限定合理的主体による交通システムの day-to-day ダイナミクス特性

中山晶一朗

正会員　博（工）　金沢大学大学院助手　自然科学研究科社会基盤工学専攻　（〒920-8667 金沢市小立野 2-40-20）

交通ネットワークにおける day-to-day ダイナミクスは，交通ネットワークの安定性に直結する問題であり，交通ネットワーク制御・管理を考える上で，非常に重要である．交通ネットワークでの均衡が安定であるのか，不安定であるのか，そして，安定になるための条件もしくは不安定になる条件とは何であるのか，という問題などの day-to-day ダイナミクスに関連する基本的な問題を考察するために，day-to-day のダイナミクスを記述する差分方程式モデルを構築する．そして，1 組の起終点間を公共交通と道路で結ぶ単純なネットワークを対象に，day-to-day ダイナミクス及び均衡の安定性等について考察した結果，公共交通と道路の旅行時間の差にそれほど敏感でなければ旅行時間・交通量は収束するが，旅行時間の差に敏感であればシステムが不安定になること，ある条件が満たされるとカオス的な変動が発生することがあることなどが分かった．

Key Words: *day-to-day dynamics, travel time stability, chaos, network equilibrium*

1. はじめに

近年，交通ネットワーク均衡モデルの動的化に関して，多くの研究がなされている[1]．しかし，研究が比較的進展している均衡モデルの動的化は，一日の交通状態を時間帯別に記述するダイナミクスや時々刻々の渋滞伸延等の記述を目指すより詳細なダイナミクスの time-to-time に関するものが中心であり，ダイナミクスのうち日々の変化に注目する day-to-day に関するダイナミクスについては，次章で述べるような研究があるものの，基本的な問題が未だ十分には解明されておらず，研究の進展が望まれている．

交通ネットワークにおける day-to-day ダイナミクスは，交通ネットワークの安定性に直結する問題であり，交通ネットワーク制御・管理を考える上で，非常に重要である．Day-to-day ダイナミクスに関連する最も基本的かつ重要な問題には，交通ネットワークでの均衡が安定であるのか，それとも不安定であるのか，そして，安定になるための条件もしくは不安定になる条件とは何であるのか，という問題がある．この点に関する知見は，安定的な制御・管理には不可欠であると考えられる．それに加えて，交通ネットワークでカオス変動が発生するのか，という問題も重要であると考えられる．もしカオスが生起するとなると，ネットワークフローの変動・振動は外生的なものだけが原因ではなく，内生的にも生じること，そして，ネットワークフローの予測は短期的には可能であっても，長期的には困難であることが予想されるからである．以上のように，day-to-day ダイナミクスや安定性に関する問題は交通ネットワークの制御・管理において，極めて重要なものと言える．

本研究では，上述の問題を検討するため，1 組の OD（起終点）間を公共交通（鉄道）と道路で結ぶ単純な交通ネットワークを対象に，旅行時間及び交通量の day-to-day ダイナミクスについて考察する．その際，ネットワークの安定性やその条件，カオスの発生の有無などを明らかにする．既に述べたように，現時点では，day-to-day ダイナミクスに関連する基本的な問題がまだ十分に解明されておらず，その「理解」を深めることがまず必要な段階であろう．1 組のODペアのみで構成される単純ネットワークを対象としているのは，交通システムにおける day-to-day ダイナミクスやその発生メカニズムを「理解」することや基本的な知見をより容易に得ることを重視するためである．このような「理解」のためには，出来るだけ単純な設定，単純なモデルの方が望ましく，それを重視するために，単純ネットワークでの分析に集中する．なお，これは本研究の内容が限定的なものであることを意味するものではなく，上述の 1 組のODペアによるネットワークという対象の中で厳密に理論・論理を進め，既に述べたような基本問題の「理解」を深めることを意図しているからである．

2. 既往研究

前章で述べたように交通システムの day-to-day ダイナミクスには未だ十分には解明されていない基本問題が残されており，それを整理する意味でもこれまでの研究をまとめることは重要であると考えられる．本章では，既往研究を比較的詳細にまとめ，本研究の位置付けを行う．

交通システムの day-to-day ダイナミクスや安定性に関するこれまでの研究は，大きく 2 種類に分けることが出来よう．一つは，交通量をマクロ的に扱い，日々の変化のマクロ量（交通量）自体をモデル化する研究である．もう一つは，個々の行動主体（ドライバー）の行動を記述するモデルによる研究である．前者をマクロアプローチ，後者をミクロアプローチと呼ぶことにする．

（1）マクロアプローチ

マクロアプローチによる研究は，微分方程式を用いて解析的に交通ネットワーク均衡の安定性を検討するものが大多数を占めている．そして，行動主体（ドライバー）が経路を変更するならば，より旅行時間（旅行コスト）の小さい経路を選択する傾向があることを前提とし，マクロ的に，旅行時間の大きな経路の交通量は減少し，旅行時間の小さな経路の交通量は増加することを基本とした定式化を行うものが多い．

Zhang と Nagurney[2]は，projected dynamical system[3),4)]として，上述の法則に基づいた次式のような定式化を行った．

$$\dot{f}_r = \begin{cases} \hat{\lambda}(\boldsymbol{f}) - t_r(\boldsymbol{f}) & if\ f_r > 0 \\ \max\{0, \hat{\lambda}(\boldsymbol{f}) - t_r(\boldsymbol{f})\} & if\ f_r = 0 \end{cases} \tag{1}$$

ここで，f_r は経路 r の交通量，$\dot{f}_r$ はその時間微分，$\boldsymbol{f}$ は経路交通量のベクトル，$t_r(\boldsymbol{f})$ は経路 r の旅行時間，$\hat{\lambda}(\boldsymbol{f})$ は経路交通量 $\boldsymbol{f}$ が均衡配分された場合の（経路 r が含まれるODペアの）最小旅行時間，$\max\{x, y\}$ は x, y のうち値の大きな値の方をとる演算である．なお，OD ペアを表す添え字が省略されている．

上の式を用いて，安定性を分析した結果，旅行時間関数が連続で単調増加な関数であるならば，（ワードロップ）均衡 [5)]が安定することが示されている．なお，Nagurney と Zhang[6)]は交通需要が固定の場合の分析を行っている．

Friesz et al.[7)]は，経済学における模索過程（tâtonnement モデル [8)]）を用いて交通システムの day-to-day ダイナミクスを定式化した．旅行時間関数が連続で単調増加であるなどの条件が成立すれば，均衡が安定であることを証明している．

Smith[9)]は，旅行時間の大きな経路ほど他の旅行時間のより小さい経路への交通量の移動が多く，かつ，その移動量はその経路交通量自体にも比例すると仮定し，次にような定式化を行っている．

$$\dot{f}_r = -\sum_s f_r \max\{0, t_r(\boldsymbol{f}) - t_s(\boldsymbol{f})\} + \sum_s f_s \max\{0, t_s(\boldsymbol{f}) - t_r(\boldsymbol{f})\} \tag{2}$$

Smith は，上のような定式化を行い，リヤプノフの定理 [10)]から，旅行時間が微分可能で単調な関数であるならば交通システムは均衡に収束することを証明した．なお，Smith と Wisten[11)]は式(2)を基本とした day-to-day ダイナミクスに加え，within-day のダイナミクスも考慮して，均衡の安定性等を検討している．

以上の研究では，微分方程式によって，ネットワークフローのダイナミクスを記述し，安定性分析を行っている．研究によって，安定のための条件は多少異なるが，旅行時間関数が単調増加関数であるなどの比較的一般的な条件下で均衡が安定であることを示している．

なお，上で述べた研究以外にも，ロジットモデルを用いた微分方程式モデル $\dot{f}_r = Q\ \exp(-\theta\, t_r)/\Sigma_s \exp(-\theta\, t_s) - f_r$ などによる研究も行われている．ここで，Q はOD交通量，θ はパラメータである．しかし，特殊なケースについて均衡解の分岐や確率的な変動を中心的に扱う研究 [12),13),14)]，数値計算による実際のネットワークへの適用を重視する研究 [15),16)]，住居選択への適用 [17)]などが行われているが，安定性等について十分な分析は行われてはいない．

（2）ミクロアプローチ

ミクロアプローチでの研究は多種多様であり，その分類は，様々な観点から可能であると考えられる．経路選択などの意思決定方法の観点からは，最適化原理に基づくモデル [18),19),20),21),22),23),24),25)]，満足化原理に基づくもの [26)]，ルールベースの経路選択モデル [27)]の 3 種類に分けることが出来るであろう．行動主体は合理的であると仮定すると，経路選択は最適なものが選択されるとしてモデル化されることになる．しかし，人間の合理性は完全ではなく，限定されたものであると考えられ [28)]，Simon は人間は最適な意思決定を行うというよりも，むしろ満足な意思決定を行っていると主張した [29)]．これが満足化原理である．一方，心理学の分野では，ルールによって意思決定を表現することが 1 つの主要なアプローチであり [30)]，ルールベースアプローチは，そのような心理学の研究結果を背景としたものと言えよう．

ミクロアプローチでは，最適化原理に基づくモデルが多くを占めるが，それらは，知覚・認知の形成（期待形成），つまり，認知旅行時間（もしくは知覚旅行時間・期待旅行時間）の算出方法によって，それをさらに分類することが出来る．認知旅行時間を過去の実際の旅行時間の重み付き平均とする研究 [18),19),20),21),22)]とベイズ学習を用いる研

究 [23),24),25)]の 2 つに大別することが出来よう．また，モデル化の方法は，解析的なものとシミュレーションとが混在している．

Horowitz[18)]は，行動主体が知覚・認知する旅行時間（認知旅行時間）が以下のような実際の旅行時間（以下，実旅行時間）の重み付き平均によって形成されるとして学習過程を記述した．そして，このような行動主体の学習過程を考慮した上での安定について検討している．Horowitz[18)]のモデルでの認知旅行時間は以下の通りである．

$$\hat{t}_{ir} = \sum_{i'=1}^{i-1} w_{i'} t_{i'r} + \varepsilon_{ir} \tag{3}$$

ここで，$\hat{t}_{ir}$ は i 日目の経路 r の認知旅行時間，$t_{i'r}$ は i' 日目の経路 r の実旅行時間，$w_{i'}$ は i' 日目の実旅行時間が認知旅行時間形成に与える影響の大きさ，ε_{ir} は確率項である．なお，Horowitz[18)]は式(3)だけでなく，いくつか類似の定式化も行っている．Horowitz[18)]はこのようなモデルによって，行動主体が認知旅行時間の最小となる経路を選択する場合の経路交通量は，必ずしも収束する（システムが安定する）とは限らないことを示している．直近の実旅行時間を重視し過ぎたり，また，逆に過去の実旅行時間を重視し過ぎたりする場合，経路交通量は収束しない．

Horowitz[18)]は 1 組の OD 間が 2 つのリンクによって結ばれる単純ネットワークを対象に分析を行っていたが，一般的なネットワークに対しては，Canterella と Cascetta[19)]及び Watling[20)]が分析を行っている．また，飯田ら [21)]や Emmerink ら [22)]はシミュレーションによって分析を行っている．以上の加重平均によるモデルでは，重みは外生的に与えられ，その根拠は明らかにされていない場合が多い．重み付きの方法は Horowitz[18)]のモデル等と異なるものの，中山ら [31),32)]は重みを内生的に決まるモデルを構築し，シミュレーションによって分析を行っている．

Cascetta ら [33),34)]も加重平均による認知旅行時間形成を前提とした day-to-day ダイナミクスの研究を行っている．加重平均のモデルを含め，経路選択が過去 m 日前までのシステム状態に依存すると仮定すれば，システム状態の変化は m 次のマルコフ過程によって記述することができるため，マルコフ過程により交通システムの day-to-day ダイナミクスを記述している．そして，交通システムの状態はエルゴード的な（唯一の確率分布に収束する意味での）安定性が保証されることを示した．Davis と Nihan[35)]も同様の証明を行っている．

小林 [36)]は合理的期待仮説 [37),38)]に基づいた交通ネットワーク均衡を提案しているが，小林と藤高 [23)]は，行動主体がベイズ学習を行うと仮定すると，交通システムは合理的期待均衡に収束することを示した．宮城 [24)]はベイズ学習と確率的利用者均衡 [39)]との関係を明らかにしている．また，Jha ら [25)]もベイズ学習を用いた研究を行っている．

Mahmassani と Chang[26)]は，学習過程を考慮した出発時刻選択モデルを構築し，交通システムの day-to-day ダイナミクスを考察した．彼らのモデルの特徴としては，Simon[29)]の満足化（satisficing）の考え方を導入していることである．数値実験の結果，システムは収束するとは限らず，また，収束したとしても，収束状態は初期値に依存して異なることがあるという結果を得ている．

中山と北村 [27),32)]は，人間は帰納的に学習を行うとの見解 [40)]に基づき，if-then ルールを用いた経路選択モデルを提案した．そして，それを用いたシミュレーションによって，交通システムの day-to-day ダイナミクスについて検討している．その結果，選択する経路数を一つに絞り，同じ経路を選択し続ける，経路選択における習慣性が形成され得ること，認知旅行時間と実際の旅行時間が大きく乖離する「思い込み認知」が生じることがあることなどを明らかにしている．各行動主体が思い込み認知のまま収束した状態では，各行動主体は思い込み認知を起こしているものの，各々，自分は最適な経路を選択していると（思い込み）認知しており，これまでの均衡とは異なる思い込み均衡が発生することがあるとしている [27),31),32)]．なお，この思い込み自体は，飯田ら [21)]の論文においても触れられている．

以上のミクロアプローチの研究結果は，必ずしも交通量が均衡に収束するとは限らないこと，収束したとしても初期値の違いなど諸条件によって収束状態が異なることがあり得ることを示唆しているものと考えられる．この結果は，マクロアプローチにおいて，均衡の安定性を保証している研究が多いことと対照的である．

（3）室内実験アプローチ

実際の交通システムは様々な要因が複雑に影響するとともに，一般に OD 交通量を正確に把握することは困難であることなどのため，現実ネットワークの day-to-day ダイナミクスを厳密に分析することは難しい．したがって，室内実験によって day-to-day ダイナミクスを再現し，前章で述べたような基本的な問題を考察する研究が行われている．

Mahmassani ら [41),42),43),44),45)]は，室内実験によって，主に出発時刻選択に起因する day-to-day ダイナミクスの研究を行っている．Mahmassani らは 3 つの室内実験を行っており，実験 1 と実験 2 では交通量は収束したが（実験 1 と実験 2 の違いは被験者に知らせる情報量である），出発時刻と共に経路選択も取り扱った実験 3 では，交通量は収束しなかった．実験 3 において収束しなかった原因としては，選択における次元が増加したこと等が挙げられているが，十分には検討されていない．また，収束状態に関しては，実験 1 と実験 2 とでは同一ではないという結果が得られている．これは，条件の違いや収束に至るまでの履歴・変遷の違いが影響したものと考えられている．

飯田ら [46),47)]は経路選択行動を対象とした室内実験を行

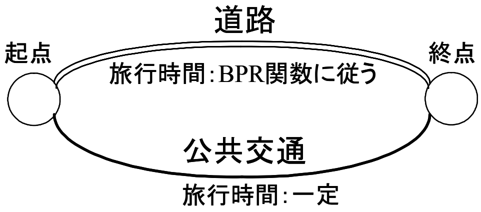

図-1　対象とするネットワーク

っており，実験期間内では交通量は収束することはなく，収束する兆しも見られないことを報告している．その他の室内実験としては，小林・安野 [48]は，室内実験によって合理的期待仮説の成立に関して検討を行っている．また，Adler と McNally[49]や Bonsall[50]，溝上ら [51]は情報提供した場合の経路選択行動の分析を行っている．

以上で見た室内実験の結果からは，交通量は収束するのか，収束するための要因は何か，という問題に対して確かな結論を下すことはできないが，様々な条件等により，均衡が成立しないことがあることなどを示唆していると考えられる．

（4） 本研究のアプローチ

マクロアプローチでは，均衡の安定性を証明したものが多く，システムは均衡に収束することを示唆している．一方，ミクロアプローチでは，必ずしも均衡に収束するとは限らないことを示す研究が多く，収束状態もワードロップ均衡や確率的利用者均衡とは限らない場合があることを示す研究もある．また，室内実験も同様の傾向があることを示していると言える．

本研究では，均衡の安定性が証明される研究が多いマクロアプローチでモデルを構築し，本当に均衡は安定であるのかなどを検討するとともに，安定性の条件等を考察する．それによって，前章で述べた day-to-day ダイナミクスの基本問題の理解が深まる知見を得るとともに，マクロアプローチでなぜ均衡が保証される研究結果が多いのかを踏まえて，交通システムの安定性や day-to-day ダイナミクスについて考察を行う．

3. 定式化

既に述べたが，本研究では，1 組の OD 間を公共交通（鉄道）と道路で結ぶ単純な交通ネットワークを対象とする（図-1 参照）．公共交通はその交通量によらず旅行時間は一定とし，道路の旅行時間は BPR 関数に従うと仮定する．公共交通の旅行時間を一定とすることにより，ネットワークの状態として，道路の交通量のみを考えるだけで十分となり，実質上，需要変動型の 1 リンクネットワークを考えることと等しくなる．

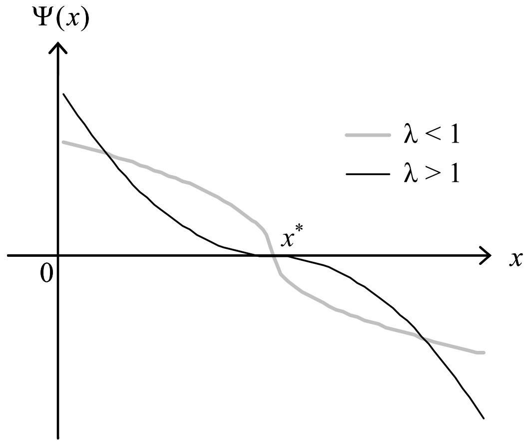

図-2　$\Psi(x)$ の形状

道路の交通量を x，その旅行時間を $t_c(x)$，公共交通の旅行時間を t_t とする．ただし，t_t は正の定数である．この時，（ワードロップ）均衡は以下のように記述される．

$$t_c \begin{cases} = t_t & if\ x^* > 0 \\ \geq t_t & if\ x^* = 0 \end{cases} \tag{4}$$

ここで，x^* は均衡点での道路交通量である．なお，この設定での均衡 x^* は明らかに唯一である．$t_c(0) > t_t$ の時，道路には交通量が全く流れない．このような状況は，本稿では研究の対象外とし，以下では，$t_c(0) < t_t$ であると仮定する．

行動主体は合理的であることを前提とする．様々な要因を捨象し，行動主体は旅行時間のみで機関選択を行うと仮定する．そして，行動主体は旅行時間の小さい方を選択しようとするため，もし道路の旅行時間の方が大きければ道路の交通量は減少し，逆に道路の旅行時間が小さければその交通量は増加するようになると考える．このように考えた場合，以下のような差分方程式により，道路交通量の day-to-day ダイナミクスを記述することが可能となる．

$$x_{i+1} - x_i = \Psi(x_i) \tag{5}$$

$$\Psi(x) = \begin{cases} \max\left\{-\eta\left[t_c(x) - t_t\right]^\lambda, -x\right\} \\ \qquad\qquad\qquad if\ t_c(x) - t_t > 0 \\ \eta\left[-t_c(x) + t_t\right]^\lambda \qquad if\ t_c(x) - t_t \leq 0 \end{cases} \tag{6}$$

ここで，x_i は i 日目の道路の交通量，η，λ は正のパラメータ，$\max\{x, y\}$ は x，y のうち値の大きな値の方をとる演算である．$t_c(x) - t_t > 0$ の時，x が減少し過ぎて，負の値をとることを避けるため，$\max\{-\eta[t_c(x) - t_t]^\lambda, -x\}$ とし，最も減少する場合でも x が 0 に留まるようになっている．図-2 は関数 $\Psi(x)$ を図示したものである．パラメータ η は交通量変化の感度を意味し，同じ旅行時間

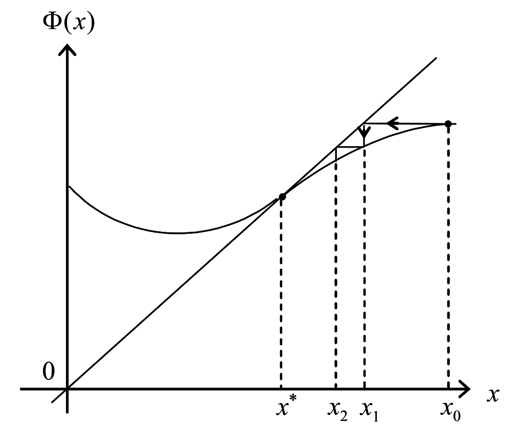

図-3 Φ(x) の形状

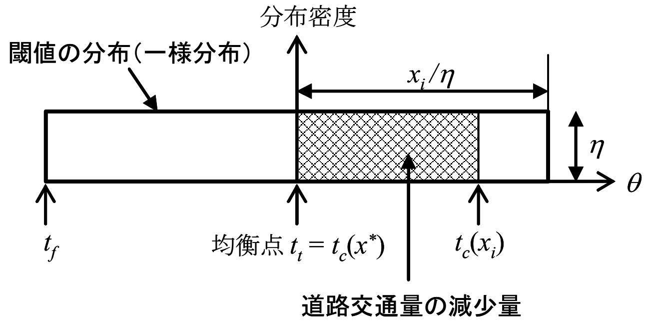

図-4 交通量の変化と閾値

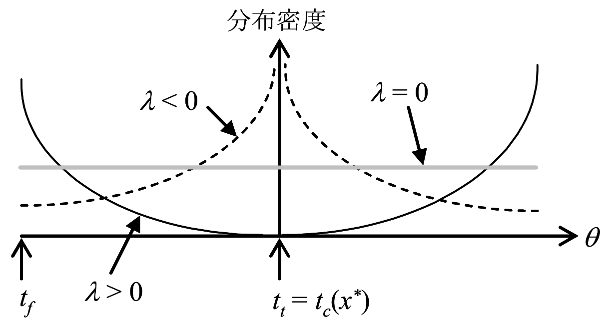

図-5 閾値の分布形

差であってもこのパラメータが大きいほど交通量の変化は大きくなる．パラメータ λ は道路と公共交通の旅行時間差によりどのように交通量が変化するのかを規定するものである．$\lambda < 1$ の時は旅行時間差が小さい場合の単位旅行時間差での交通量変化が大きく，旅行時間差が大きくなるほど変化が逓減する．つまり，旅行時間の差が小さい場合の感度が高く，それが大きくなるほど感度が低くなる．$\lambda > 1$ の時はその逆である．

なお，$\lambda = \eta = 1$ の場合は Zhang と Nagurney[2)]の projected dynamical system によるモデルの離散化とみなせる．公共交通の旅行時間が一定のため，式(1)での $\hat{\lambda}$ は定数で t_t となる．また，$f_r = 0$ の場合（本研究の設定では，$x = 0$ の場合）の式(1)に，本研究の上述の設定を適用すると，$\dot{x} = \max\{0,\ t_t - t_c(0)\}$ となるが，$t_t > t_c(0)$ と仮定しているため，$f_r = 0$ の場合の式(1)は結局 $\dot{x} = t_t - t_c(x)$ となる．それを離散化（差分化）すると，$x_{i+1} - x_i = t_t - t_c(x_i)$ となる．ただし，x が負の値をとることを避けるために，x_{i+1} が x_i よりも減少する場合（$t_t < t_c$ の場合）は減少量の最大を $-x_i$ とすると，以下の式のようになり，$\lambda = \eta = 1$ の場合の式(5)(6)と同じになる．

$$x_{i+1} - x_i = \begin{cases} \max\{t_t - t_c(x_i),\ -x_i\} & if\ t_c > t_t \\ -t_c(x_i) + t_t & if\ t_c \le t_t \end{cases} \tag{7}$$

以上のように式(5)(6)は Zhang と Nagurney[2)]のモデルの離散化とも見なせることが分かる．

式(5)と本質的には等しいが，以下の説明の関係上，次式として定義される $\Phi(x)$ を導入する．

$$\Phi(x) = x + \Psi(x) \tag{8}$$

図-3 は $\Phi(x)$ および $\Phi = x$ の直線を示している．初期値を x_0 とした時，$\Phi(x)$ および $\Phi = x$ から順次，x_1, x_2 が求められ，**図-3** のように図解的にダイナミクスを追うことができる．

本研究における式(5)(6)の行動論的基礎は，閾値モデル[52)]の一種として与えることが出来る．i 日目に道路を利用した行動主体 j が閾値 θ_j^i を持つとする．その日の道路の旅行時間がその閾値 θ_j^i を越えると，つまり，$t_c > \theta_j^i$ となると，道路利用から公共交通へ変更する．行動主体の数を連続的に扱い，閾値が一様分布に従って分布していると考えたのが $\lambda = 1$ の場合である．これを表したのが**図-4** である（$t_c > t_t$ の場合）．図中の網掛け部分は $t_c > \theta_j^i$ であり，その面積分の交通量が自動車から公共交通へ変更する．この変更量の最大値は x_i であり，この時，次の日に自動車を選択する交通量は 0 となる．また，パラメータ λ を変化させることによって，**図-5** にように閾値の分布形を変化させることが出来る．

閾値の解釈としては，いくつかのものが考えられるが，満足化原理の一種と捉えることも出来よう．前章でも触れたが，Simon[29)]は，満足化原理を提唱し，たとえ自分の行動が最適ではなくとも満足域にあれば行動を変更せず，自分の行動の結果が満足域を超えて悪いものであったならば行動を変更すると考えた[1]．この満足域が閾値（旅行時間差が閾値以内の範囲）と解釈でき，本研究では，その閾値が個人によって異なり，分布していると仮定している[2]．

4. 安定性分析[3]

均衡 x^* の安定性を検討するために，まず，$\Phi(x)$ の

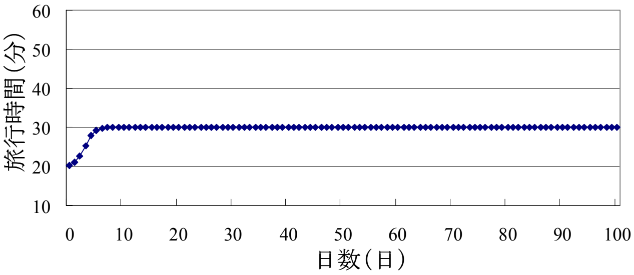

図-6(a) $\lambda = 1, \eta = 25$ の場合の day-to-day ダイナミクス

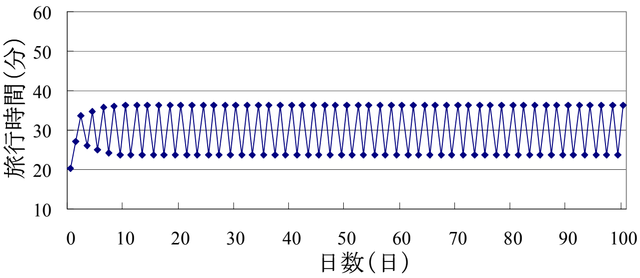

図-6(b) $\lambda = 1, \eta = 75$ の場合の day-to-day ダイナミクス

微分を行う. ここで, $\Phi(x)$ の導関数 $d\Phi/dx$ を $\Phi'(x)$ と表記し, Φ の n 回(写像)繰り返しを $\Phi^n(x)$ と表記する. Φ の均衡点での微係数は以下のように 3 つに分類できる.

$$\Phi'(x^*) = \begin{cases} +\infty & if\ 0 < \lambda < 1 \\ 1 - \eta \cdot t_c'(x^*) & if\ \lambda = 1 \\ 1 & if\ \lambda > 1 \end{cases} \tag{9}$$

式(5)(6)のような非線形差分方程式の場合, 一般に, 微係数の絶対値が 1 よりも大きい時は不安定であり, 1 よりも小さい時は漸近的に(局所)安定である [53]. 微係数の絶対値が 1 の場合は中立安定することが多いと考えられる[4]. 式(9)から $0 < \lambda < 1$ の場合, 均衡点は不安定であることが分かる. これはパラメータ η に関係なく, 成立している. この安定性分析の意味するところは, 均衡付近で旅行時間(差)に敏感な場合, たとえ旅行時間の感度(パラメータ η)の大小にかかわらず不安定になることである. $\lambda > 1$ で中立安定である場合, 一旦均衡点に近付くと, その均衡点から離れることはなく, 安定になることが多いと予想される. $\lambda = 1$ の場合, 旅行時間関数やパラメータ η に依存して, 安定か不安定かが決まる. パラメータ η が十分に小さい場合は $|\Phi'(x^*)| < 1$ となり, (局所)漸近安定である.

5. Day-to-Day ダイナミクスとカオス

第 3 章で述べたモデルの day-to-day ダイナミクスを考

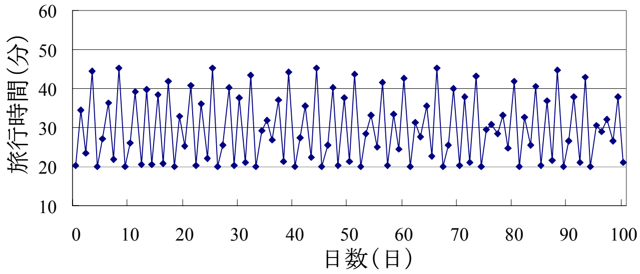

図-6(c) $\lambda = 1, \eta = 100$ の場合の day-to-day ダイナミクス

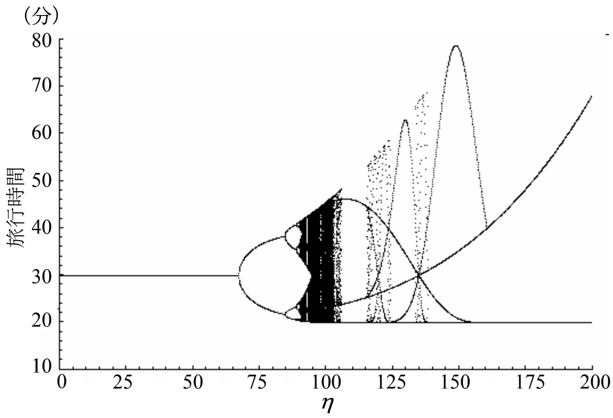

図-7 η に対する旅行時間の分岐図($\lambda = 1$ の場合)

察するのに際して, 以下のように設定する. 公共交通の旅行時間 t_t は 30 分(一定), 道路の旅行時間は BPR 関数 $t_f[1 + \alpha\,(x/C)^\beta]$ に従い, 自由走行時間 t_f は 20 分, 交通容量 C は 1000 台/時であり, BPR 関数のパラメータは標準値(α = 0.15, β = 4)とする. 以上の設定下では道路交通量の均衡値 x^* は 1351.2 となり, その時の道路の旅行時間は公共交通の旅行時間と等しい 30.0 分となる.

旅行時間の day-to-day ダイナミクスは, 1) 一意な均衡点への収束, 2) 周期的変動, 3) カオス的不規則変動の 3 種類に分類することが出来ると考えられる. **図-6(a)(b)(c)**がそれら 3 種類のダイナミクスの例である. 各図はともに $\lambda = 1$ で, それぞれ $\eta = 25, 75, 100$ の場合の day-to-day ダイナミクスである. なお, 本章では, **図-6** を含めて断りがない場合, 初期値 x_0 は 500 が用いられている. $\eta = 25$ の場合は均衡(30.0 分)に収束することが分かる. $\eta = 75$ の場合は 2 周期サイクルが定常状態となっている. $\eta = 100$ の場合は不規則に振動している(この場合がカオス挙動であるのかについては後で述べる).

$\lambda = 1$ の場合, パラメータ η により式(5)(6)の解(旅行時間ダイナミクス)がどのように変化するのかを検討するために分岐図を作成する. それが**図-7** である. **図-7** では, パラメータ η を 0.1 刻みにとっており, それぞれの η の値について, $t_c(x_{2701})$ から $t_c(x_{3000})$ までの 300 日分の道路旅行時間のプロットを, 横座標に η の値を, 縦座標に道路旅行時間の値をとった座標に記載している.

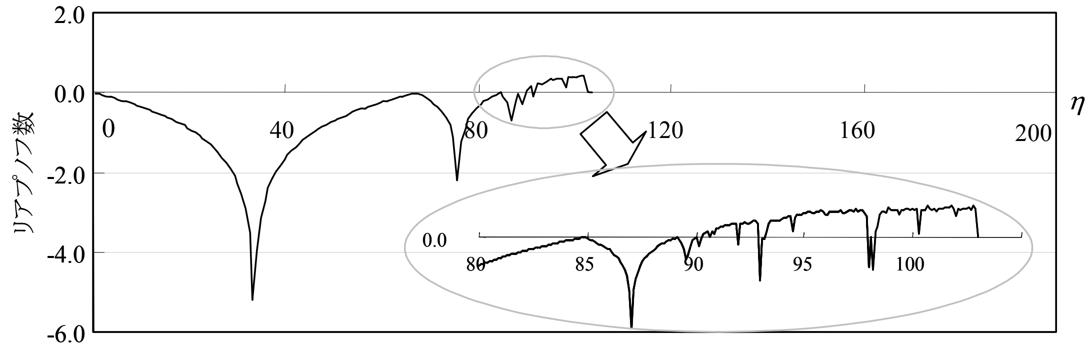

図-8 リアプノフ数($\lambda = 1$ の場合)

ただし, 複数日で同じ値をとる場合は 1 つのプロットとする. 例えば, $\eta = 75$ では, (横座標が 75 の)プロットは 2 つあることが分かる. つまり, 2701 日から 3000 日までに道路旅行時間がとる値は 2 つのみであり, 2 周期の変動を繰り返していることが予想される. 実際, 図-6(b)の通り, $\eta = 75$ での旅行時間は 2 周期振動である.

図-7 では, η が 67.6 までは 30.0(分)の値をとる 1 本の直線(直線状に並んだプロット集合)が描かれており, $\eta \leq 67.6$ では均衡に収束することがわかる. $67.6 < \eta \leq 85.1$ では 2 本の曲線が描かれており, 解が 2 つに分岐している. ここでは図-6(b)のように 2 周期解であることが分かる. その後, 解は 4 つに分岐することが見て取れる. その後, 順次解が倍に分岐し, 道路旅行時間は様々な値をとる, 複雑な挙動になっていくことが分かる.

カオスにはいくつかの定義が存在する. その一つはカオスが持つ初期値鋭敏性の有無によりカオスを定義もしくは判定するものである. 初期値鋭敏性とは, 初期値の僅かな違いが時間の経過とともに指数的に拡大する性質のことである. 初期値鋭敏性を測る指標として, 以下のように定義されるリアプノフ数がある[53]. リアプノフ数 L が正の場合, 初期値鋭敏性が認められ, カオスであるとされる.

$$L = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \sum_{i=0}^{n-1} \ln \left| \Phi'(x_i) \right| \qquad (10)$$

図-8 は上述の設定での Φ に関するリアプノフ数である. なお, n については, 3000 まで計算し, $x_0 = 500$ として算出している. 図-8 から η が 91 から 103 の場合, 一時的に L が負になる場合があるが, そのような例外を除いて, L は正の値をとり, カオスが生起していることがわかる. 図-8 のリアプノフ数により, $\eta = 100$ の図-6(c)のダイナミクスはカオスであることがわかる.

既に触れたように, カオスの定義には, いくつか存在するが, ここで, リ・ヨークの定理[54]を取り上げよう.

定理(リ・ヨーク) J を区間, F は実数区間 J からそれ自身に写す写像とする. 区間 J 上に点 a, b, c, d が存在し, 以下の条件を満たすとする.

$$d \leq a < b < c$$

$$b = \mathrm{F}(a),\ c = \mathrm{F}(b),\ d = \mathrm{F}(c)$$

この時, F の軌道は

(i) 全ての自然数 k について, 周期が k の軌道を持つ

(ii) J の非加算部分集合 S が存在し,

(a) S に含まれる任意の異なる 2 点 p, q に対し,

$$\limsup_{n \to \infty} \left| \mathrm{F}^n(p) - \mathrm{F}^n(q) \right| > 0$$

$$\liminf_{n \to \infty} \left| \mathrm{F}^n(p) - \mathrm{F}^n(q) \right| = 0$$

(b) S に含まれる任意の点 p と任意の周期点 q に対し,

$$\limsup_{n \to \infty} \left| \mathrm{F}^n(p) - \mathrm{F}^n(q) \right| > 0$$

を満たす.

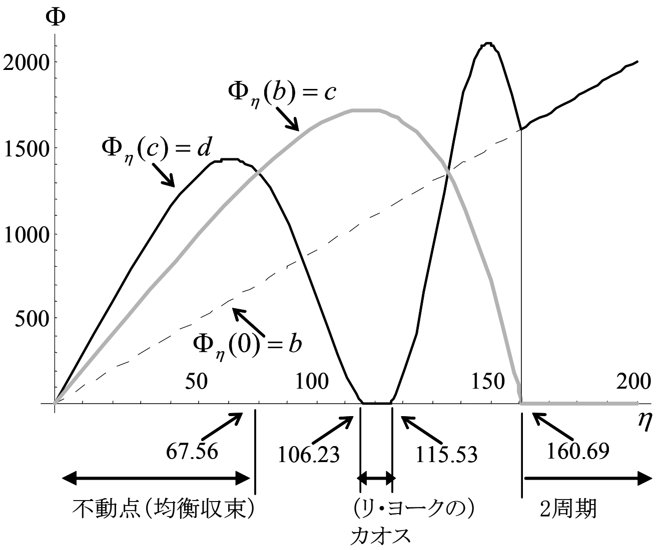

図-9 リ・ヨークのカオスの範囲

上の条件 (i) はどのような周期の軌道も含む(無限の周期を含む)ことを意味しており. 条件 (ii) は初期値鋭敏性を示している.

図-9 は, $\lambda = 1$ の場合で, $a = 0$ とした時の b, c, d

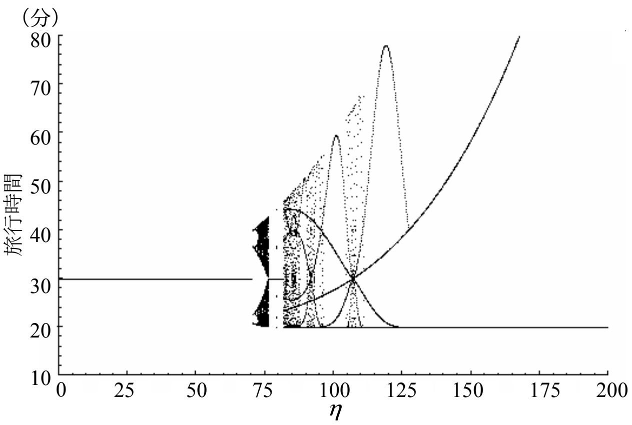

図-10 η に対する旅行時間の分岐図($\lambda = 1.1$ の場合)

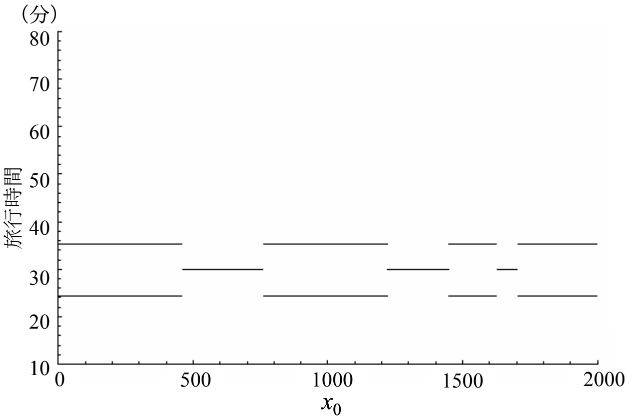

図-11 x_0 に対する旅行時間の分岐図($\lambda = 1.1$, $\eta = 61.5$)

の値を描いたものである. η の値によって, b, c, d の値が異なる. **図-9** の横軸は η とし, 縦軸を各 b, c, d の値である. **図-9** から $d \leq a < b < c$ となるのは, η が 106.23 から 115.53 の間であることが分かる. よって, $106.23 \leq \eta \leq 115.53$ では, Φ はリ・ヨークの意味でのカオスであると言える. なお, **図-9** は $a = 0$ とした場合のみを示しており, 上述の区間はリ・ヨークのカオスであるための十分条件である.

これまで $\lambda = 1$ の場合について分析してきた. 以下で, $\lambda > 1$ 及び $\lambda < 1$ の場合について考察する.

前章で, $\lambda > 1$ の場合, η の値に関わらず(中立)安定であることが多いのではないかと述べた. 前章の簡易な数学的分析は, 線形近似による分析であるため, 均衡点付近についてのみの分析である. したがって, どのような初期値であっても, 均衡に到達し, それが安定となる, 大域的に漸近安定であるとは限らない. 数値計算上で, それを確認するために, 分岐図を作成する. これが**図-10** であり, 作成は**図-7** と同様であるが, $\lambda = 1.1$ とした点だけが異なる. **図-10** から, η が 71 付近までは均衡に収束しているが, それ以降は, 一部例外を除き, 収束しない. **図-11** は $\lambda = 1.1$, $\eta = 61.5$ で, **図-10** では 500 としていた初期値 x_0 を変化させた分岐図である. 初期値

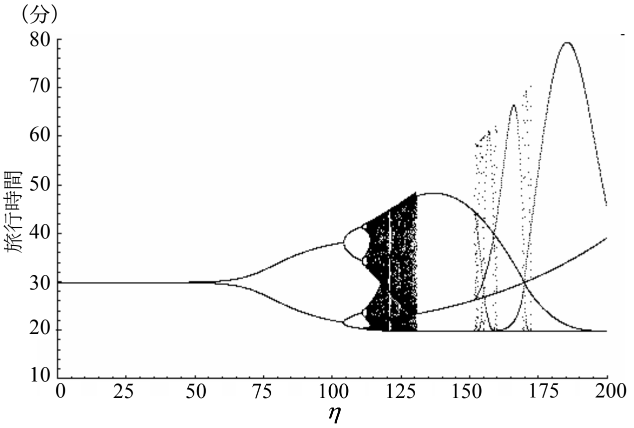

図-12 η に対する旅行時間の分岐図($\lambda = 0.9$ の場合)

によって, 2 周期振動と均衡への収束との 2 つに分かれているとことが分かる. 初期値により, 軌道は異なるのは, 軌道が均衡点付近を通過することがあると, 局所安定であるため, その均衡に収束することが出来るが, 均衡付近を通過しなければ収束しないと考えられるからである.

図-12 は $\lambda = 0.9$ の場合の分岐図である. 前章では, η に関係なく不安定と述べたが, **図-12** では, η が 45 より小さい場合は, 均衡へ収束しているように見える. これは, η が小さい場合は振動していてもその振動が小さく, 振動していないように見えるためである. 実務的には, このような非常に小さな振動による不安定を, 不安定な状態と識別することは混乱をきたすことになる可能性があると思われる.

本章では, 単純なネットワークを対象に, 旅行時間の day-to-day ダイナミクスについて分析を行った.

第 2 章の既往研究では, 微分方程式によるモデルにおいて, 均衡の安定性が示されていることを紹介したが, そのうちの 1 つである, Zhang と Nagurney のモデル [2]の離散化として位置付けられる本研究の差分方程式モデルでは, 必ずしも均衡が安定するとは限らないことが示された. 通常, 時間は連続で扱われることが多いが, 交通に関する day-to-day ダイナミクスを取り扱う場合, 特に通勤トリップが卓越するピーク時の day-to-day ダイナミクスなどを考察する時など, 離散的な時間として扱う方が適している場合の方が多いと思われる. これは行動主体のトリップが連続的に行われるものではなく, 通勤の場合は一日に一回だけ行われるなど, 離散的に行われるからである. 本研究の結果は, このような時間の取り扱い方が定性的に異なる結果を生み出すことがあることを示唆していると考えられる.

容易に想像できる結果ではあるものの, 旅行時間に対する感度が高い場合, システムは均衡に収束せず, 変動を続ける結果となった. さらに, 旅行時間に対する感度がある程度高いと, 旅行時間(交通量)がカオス的に変動することがあることが分かった. 旅行時間や交通

量を無限の精度で観測することは出来ず，観測交通量や旅行時間には誤差が含まれる．カオスの持つ初期値鋭敏性の性質により，初期値の僅かな違いであっても，その違いは指数的に広がるため，僅かな観測誤差により，長期的には全く異なった予測となってしまう．そのため，カオス的な挙動をしている場合，現時点の交通量を観測し，それを元に，旅行時間の長期予測を行うことは，観測誤差が指数的に拡大するため，非常に難しいと考えられる．また，上では，システムは必ずしも均衡に収束するとは限らないことを示したが，このような変動するという結果は，旅行時間・交通量が day-to-day レベルにおいて変動する理由は，OD 交通量自体が変動したり，交通容量が変動したりすることなど外生的な変動要因がない場合でも内生的に発生することがあることを示唆していると考えられる．

以上の結果は，仮想的なネットワークに対して，3 章で述べた抽象度の高いモデルから得られたものである．よって，定量的には，現実的な値から乖離する部分もあると考えられ，結果の定量的な意味はそれほど大きくないとも考えられる．むしろ，収束するのか，しないのか，カオスが発生するのか，しないのか，また，それに関係する要因はどのようなものか，という定性的な知見が重要であると考えられる．また，必ずしも収束するとは限らないことなどは，論理的には一つの例外のみを発見するだけで証明することが可能であり，本研究のような限定的なネットワークでの結果のみで十分とも考えられる．本研究の結果は，day-to-dayダイナミクスの研究の出発点であり，一般ネットワークでの分析や実際の旅行時間・交通量の分析などが必要であることは言うまでもない．

6. おわりに

交通ネットワークの管理や制御を考える上で，均衡の安定性や day-to-day ダイナミクスの研究を行うことは極めて重要である．本研究では，1 組の OD を公共交通と道路で結ぶ単純なネットワークを対象に，交通量の day-to-day のダイナミクスを記述する差分方程式モデルを構築するとともに，モデルの行動論的基礎を満足化原理の観点から与えた．本モデルは，マクロ的には，旅行時間が小さい経路の交通量は増加し，それが大きい経路の交通量は減少すると考え，交通量変化を微分方程式よって定式化した Zhang と Nagurney のモデル[2)]の離散化と位置付けることができる．そして，構築したモデルを用いて，day-to-day ダイナミクス及び均衡解の安定性について考察した結果，均衡に近い状態において旅行時間に敏感であればシステムが不安定になること，ある条件が満たされるとカオスが発生することがあることなどが分かった．これらの基礎的な知見は，ネットワークの交通量は必ずしも均衡に収束するとは限らず，ネットワークの旅行時間変動は OD 交通量の変化など外生的な要因がなくても，内生的にも発生し得ること，また，カオス的な変動が発生することがあり，その場合長期的な交通量や旅行時間の予測は理論的には非常に難しいことがあることなどを示唆するものと考えられる．

今後，モデルを一般的なネットワークに適用することや実際の旅行時間・交通量においてカオスが発生しているのかなどの検討が課題として挙げられる．

謝辞：本研究は，文部科学省科学研究費補助金 15760393（若手研究 B，研究代表・中山晶一朗）の援助により行われているものである．ここに記し，感謝いたします．

注

[1] 式(5)(6)の差分方程式は，**図−1** の対象ネットワークのための定式化である．本文で述べた満足化原理に基づき，閾値を越えると，最短経路に変更すると考えると，本稿のモデルを一般的ネットワークに適用できる以下のようなモデルに拡張することが出来る．

$$\Psi(x_{kr}) = \begin{cases} \max\left\{-\eta\left[t_{kr} - t_k^{\min}\right]^{\lambda}, -x_{kr}\right\} & if\ t_{kr} > t_k^{\min} \\ \dfrac{1}{n(t_k^{\min})}\sum_{r'} \min\left\{\eta\left[t_{kr'} - t_k^{\min}\right]^{\lambda}, x_{kr'}\right\} & if\ t_{kr} = t_k^{\min} \end{cases}$$

ここで，x_{kr}，t_{kr} はそれぞれ OD ペア k の経路 r の交通量と旅行時間，$t_k^{\min}$ は OD ペア k の最短経路旅行時間，$n(t_k^{\min})$ は OD ペア k で経路旅行時間が最短となる経路の数である．

[2] **図−4** で述べたメカニズムでは，閾値（満足域）が毎日（独立な）同一の一様分布に従うことを仮定している．閾値が各行動主体に固有で，時間により変化しない場合も考えられるが，定式化が極めて複雑になると考えられ，本研究では取り扱わない．

[3] 本 4 章では，線形的な数学分析を行っている．よって，得られた知見は，「一般常識」的な感覚からは乖離することがあるため，5 章でも述べるようにその解釈には注意が必要である．

[4] $\Phi'(x^*) = 1$ の場合，均衡点 x^* は双曲型ではなく，必ずしも均衡近傍の挙動を線形化から考察することは出来ない[53)]．したがって，中立安定ではない場合も存在する可能性がある．

参考文献

1) 例えば，土木学会土木計画学委員会交通ネットワーク出版小委員会：交通ネットワークの均衡分析:最新の理論と解法，丸善，東京，1988．

2) Zhang, D. and Nagurney, A.: On the Local and Global Stability of a Travel Route Choice Adjustment Process, *Transportation Research*, Vol. 30B, pp. 245-262, 1996.

3) Dupuis, P. and Nagurney, A.: Dynamical Systems and Variational Inequalities, *Annals of Operations Research*, Vol. 44, pp. 9-42, 1993.

4) Zhang, D. and Nagurney, A.: On the Stability of Projected Dynamical Systems, *Journal of Optimization Theory and*

Applications, Vol. 85, pp. 97-124, 1995.
5) Wardrop J.G.: Some Theoretical Aspects of Road Traffic Research, *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, Part II, Vol. 1, pp.325-378, 1952.
6) Nagurney, A. and Zhang, D.: Projected Dynamical Systems in the Formulation, Stability Analysis, and Computation of Fixed-Demand Traffic Network Equilibria, *Transportation Science*, Vol. 31, pp. 147-158, 1997.
7) Friesz, T.L., Bernstein, D., Mehta, N.J., Tobin, R.L. and Ganjalizadeh, S.: Day-to-Day Dynamic Network Disequilibria and Idealized Traveler Information Systems, *Operations Research,* Vol. 42, pp. 1120-1136, 1994.
8) Hahn, W.: *Theory and Application of Lyapunov's Direct Method*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, N.J., 1963.
9) Smith, M.J.: The Stability of Dynamic Model of Traffic Assignment —An Application of Method of Lyapunov, *Transportation Science*, Vol. 18, pp. 245-252, 1984.
10) 例えば, Hirsch, M.W. and Smale, S.: *Differential Equations, Dynamical Systems, and Linear Algebra*, Academic Press, New York, 1974.（田村一郎,水谷忠良,新井紀久子訳：力学系入門, 岩波書店，東京，1976．）
11) Smith, M.J. and Wisten, M.B.: A Continuous Day-to-Day Traffic Assignment Model and the Existence of a Continuous Dynamic User Equilibrium, *Annals of Operations Research*, Vol. 60, pp. 59-79, 1995.
12) de Palma, A. and Lefevre, C.: Individual Decision-Making in Dynamic Collective Systems, *Journal of Mathematical Sociology*, Vol. 9, pp. 103-124, 1983.
13) Kahn, D., de Palma, A. and Deneubourg, J.L.: Noisy Demand and Mode Choice, *Transportation Research*, Vol. 19B, pp. 143-153, 1985.
14) de Palma, A. and Lefevre, C.: The Theory of Deterministic and Stochastic Compartmental Models and its Applications, *Urban Systems: Contemporary Approaches to Modelling*, Bertuglia, C.S. et al. eds., Croom Helm, London, pp. 490-540, 1987.
15) Ben-Akiva, M., Cyna, M.M. and de Palma, A.: Dynamic Model of Peak Period Congestion, *Transportation Research*, Vol. 18B, pp. 339-355, 1984.
16) Vythoulkas, P.C.: A Dynamic Stochatic Assignment Model for the Analysis of General Networks, *Transportation Research*, Vol. 24B, pp. 453-469, 1990.
17) Ben-Akiva, M. and de Palma, A.: Analysis of a Dynamic Residential Locations Choice Model with Transaction Costs, *Journal of Regional Science*, Vol. 26, pp. 321-341, 1986.
18) Horowitz, J.L.: The Stability of Stochastic Equilibrium in a Two-Link Transportation Network, *Transportation Research*, Vol. 18B, pp. 13-28, 1984.
19) Canterella, G.E. and Cascetta, E.: Dynamic Process and Equilibrium in Transportation Networks: Towards a Unifying Theory, *Transportation Science*, Vol. 29, pp. 305-329, 1995.
20) Watling, D.: Stability of the Stochastic Equilibrium Assignment Problem: A Dynamical Systems Approach, *Transportation Research*, Vol. 33B, pp. 281-312, 1999.
21) 飯田恭敬, 内田敬, 宇野伸宏：経路選択行動の動態変化に関するシミュレーション分析, 土木計画学・講演集, No. 12, pp. 29-36, 1989.
22) Emmerink, R.H.M., Axhausen, K.W., Nijkamp, P. and Rietveld, P.: Effects of Information in Road Transport Networks with Recurrent Congestion, *Transportation*, Vol. 22, pp. 21-53, 1995.
23) 小林潔司, 藤岡勝巳：合理的期待形成過程を考慮した経路選択モデルに関する研究, 土木学会論文集, No.458/IV-18, pp. 17-26, 1993.
24) 宮城俊彦：ベイズ学習過程と確率的利用者均衡モデル, 土木計画学研究・論文集, No. 8, pp. 73-80, 1990.
25) Jha, M., Madanat, S. and Peeta, S.: Perception Updating and Day-to-Day Travel Choice Dynamics in Traffic Networks with Information Provision, *Transportation Research*, Vol. 6C, pp. 189-212, 1989.
26) Mahmassani, H.S. and Chang, G.-L.: Experiments with Departure Time Choice Dynamics of Urban Commuters, *Transportation Research*, Vol. 20B, pp. 297-320, 1986.
27) 中山晶一朗, 北村隆一：帰納的推論に基づく経路選択行動と道路交通システムの動態に関する研究, 土木学会論文集, No.660/IV-49, pp. 53-63, 2000.
28) Simon, H.A.: *Administrative Behavior: A Study of Decision-Making Process in Administrative Organization*, Macmillan, New York, 1947.（松田武彦他訳：経営行動, ダイヤモンド社, 東京, 1965．）
29) Simon, H.A.: *Models of Man: Social and Rational*, John Wiley & Sons, New York, 1957.（宮沢光一監訳：人間行動のモデル, 同文舘出版, 東京, 1970．）
30) Anderson, J.R.: *Cognitive Psychology and Its Implications*, W.F. Freeman and Company, San Francisco, 1980.（富田達彦他訳：認知心理学概論, 誠信書房, 東京, 1982．）
31) Nakayama, S., Kitamura, R. and Fujii, S.: Drivers' Learning and Network Behavior: A Dynamic Analysis of the Driver-Network System as a Complex System. *Transportation Research Record*, No. 1676, pp. 30-36, 1999.
32) 中山晶一朗：行動主体の認知過程を考慮した交通システムの動的挙動に関する研究, 京都大学学位論文, 2000.
33) Cascetta, E.: Stochastic Process Approach to the Analysis of Temporal Dynamics in Transportation Networks, *Transportation Research*, Vol. 23B, pp. 1-17, 1989.
34) Cascetta, E. and Canterella, G.E.: A Day-to-Day and Within-Day Dynamic Stochastic Assignment Model, *Transportation Research*, Vol. 25A, pp. 277-291, 1991.
35) Davis, G.A. and Nihan, N.L.: Large Population Approximations of a General Stochastic Traffic Assignment Model, *Operations Research*, Vol. 41, pp. 169-178, 1993.
36) 小林潔司：不完備情報下における交通均衡に関する研究，土木計画学研究・論文集，No. 8，pp. 81-88，1990.
37) Muth, J.F.: Rational Expectations and the Theory of Price Movements, *Econometrica*, Vol. 29, pp. 315-335, 1961.
38) Lucas, R.E., Jr.: Asset Prices in an Exchange Economy, *Econometrica*, Vol. 46, pp. 1429-1445, 1978.
39) Daganzo, C.F. and Sheffi, Y.: On Stochastic Model of Traffic Assignment, *Transportation Science*, Vol. 11, pp. 253-274, 1977.
40) Holland, J.H, Holyoak, K.J., Nisbett, R.E., and Thagard, P.R.: *Induction —Processes of Inference, Learning, and Discovery*, MIT Press, Cambridge, 1986.
41) Mahmassani, H.S. and Chang, G.-L: Dynamic Aspects of Departure-Time Choice Behavior in a Commuting System: Theoretical Framework and Experimental Analysis, *Transportation Research Record*, No. 1037, pp. 88-101, 1985.
42) Mahmassani, H.S., G.-L. Chang, G.-L. and Herman, R.: Individual Decisions and Collective Effects in a Simulated Traffic System, *Transportation Science*, Vol. 20, pp. 258-271, 1986.
43) Mahmassani, H.S. and Tong, C.-C.: Availability of Information and Dynamics of Departure Time Choice: Experimental Investigation, *Transportation Research Record*, No. 1085, pp. 33-47, 1986.
44) Mahmassani, H.S. and Stephan, D.G.: Experimental Investigation of Route and Departure Time Choice Dynamics of Urban Commuters, *Transportation Research Record*, No. 1203, pp. 69-84, 1988.

45) Mahmassani, H.S.: Dynamic Models of Commuter Behavior: Experimental Investigation and Application to the Analysis of Planned Traffic Disruptions, *Transportation Research*, Vol. 24A, pp. 465-484, 1990.
46) 飯田恭敬，内田敬，宇野伸宏：交通情報の効果を考慮した経路選択行動の動的分析，土木学会論文集，No.470/IV-20, pp. 77-86，1993.
47) Iida, Y., Akiyama, T. and Uchida, T.: Experimental Analysis of Dynamic Route Choice Behavior, *Transportation Research,* Vol. 26B, pp. 17-32, 1992.
48) 小林潔司，安野貴人：室内実験によるドライバーの合理的期待に関する仮説検定，土木計画学研究・論文集，No.12, pp. 493-500，1995.
49) Adler, J.L. and McNally, M.G.: In-Laboratory Experiments to Investigate Driver Behavior under Advanced Traveler Information Systems, *Transportation Research*, Vol. 2C, pp.149-164, 1992.
50) Bonsall, P.: The Influence of Route Guidance Advice on Route Choice in Urban Networks, *Transportation*, Vol. 19, pp. 1-23, 1992.
51) 溝上章志，柿本竜治，柴木雅也：情報提供下での動学的経路選択行動に関する実験的分析，交通工学，Vol. 35(3)，pp. 9-19，2000.
52) Granovetter, M.: Threshold Models of Collective Behavior, *American Journal of Sociology*, Vol. 83, pp. 1420-1443, 1978.
53) 例えば，香田徹：離散力学系のカオス，コロナ社，東京，1998.
54) Li, T. Y. and Yorke, J.A.: Period Three Implies Chaos, *American Mathematical Monthly*, Vol. 8, pp. 985-992, 1975.

（2004.11.??受付）

A STUDY ON TRAVEL TIME STABILITY OF A TRANSPORTATION SYSTEM: DAY-TO-DAY DYNAMICS IN A SIMPLE NETWORK

Shoichiro NAKAYAMA

Day-to-day dynamics of a transportation network and its stability are deeply related each other, and studying them are very important in view of traffic management or control. The fundamental questions including whether or not network equilibrium is stable and what conditions for stability are needed are examined in this study. We formulate a difference equation model of day-to-day dynamics of the simple network, which consists of a road and a public transit link, and investigate day-to-day dynamics and stability of the network. As a result, we find that if travelers are not sensitive to travel time difference, the system is stable; otherwise, it is unstable, and chaotic oscillation occurs if the certain conditions are satisfied.