times M$ 次の Fisher 情報行列の逆行列である⁷⁾．

4. ポワソンガンマ発生モデル

(1) 混合ポワソン過程

ポワソン過程は，1種類の事象が同一の到着率で繰り返し生起することを前提としている．しかし，路上障害物には，多様な種類の路上落下物，路面の変状，道路付帯施設の変状等が含まれ，これらの障害物がすべて同一の到着率で生起するとは考えにくい．むしろ，数多くのタイプの路上障害物がランダムに発生する現象と考える方が妥当であろう．以下では，数多くのタイプの路上障害物が異なる到着率で生起し，ある期間における到着率が確率分布に従って分布すると考えよう．すなわち，対象道路区間ごとに，路上障害物の到着率が確率分布すると考える．それと同時に，各道路区間ごとに，路上障害物がポワソン過程に従って発生すると考える．このように到着率が確率分布するようなポワソン過程は，混合ポワソン過程と呼ばれる．混合ポワソン過程を用いることにより，ポワソン過程において成立する平均（式 (7a) 参照）と分散（式 (7b) 参照）が等しくなるという制約条件をとり除くことが可能であり，より柔軟性の高い数え上げ過程をモデル化することが可能となる．このような混合ポワソン過程として，本研究では，到着率の異質性をガンマ分布で表現し，事象の発生現象をポワソン過程モデルで表現する．ポワソンガンマ発生モデルは，混合ポワソン過程モデルの中で，もっとも簡単なモデル構造を有しており，モデルを解析的に表現できるという利点を持っている．さらに，のちに議論するように，ある観測期間中に発生する路上障害物の累積個数を負の2項分布で表現できるという特性を持っている．このため，路上障害物のリスク管理指標を容易に導出できるという利点を有している．ポワソンガンマモデルの詳細に関しては，参考文献^{7),8)}を参照して欲しい．

なお，ポワソンガンマ発生モデルでは，ある単位期間中に観測される路上障害物の累積発生数を確率分布として表現する．しかし，道路巡回の結果として得られるデータは，道路区間ごとに観測期間長が異なっている．さらに，道路巡回頻度を議論するためには，巡回間隔の変化が障害物発生リスクに及ぼす影響をモデル化することが必要となる．そこで，本研究では，巡回間隔（観測期間長） z_i を明示的に考慮したポワソン

ガンマ発生モデルを提案することとする．また，リスク管理指標の操作性を確保するために，到着率分布を平均1とするガンマ分布で表現する．

(2) モデルの定式化

道路区間 i ($i = 1, \dots, I$) における路上障害物の到着率が，確率分布関数 $F(\varepsilon_i)$ に従うと考えよう．いま，到着率 $\lambda_i > 0$ を，到着率に関する1つの実現値と考えよう．到着率 λ_i を

$$\begin{aligned}\lambda_i &= \mu_i \varepsilon_i \\ &= \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}') \varepsilon_i\end{aligned}\quad (13)$$

とモデル化する． $\mu_i = \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}')$ は，道路区間 i における路上障害物の平均的到着率であり，道路区間 i の特性 \mathbf{x}_i を用いて表現される．また， ε_i は，平均1，分散 ϕ^{-1} のガンマ分布に従う確率誤差項である．ガンマ分布が区間 $[0, \infty)$ で定義されており，かつ式 (13) の右辺で説明変数の加重和に関する指数関数を採用していることより，任意の説明変数と確率誤差項に関して式 (13) の右辺が正の値をとることが保証される．確率誤差項 ε_i の平均が1であることより，期待到着率 $E[\lambda_i]$ は

$$E[\lambda_i] = \exp(\mathbf{x}_i \boldsymbol{\beta}') \quad (14)$$

と表される．一般に，ガンマ分布 $G(\alpha, \beta)$ の確率密度関数 $f(\varepsilon_i : \alpha, \beta)$ は

$$f(\varepsilon_i : \alpha, \beta) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \varepsilon_i^{\alpha-1} \exp\left(-\frac{\varepsilon_i}{\beta}\right) \quad (15)$$

と定義できる．ガンマ分布 $G(\alpha, \beta)$ の平均は $\mu = \alpha\beta$ で，分散は $\sigma^2 = \alpha\beta^2$ である．したがって，平均1，分散 $1/\phi$ のガンマ分布の確率密度関数 $f(\varepsilon_i : \phi, \phi^{-1})$ は

$$f(\varepsilon_i : \phi, \phi^{-1}) = \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \varepsilon_i^{\phi-1} \exp(-\phi \varepsilon_i) \quad (16)$$

と表される．ここで，路上障害物が到着率 λ_i で発生すると仮定しよう．このとき，時間間隔 z_i で道路巡回を実施した際に，道路区間 i に n_i 個の路上障害物が発見される条件付き確率は，式 (6) に示すようなポワソン分布 $Po(n(z_i) = n_i | \lambda_i)$ で表現される．さらに，到着率 λ_i が，ガンマ分布 (16) に従って分布する場合，時間間隔 z_i の下で道路区間 i に n_i 個の路上障害物が発見される無条件確率は

$$\begin{aligned}P(n(z_i) = n_i) &= \int_0^\infty Po(n(z_i) = n_i | \lambda_i) f(\varepsilon_i : \phi, \phi^{-1}) d\varepsilon_i \\ &= \int_0^\infty \frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)} \frac{(\lambda_i z_i)^{n_i}}{n_i!} \exp(-\lambda_i z_i) \varepsilon_i^{\phi-1} \\ &\quad \exp(-\phi \varepsilon_i) d\varepsilon_i \\ &= \frac{\phi^\phi}{n_i! \Gamma(\phi)} \int_0^\infty (\mu_i z_i)^{n_i} \varepsilon_i^{n_i + \phi - 1} \\ &\quad \exp\{-(\mu_i z_i + \phi) \varepsilon_i\} d\varepsilon_i\end{aligned}\quad (17)$$

と表される．ここで， $u_i = (\mu_i z_i + \phi) \varepsilon_i$ と置き，確率密度関数の変数変換を行えば

$$\begin{aligned}&\int_0^\infty (\mu_i z_i)^{n_i} \varepsilon_i^{n_i + \phi - 1} \exp\{-(\mu_i z_i + \phi) \varepsilon_i\} d\varepsilon_i \\ &= \int_0^\infty \frac{(\mu_i z_i)^{n_i}}{(\mu_i z_i + \phi)^{n_i + \phi}} u_i^{\phi + n_i - 1} \exp(-u_i) du_i \\ &= \frac{\Gamma(\phi + n_i) (\mu_i z_i)^{n_i}}{(\mu_i z_i + \phi)^{n_i + \phi}}\end{aligned}\quad (18)$$

が成立する．したがって，時間間隔 z_i の下で道路区間 i に n_i ($n_i = 0, 1, 2, \dots$) 個の路上障害物が発見される無条件確率は

$$\begin{aligned}P(n_i(z_i) = n_i) &= \left(\frac{\phi}{\mu_i z_i + \phi}\right)^\phi \left(\frac{\mu_i z_i}{\mu_i z_i + \phi}\right)^{n_i} \frac{\Gamma(\phi + n_i)}{n_i! \Gamma(\phi)}\end{aligned}\quad (19)$$

と表される．以下，確率分布モデル (19) をポワソンガンマ発生モデルと呼ぶこととする．さらに， $p_i = \phi / (\mu_i z_i + \phi)$ と置けば，式 (19) は，

$$\begin{aligned}P(n_i(z_i) = n_i) &= p_i^\phi (1 - p_i)^{n_i} \frac{\Gamma(\phi + n_i)}{n_i! \Gamma(\phi)} \\ &= \binom{\phi + n_i - 1}{n_i} p_i^\phi (1 - p_i)^{n_i}\end{aligned}\quad (20)$$

と書き換えることができる．ただし， $\Gamma(\phi + n_i) = (\phi + n_i - 1) \cdots \phi \Gamma(\phi)$ であり，

$$\binom{\phi + n_i - 1}{n_i} = \frac{(\phi + n_i - 1)(\phi + n_i - 2) \cdots \phi}{n_i!}$$

と表せる．また，

$$P(n_i(z_i) = 0) = p_i^\phi \quad (21)$$

である．すなわち，ポワソンガンマ発生モデル (20) は，確率 p_i を持つ負の2項分布として表すことができる．また，時間間隔 z_i を与件とした路上障害物の平均発生数 $E[n_i | z_i]$ と，分散 $Var[n_i | z_i]$ は

$$E[n_i | z_i] = \mu_i z_i \quad (22a)$$

$$Var[n_i | z_i] = \frac{\mu_i z_i (\mu_i z_i + \phi)}{\phi} \quad (22b)$$

と表される^{5), 9)}．

(3) モデルの推計方法

ポワソンガンマ発生モデル (20) において，未知パラメータは β と分散パラメータ ϕ である．3.(3) と同様に，巡回サンプル j ($j = 1, \dots, K$) の実測値情報 $\bar{e} = \{\bar{e}^j (j = 1, \dots, K)\}$ が得られた場合を考える．ポワソンガンマ発生モデルの対数尤度関数は

$$\begin{aligned}\ln\{\mathcal{L}(\boldsymbol{\beta}, \phi : \bar{e})\} &= \sum_{j=1}^K \left\{ \ln \left[\frac{\Gamma(\phi + \bar{n}^j)}{\Gamma(\phi)} \right] + \bar{n}^j \ln(\mu_{i(j)} \bar{z}^j) \right. \\ &\quad \left. - (\bar{n}^j + \phi) \ln(\mu_{i(j)} \bar{z}^j + \phi) + \phi \ln \phi - \ln \bar{n}^j! \right\}\end{aligned}\quad (23)$$

と表される．ここで，ガンマ関数に関して

$$\ln \left\{ \frac{\Gamma(\phi + \bar{n}^j)}{\Gamma(\phi)} \right\} = \sum_{k=0}^{\bar{n}^j-1} \ln(\phi + k) \quad (24)$$

が成立する^{?)}．したがって，対数尤度関数は

$$\begin{aligned} & \ln\{\mathcal{L}(\beta, \phi : \bar{e})\} \\ &= \sum_{j=1}^K \left\{ \sum_{k=0}^{\bar{n}^j-1} \ln(\phi + k) + \bar{n}^j \ln(\mu_{i(j)} \bar{z}^j) \right. \\ & \quad \left. - (\bar{n}^j + \phi) \ln(\mu_{i(j)} \bar{z}^j + \phi) + \phi \ln \phi - \ln \bar{n}^j! \right\} \quad (25) \end{aligned}$$

と書き換えることができる．ただし，

$$\mu_{i(j)} = \exp(\bar{x}_{i(j)} \beta') \quad (26)$$

が成立する．対数尤度関数 (25) を用いれば，ポワソン発生モデルの場合と同様に，最尤法によりポワソンガンマ発生モデルのパラメータ β, ϕ の最尤推定量を求めることができる．

5. 路上障害物発生リスク管理モデル

(1) リスク管理の目的

リスク管理指標として，2.(2) で議論したように，1) 路上障害物数，2) 累積放置時間長 (遭遇交通量) という2つの指標を提案する．リスク管理指標は，道路区間単位，および路線単位で定義できる．ここでは，道路区間 i ($i = 1, \dots, I$) ごとにリスク管理指標を定義しよう．5.(2) では，巡回時刻で発見される路上障害物数の分布を定義する．その際，路上障害物の発見個数の期待値と VaR 指標を定義する．路上障害物の発生が確率過程に従う場合，巡回時刻で発見される路上障害物数は確率分布する．ある信頼水準の下で，路上障害物の発見個数に関するリスク管理を行う場合，路上障害物の発見個数の分散を考慮する VaR 指標が必要となる．ついで，5.(3) では，累積放置時間長，と遭遇交通量という2つの指標を提案する．道路障害物が長期間路上に放置されると交通事故リスクが増加する．さらに，自動車交通量が多い道路では，累積放置時間が長くなるほど，交通事故リスクも大きくなる．そこで，本研究では，個々の路上障害物が道路上に放置される時間長の総和を累積放置時間長と呼ぶこととする．さらに，当該自動車区間を利用する交通量の情報を用いて，2つの巡回の間に「路上障害物と遭遇したのべ交通量」を遭遇交通量と呼ぶこととする．遭遇交通量に関しても，道路区間および路線のそれぞれのレベルにおいて，遭遇交通上の期待値および VaR 指標を定式化することができる．以上の議論は，混合ポワソン過程モデルを用いて統計的な方法で検討できる．しかし，道路区間の中には，局所的な道路条件や環境条件により，統計的なリスク水準より路上障害物の到達リスクが突出する区間

が存在する．このような道路区間に対しては，例えば監視カメラを設置する等，重点的なリスク管理が必要となる．このような重点的なリスク管理が必要となる道路区間を抽出することも，障害物発生リスク管理において重要な課題となる．この問題に関しては，5.(4) で議論する．

なお，道路巡回費用を削減するためには，単独の道路区間のみを対象とするのではなく，連続する複数の道路区間に対して同時に巡回を実施することが必要となる．したがって，路線全体を対象とする管理レベルでは，巡回業務の連続性を考慮して，路線を構成する道路区間を複数のグループに集約し，各グループごとに巡回頻度を設定することが現実的である．その上で，各グループの巡回頻度と巡回費用の関係を検討することになる．このような路線別の巡回政策に関しても，以下で定式化するリスク管理指標を用いて検討することができる．

(2) 路上障害物発生数

道路区間 i ($i = 1, \dots, I$) に対して，時間間隔 z_i ごとに巡回する場合を考える．この時， n_i ($n_i = 0, 1, \dots$) 個の路上障害物が発見される確率は，式 (20) より，負の2項分布

$$NB(n_i : z_i) = \binom{\phi + n_i - 1}{n_i} p_i^\phi (1 - p_i)^{n_i} \quad (27a)$$

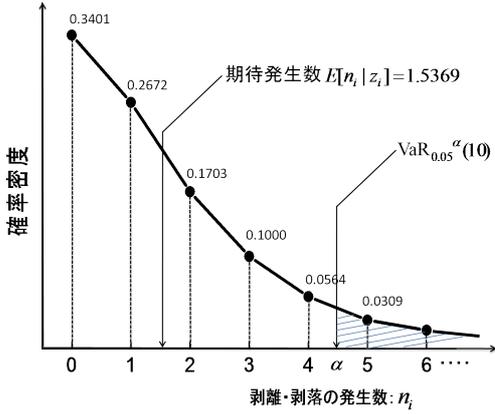
$$NB(0 : z_i) = p_i^\phi \quad (27b)$$

と書き換えることができる．路上障害物の期待発生数 $E[n_i | z_i]$ は

$$E[n_i | z_i] = \mu_i z_i \quad (28)$$

と表される．期待発生数 $E[n_i | z_i]$ は直観的に分かりやすい指標である．しかし，期待発生数は，数多く繰り返される巡回において観測される路上障害物の発生数の期待値を定義したものであり，現実に各巡回時刻において観測される路上障害物の発生数を表したものではない．各巡回時刻において観測される路上障害物の発生数が $E[n_i | z_i]$ より多くなることは当然起こりうる．障害物発生リスクの管理のためには，発生数の確率分布を明示的に考慮できる管理指標が望ましい．そこで，路上障害物の発生リスクの管理指標として VaR (Value at Risk) 指標を定式化しよう．いま，巡回間隔を z_i とした時に，巡回時刻において観測される路上障害物の発生数 n_i が，ある許容水準 (以下，リスク管理限界と呼ぶ) \bar{U}_i 以上となる確率は

$$P(n_i \geq \bar{U}_i | z_i) = \sum_{n_i=\lceil \bar{U}_i \rceil}^{\infty} NB(n_i : z_i) \quad (29)$$



注) 本図は実証分析事例 (巡回間隔 z_i を 10 日と設定した場合) に、巡回時刻で観測される路上落下物発生確率分布を表したものである。図中の点 α は、VaR 値 $\text{VaR}_{0.05}^{\alpha}(10)$ を示す。なお、期待発生数 $E[n_i | z_i]$ は 1.5369 個である。

図-2 路上落下物の発生分布

と表される。ただし、 $[\bar{U}_i]$ は \bar{U}_i を越える整数の中で最小の整数を表す。図-2 に、路上障害物の発生数の確率分布と、路上障害物の期待発生数、リスク管理限界を示している。図中の $n_i \geq \alpha$ の領域に描かれている線分長 (確率) の総和 ω は、巡回時刻で観測される路上障害物の発生数がリスク管理限界として設定した $\bar{U}_i = \alpha$ より大きくなる確率を表している。路上障害物の発生過程に不確実性があるために、巡回時刻で観察される路上障害物の発生数が、所与の管理限界を常に満足するとは限らない。確率 ω は、障害物発生リスクを表す指標であり、障害物発生リスク管理水準と呼ぶこととする。ここで、障害物発生リスク管理水準 ω と巡回間隔 z_i を所与とした路上障害物発生数に関する VaR 指標 $\text{VaR}_{\omega}^{\alpha}(z_i)$ を

$$\begin{aligned} \text{VaR}_{\omega}^{\alpha}(z_i) &= \arg \max_{U_i} \left\{ P(n_i \geq U_i | z_i) \leq \omega \right\} \quad (30) \end{aligned}$$

と定義しよう。ただし、 \arg は、式 (30) の右辺を最大にする U_i を指定する記号である。また、上付き添え字 α は、路上障害物の発生数に関する VaR 指標であることを表している。ここで、集合 $\Omega_{\omega}(\bar{U}_i)$ を

$$\Omega_{\omega}(\bar{U}_i) = \left\{ z_i \mid \text{VaR}_{\omega}^{\alpha}(z_i) \leq \bar{U}_i \right\} \quad (31)$$

と定義しよう。集合 $\Omega_{\omega}(\bar{U}_i)$ は、「障害物発生リスク管理水準 ω の下で、路上障害物の発生数をリスク管理限界 \bar{U}_i 以下に抑えることが可能な巡回間隔の集合」を表している。このように、路上障害物の発生リスクは、リスク管理水準 ω とリスク管理限界 \bar{U}_i という 2 つのパラメータを用いて表現できる。なお、期待発生数 $E[n_i | z_i]$ はリス

ク管理水準として 0.5 を採用した VaR 値 ($\text{VaR}_{0.5}^{\alpha}(z_i)$) に他ならない。VaR 指標の定義より、 $\omega < 0.5$ の場合、 $E[n_i | z_i] < \text{VaR}_{\omega}^{\alpha}(z_i)$ が成立する。

(3) 累積放置時間分布

本節では、路上障害物が路上に放置される累積時間長に関するリスク管理指標を提案する。いま、ある巡回時刻を起点とする時間軸を考える。この時間軸上の時刻を時点と呼ぶ。道路区間 i ($i = 1, \dots, I$) の路上障害物の発生過程に着目する。当該の巡回時点 $t = 0$ から、次の巡回時点 $t = z_i$ までの期間の中で $n(z_i) = n_i$ 個の路上障害物が時点 $0 \leq t_1^1 \leq \dots \leq t_i^{n_i} < z_i$ に発生したとしよう。この時、 n_i 個の障害物が路上に放置される期間長は、それぞれ $z_i - t_i^m$ ($m = 1, \dots, n_i$) と表される。ここで、単位区間 $[0, 1]$ において互いに独立な一様分布に従って分布する確率変数 u_m ($m = 1, \dots, n_i$) を定義しよう。 n_i 個の路上障害物の累積放置時間 $S_n(z_i) = \sum_{m=1}^{n_i} z_i - t_i^m$ に関する条件付確率分布関数は

$$\begin{aligned} F(y_i | n(z_i) = n_i) &= P(S_n(z_i) \leq y_i | n(z_i) = n_i) \\ &= P\left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i - t_i^m \leq y_i \mid n(z_i) = n_i\right) \\ &= P\left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i(1 - u_m) \leq y_i \mid n(z_i) = n_i\right) \quad (32) \end{aligned}$$

と表現できる。巡回間隔 z_i の下で、巡回時点で観測される路上障害物の累積放置時間を $S(z_i) = \sum_{m=1}^{n(z_i)} S_m(z_i)$ と表そう。ただし、路上障害物の発生数 $n(z_i)$ は確率変数であり、 $S(z_i)$ も確率変数である。この時、路上障害物の累積放置時間の分布関数は

$$\begin{aligned} P(S_i(z_i) \leq y_i) &= \sum_{n_i=0}^{\infty} P(n(z_i) = n_i) P(S_n(z_i) \leq y_i | n(z_i) = n_i) \\ &= \sum_{n_i=0}^{\infty} P(n(z_i) = n_i) \\ &\quad P\left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i(1 - u_m) \leq y_i \mid n(z_i) = n_i\right) \\ &= P\left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i(1 - u_m) \leq y_i\right) \quad (33) \end{aligned}$$

と定義される。区間 $[0, 1]$ で定義される確率変数 u_m が一様分布に従うとき、 $1 - u_m$ も同一の一様分布に従う。したがって、累積放置時間 $S(z_i)$ の分布関数 $P(S(z_i) \leq y_i)$ は、次式で表せる⁷⁾。

$$P(S(z_i) \leq y_i) = P\left(\sum_{m=1}^{n(z_i)} z_i u_m \leq y_i\right) \quad (34)$$

路上障害物の発生数が $n(z_i) = n_i$ の時、累積放置時間 $S_n(z_i) = \sum_{m=1}^{n_i} z_i u_m$ の条件付き期待値は

$$E[S_n(z_i)|n(z_i) = n_i] = \frac{n_i z_i}{2} \quad (35)$$

となる。したがって、累積放置時間の期待値（期待累積放置時間） $E[S(z_i)]$ は、

$$\begin{aligned} E[S(z_i)] &= \sum_{n_i=0}^{\infty} P(n(z_i) = n_i) E[S_n(z_i)|n(z_i) = n_i] \\ &= \sum_{n_i=0}^{\infty} \frac{z_i}{2} n_i NB(n_i; z_i) = \frac{\mu_i z_i^2}{2} \end{aligned} \quad (36)$$

と表される。ここで、累積放置時間長の確率分布を求めるために、区間 $[0, \infty)$ を自然数 l_i ($l_i = 1, 2, \dots$) を用いて、互いに排他的な可算無限個の区間 $(0, z_i], (z_i, 2z_i], \dots, ((l_i - 1)z_i, l_i z_i], \dots$ のクラスに分割しよう。その中で、まず区間 $[0, z_i]$ に着目する。区間 $y_i \in (0, z_i]$ において、一様分布の和 $S(z_i)$ は、確率密度

$$\lambda(1) = \sum_{n_i=1}^{\infty} \frac{1}{n_i z_i} P(n(z_i) = n_i) \quad (37)$$

の一様分布に従う。つぎに、区間 $y_i \in (z_i, 2z_i]$ では、 $S(z_i)$ は確率密度

$$\begin{aligned} \lambda(2) &= \sum_{n_i=2}^{\infty} \frac{1}{n_i z_i} P(n(z_i) = n_i) \\ &= \lambda(1) - \frac{1}{z_i} P(n(z_i) = 1) \end{aligned} \quad (38)$$

の一様分布に従う。以下、同様の議論を繰り返すことにより、区間 $((l_i - 1)z_i, l_i z_i]$ では、確率密度

$$\lambda(l_i) = \lambda(1) - \sum_{m_i=1}^{l_i-1} \frac{1}{m_i z_i} p(n(z_i) = m_i) \quad (39)$$

の一様分布に従う。すなわち、累積放置時間の確率密度関数 $h(y_i)$ は、段階的な一様関数

$$h(y_i) = \begin{cases} \lambda(0) & y_i = 0 \\ \lambda(1) & y_i \in (0, z_i] \\ \lambda(2) & y_i \in (z_i, 2z_i] \\ \vdots & \vdots \\ \lambda(l_i) & y_i \in ((l_i - 1)z_i, l_i z_i] \\ \vdots & \vdots \end{cases} \quad (40)$$

で表される。ただし、 $y_i = 0$ の時、

$$\lambda(0) = P(n(z_i) = 0) = \left(\frac{\phi}{\mu_i z_i + \phi} \right)^\phi \quad (41)$$

が成立する。したがって、累積放置時間の分布関数は、区分連続的な確率分布で表現される。

5.(2) の議論と同様に、リスク管理水準 ω と巡回間隔 z_i を所与とした累積放置時間に関する VaR 指標 $\text{VaR}_\omega^\beta(z_i)$ を

$$\text{VaR}_\omega^\beta(z_i) = \arg \max_{V_i} \left\{ V_i \left| P(S(z_i) \geq V_i) \leq \omega \right. \right\} \quad (42)$$

と定義する。さらに、集合 $\Omega_\omega(\bar{V}_i)$ を

$$\Omega_\omega(\bar{V}_i) = \left\{ z_i \left| \text{VaR}_\omega^\beta(z_i) \leq \bar{V}_i \right. \right\} \quad (43)$$

と定義しよう。集合 $\Omega_\omega(\bar{V}_i)$ は、「リスク管理水準 ω の下で、累積放置時間をリスク管理限界 \bar{V}_i 以下に抑えることが可能な巡回間隔の集合」を表している。

6. おわりに

路上落下物、路面の変状や損壊、道路付帯施設の破損・損壊等の路上障害物の発生過程並びに近隣住民の要望・苦情による応急業務の発生過程を、ポアソンモデルにより定式化し、さらに、路上障害物・応急業務発生リスクを考慮した最適点検間隔の検討を行った。なお、講演会当日には一般国道への適用を通して、本研究の有効性を実証的に検証した事例を紹介する。

参考文献

- 1) 国土交通省近畿地方建設局：道路巡回要領（案），1981
- 2) McNeil, J.A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.
- 3) 貝戸清之，小林潔司，加藤俊昌，生田紀子：道路施設の巡回頻度と障害物発生リスク，土木学会論文集 F, Vol.63, No.1, pp.16-34, 2007.
- 4) 磯田和男，大野豊：数値計算ハンドブック，オーム社，1990.
- 5) Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: Regression-based tests for overdispersion in the Poisson model, *Journal of Econometrics*, Vol.46, pp.347-34, 1990.
- 6) Cameron, A.C. and Trivedi, P.K.: *Regression Analysis of Count Data*, Cambridge University Press, 1998.
- 7) Mikosch, T.: *Non-Life Insurance Mathematics*, Springer, 2000.
- 8) McNeil, J.A., Frey, R. and Embrechts, P.: *Quantitative Risk Management*, Princeton University Press, 2005.
- 9) Maher, M.J. and Summersgill, I.: A comparative methodology for the fitting predictive accident models, *Accident Analysis & Prevention*, Vol.28, pp.281-296, 1996.

(2011. 8. 5 受付)