道路ネットワーク上の移動時間と移動時間信頼性の価値に関する研究

内田　賢悦[1]

[1]正会員　北海道大学大学院　北方圏環境政策工学部門（〒060-8628 札幌市北区北13条西8丁目）
E-mail: uchida@eng.hokudai.ac.jp

本研究では，道路ネットワークにおける移動時間価値と移動時間信頼性価値を推計する均衡配分モデルの提案を行う．提案するモデルは，需要変動型利用者均衡配分モデルと等価な問題構造を有し，解の唯一性が保証されており，需要変動型利用者均衡配分のアルゴリズムにより容易に解くことができる．モデルで定式化される交通需要関数は，道路ネットワーク上での効用最大化行動から導出される．したがって，交通需要関数は効用最大化行動に基づき，時間価値および時間信頼性価値を扱う既往研究による結果と整合性をもつ．

Key Words : *value of travel time, value of travel time reliability, stochastic network model*

1. はじめに

交通ネットワークにおける移動時間信頼性評価の必要性から，交通ネットワーク上の不確実性を扱う多くの研究が行われてきた．ネットワーク上の主な不確実性は，供給，需要および交通行動に関するものに分類される．移動時間信頼性を扱う研究は，確率的交通需要を扱うものから始まった．Asakura & Kashiwadani (1991) は，交通需要が正規分布に従うと仮定し，正規分布からランダムサンプリングしたOD 交通量を用いて，利用者均衡配分を複数回解くことによって，移動時間信頼性を求めた．Clark & Watling (2005) は，ポアソン分布に従う確率的 OD 交通容量下における移動時間信頼性を推計する均衡配分モデルを提案した．彼らの研究では，プロビット型確率的利用者均衡がドライバーの経路選択行動を表現するために用いられている．また，Isserlis (1918) が提案した方法を適用し，確率的移動時間の分散を計算している．Nakayama & Takayama (2003) OD 交通量が二項分布に従うと仮定した上で，ドライバーの経路選択行動に利用者均衡を適用した交通配分モデルを提案した．彼らの研究では，積率母関数から移動時間信頼性を計算している．Zhou & Chen (2008) は，OD 交通量が対数正規分布に従うと仮定した上で，ドライバーの経路選択行動に利用者均衡を適用した交通配分モデルを提案した．Shao et al. (2006) は，OD 交通量が正規分布に従うと仮定した上で，ドライバーの経路選択行動にロジット型確率的利用者均衡を適用した交通配分モデルを提案した．彼らは，希望到着時刻に対するセーフティマージンの観点から，移動時間信頼性を分析している．

交通容量を確率変数と捉える研究も多く存在する．Cascetta (1989), Cascetta & Canterella (1991) マルコフ連鎖を適用した動的交通配分モデルを提案した．ここで提案されたモデルによって，確率的リンク交通容量下における利用者均衡状態が計算される．Bell et al. (1993) は，ロジット型確率的利用者均衡に対する感度分析法を適用して，移動時間信頼性を推計した．Cassir & Bell (2002) は，同様の方法を適用して OD 交通量，リンク交通容量両方が確率分布に従う場合の移動時間信頼性を推計した．Chen et al. (1999) 確率的リンク交通容量下におけるネットワーク容量信頼性を分析した．彼らは，モンテカルロシミュレーションを適用してネットワーク容量信頼性を推計している．Chen et al. (2002) は，同様の方法を適用し，OD 交通量，リンク交通容量両方が確率分布に従う場合のネットワーク容量信頼性を分析した．Lo and Tung (2003) は，交通容量が一様分布に従うと仮定した均衡配分モデルを提案した．彼らは，移動時間信頼性を推計するためにメリン変換を適用している．Uchida & Munehiro (2010) は観測交通データから確率的交通容量を推計する方法を提案した．さらに，確率的リンク交通容量下の利用者均衡配分

モデルも提案した．彼らの研究では，移動時間信頼性を推計するために正規分布のm乗（mは任意の整数）の確率分布を近似計算する Bras & Georgakakos (1989) によって提案された方法を適用している．

交通需要および交通容量両方を確率変数と捉えるのは自然な流れである．Lam et al (2008) 確率的交通容量下の均衡配分モデルを提案した．彼らの研究では，悪天候がリンク交通容量に与える影響が考慮されており，そのリンク交通容量の低下率が正規分布に従うと仮定したモデル構築が行われている．Lam et al (2008) の研究は，Shao et al. (2008) によってマルチユーザクラスへのモデル拡張がなされ，さらには，Sumalee et al. (2011) によってマルチモーダルネットワークへのモデル拡張がなされた．

Watling (2006) は，移動時間が正規分布に従うと仮定した均衡配分モデルを提案した．ドライバーの経路選択には，目的地への早着，遅着ペナルティを考慮したプロビット型確率的利用者均衡が適用されている．Ng et al. (2011) 移動時間信頼性を評価するための手法を提案した．彼らの提案した手法では，移動時間の確率分布を特定しなくても移動時間信頼性を推計できることが特徴として挙げられる．Wu & Nie (2011) は，確率優劣理論に基づいた経路選択における risk-taking 行動の異質性をモデル化する方法を提案した．以上の研究では，ネットワークにおける不確実性の要因を特定せずに，移動時間が確率変数として表現されている．

交通施策が交通ネットワーク上の移動時間および移動時間信頼性に与える効果を計測するためには，時間価値および時間信頼性の価値（以下，時間信頼性価値とする）を推計する必要がある．これらの価値は，Brownstone & Small (2005) で議論されているように，SP データを用いたロジットモデル等の経験モデルから推計することができる．一方，交通行動における時間価値を理論的に扱う先駆的な研究としては，Becker (1965) や DeSerpa (1971) などが挙げられる．最近の研究では，Fosgerau & Karlström (2010) は，スケジューリング選好に基づく時間信頼性価値を導出している．Fosgerau & Engelson (2011) は，出発地と到着地における時間変動する線形効用率から定義されるスケジューリング選好に基づく時間信頼性価値を分析している．彼らは，適用した分析フレームワークと整合的な移動時間信頼性は，移動時間の分散であることを示した．

以上で概観したように，交通ネットワーク上において均衡配分モデルにより移動時間信頼性を推計する研究と時間価値および時間信頼性価値を分析する研究は，別々に行われてきた．本研究では，道路ネットワーク上の時間価値と時間信頼性価値を推計する 2 つの均衡配分モデルを提案する．提案するモデルは，独立な確率的リンク交通容量下における利用者均衡配分問題として定式化される．提案するモデルから推計される時間価値および時間信頼性価値は，道路ネットワーク上の観測リンク交通量と整合性をもつことが特徴として挙げられる．

2. ネットワーク上の交通量

(1) 記号

本研究で使用する主な記号は以下の通りである．

N	ネットワーク上のノードの集合
A	ネットワーク上のリンクの集合
I	O-D ペアの集合
J_i	O-D ペア i 間の経路集合
δ_{aj}	リンク a が経路 j の一部であれば 1，それ以外のときに 0 をとる変数.
Q_i	O-D ペア i 間の確率的交通需要
q_i	O-D ペア i 間の確定的交通需要
$\tilde{q}_i$	O-D ペア i 間の確率的交通需要の推計値
F_{ij}	O-D ペア i 間の経路 j の確率的交通量
f_{ij}	O-D ペア i 間の経路 j の確定的交通量
$\tilde{f}_{ij}$	O-D ペア i 間の経路 j の確定的交通量の推計値
V_a	リンク a の確率的交通量
v_a	リンク a の確定的交通量
$\hat{v}_a$	リンク a の観測交通量
p_{ij}	O-D ペア i 間の交通需要が経路 j を選択する比率
r_a^i	O-D ペア i 間の交通需要がリンク a の交通量に占める比率
C_a	リンク a の確率的交通容量
$t_a(\cdot)$	リンク a の移動時間関数
$\rho_a(\cdot)$	リンク a の移動費用関数
$\sigma_a^2(\cdot)$	リンク a の移動時間の分散を計算する関数

(2) リンク交通量・リンク交通容量

本研究で仮定する確率的交通需要Q_iは，平均と分散のみで特徴付けられ，それらはそれぞれ$E[Q_i]$，$\mathrm{var}[Q_i]$で与えられるものとする．確率的交通需要Q_iを用いて，経路 $j \in \mathrm{J}_i$ の交通量F_{ij}は式(1)で与えられる

$$F_{ij} = p_{ij} \cdot Q_i \left(j \in \mathrm{J}_i \right). \tag{1}$$

ここでF_{ij}は，平均，分散がそれぞれ$E[F_{ij}] = p_{ij} \cdot E[Q_i]$，$\mathrm{var}[F_{ij}] = (p_{ij})^2 \cdot \mathrm{var}[Q_i]$で与えら

れる互いに独立な確率変数となる．$p_{ij}(j \in \mathrm{J}_i)$は，リンク選択確率であり，適用される経路選択モデル，たとえば，利用者均衡配分，確率的利用者均衡配分またはシステム最適配分によって決定される．リンク a 上の確率的交通量 V_a は式(2)で与えられる．

$$V_a = \sum_{i \in \mathrm{I}} \sum_{j \in \mathrm{J}_i} \delta_{aj} \cdot F_{ij} \quad \forall a \in \mathrm{A} . \tag{2}$$

したがって，リンク交通量は平均，分散がそれぞれ式(3)，(4)で与えられる確率変数となる．

$$E[V_a] = \sum_{i \in \mathrm{I}} \sum_{j \in \mathrm{J}_i} \delta_{aj} \cdot E[F_{ij}] \ \ \forall a \in \mathrm{A} , \tag{3}$$

$$\mathrm{cov}[V_a, V_b] = \sum_{i \in \mathrm{I}} \sum_{j \in \mathrm{J}_i} \delta_{aj} \cdot \delta_{bj} \cdot \mathrm{var}[F_{ij}] \forall a, b \in \mathrm{A} . \tag{4}$$

本研究で仮定する確率的交通容量$C_a(a \in \mathrm{A})$は，平均，分散，共分散がそれぞれ$E[C_a](a \in \mathrm{A})$，$\mathrm{var}[C_a]$，$\mathrm{cov}[C_a, C_b](a, b \in \mathrm{A})$で与えられる多変量正規分布に従うと仮定する．

3. 経路選択行動

(1) 移動時間

リンク移動時間は，確率的交通容量C_aを所与とした確率的交通量V_aの関数，すなわち，$t_a(V_a; C_a)$で表現されると仮定する．その結果，O-D ペア i 間の経路 j の移動時間 ($\breve{\Xi}_{ij}$) は式(5)で与えられる．

$$\breve{\Xi}_{ij} = \sum_{a \in \mathrm{A}} t_a(V_a; C_a) \cdot \delta_{aj} \ \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i . \tag{5}$$

経路移動時間の平均，共分散はそれぞれ式(6)，(7)で与えられる．

$$E[\breve{\Xi}_{ij}] = \sum_{a \in \mathrm{A}} t_a(V_a) \cdot \delta_{aj} \ \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i , \tag{6}$$

$$\begin{aligned} &\mathrm{cov}[\breve{\Xi}_{i_1 j_1}, \breve{\Xi}_{i_2 j_2}] \\ &= \sum_{a_1 \in \mathrm{A}} \sum_{b \in \mathrm{A}} \mathrm{cov}[t_a(V_a; C_a) \cdot \delta_{aj_1}, t_b(V_b; C_b) \cdot \delta_{bj_2}] \\ &= \sum_{a \in \mathrm{A}} \sum_{b \in \mathrm{A}} \delta_{aj_1} \cdot \delta_{bj_2} \cdot \mathrm{cov}[t_a(V_a; C_a), t_b(V_b; C_b)] \\ &\forall i_1, i_2 \in \mathrm{I}, \forall j_1, \in \mathrm{J}_{i_1}, \forall j_2 \in \mathrm{J}_{i_2} \end{aligned} \tag{7}$$

where

$$t_a(V_a) = E[t_a(V_a; C_a)] \ \forall a \in \mathrm{A} . \tag{8}$$

経路移動時間の分散は，式(9)で与えられる．

$$\mathrm{var}[\breve{\Xi}_{ij}] = \mathrm{cov}[\breve{\Xi}_{ij}, \breve{\Xi}_{ij}] \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i . \tag{9}$$

リンク移動時間の分散は，確率的交通容量C_aを所与とした確率的交通量V_aの関数，すなわち，$\mathrm{var}[t_a(V_a; C_a)]$で表現されるものと仮定し，式(10)で表現する．

$$\sigma_a^2(V_a) = \mathrm{var}[t_a(V_a; C_a)] \ \forall a \in \mathrm{A} . \tag{10}$$

式(6)，(7)で表現される経路移動時間の平均および共分散は，リンク交通量のみが正規分布に従い，リンク交通量が確定的に与えられた場合，Isserlis (1918) が提案した方法により計算することができる．たとえば，Clark & Watling (2005) を参照されたい．確率的交通容量のみが正規分布に従う場合の計算法に関しては，Uchida & Munehiro (2010) を参照されたい．リンク交通量，リンク交通容量両方が正規分布に従う場合，Clark & Watling (2005) と Uchida & Munehiro (2010) で示された方法を組み合わせることによって，式(6)，(7) は計算することができる．

(2) 移動費用

移動費用に影響を与える要因としては，燃料代，自動車の維持管理費用などが考えられる．本研究では，確率的交通容量C_aを所与とした確率的交通量V_aの関数，すなわち，$\rho_a(V_a; C_a)$によってリンク移動費用が表現されると仮定する．その結果，O-D ペア i 間の経路 j の移動費用 ($\breve{\Gamma}_{ij}$) は式(11)で与えられる．

$$\breve{\Gamma}_{ij} = \sum_{a \in \mathrm{A}} \rho_a(V_a; C_a) \cdot \delta_{aj} \ \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i . \tag{11}$$

経路移動時間の平均は，式(12)で与えられる．

$$E[\breve{\Gamma}_{ij}] = \sum_{a \in \mathrm{A}} \rho_a(V_a) \cdot \delta_{aj} \ \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i , \tag{12}$$

where

$$\rho_a(V_a) = E[\rho_a(V_a; C_a)] \ \forall a \in \mathrm{A} . \tag{13}$$

(3) 経路選択問題の定式化

リスク回避的なドライバーは，平均移動時間，平均移動費用だけではなく，移動時間の変動も考慮に入れて経路選択を行うものと考えられる．Smith (1979) の定式化を適用すると，経路交通量ベクトル $\mathbf{F} = (F_{11}, \ldots, F_{ij}, \ldots)^T$ およびパラメータ $\breve{\lambda}_i > 0$，$\breve{\gamma}_i > 0$ and $\breve{\omega}_i > 0$ を用いて，リスク回避的なドライバーの経路選択問題は，以下の利用者均衡型配分問題として定式化される．

find $\mathbf{F}^*$ such that

$$\sum_{i \in \mathrm{I}} \sum_{j \in \mathrm{J}_i} \breve{c}_{ij}(\mathbf{F}^*) \cdot \left(E[F_{ij}] - E[F_{ij}^*]\right) \geq 0 , \tag{14}$$

s.t.

$$\sum_{j \in \mathrm{J}_i} E[F_{ij}] = E[Q_i] \forall i \in \mathrm{I} , \tag{15}$$

where

$$\breve{c}_{ij}(\mathbf{F}) = \breve{\lambda}_i \cdot E[\breve{\Xi}_{ij}] + \breve{\gamma}_i \cdot \mathrm{var}[\breve{\Xi}_{ij}] + \breve{\omega}_i \cdot E[\breve{\Gamma}_{ij}] \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i \tag{16}$$

$\mathbf{F}^*$ は，均衡状態での経路フローベクトルである．以下では，パラメータ，変数あるいは変数ベクトルに上付きの* が付された場合，その変数，パラメータあるいは変数ベクトルが最適化されたもの，あるいは均衡状態のものであることを示すことにする．

4. 時間価値・時間信頼性価値の推計

(1) 仮定の簡略化

前章までは，O-D 交通量，リンク交通容量が共に確率変数として表現されてきた．第 4 章以降では，これら 2 変数に関する仮定の簡略化を行った上で，時間価値および時間信頼性価値を推計するモデルの定式化を行う．Fosgerau & Engelson (2011) に従い，本研究での移動時間信頼性は，移動時間の分散であると定義する．はじめに，O-D 交通量に関する仮定の簡略化を行う．以下では，O-D 交通量は確定的に与えられるものと考え，それをQ_iの替わりにq_iと表現する．一般性を失うことなく，$q_i = E[Q_i]$と考えても差し支えない．その結果，経路交通量は式(17)で表現される．

$$f_{ij} = p_{ij} \cdot q_i \ \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i . \tag{17}$$

次に交通容量に関する仮定の簡略化を行う．以下では，確率的交通容量$C_a(a \in \mathrm{A})$は，平均，分散がそれぞれ$E[C_a](a \in \mathrm{A})$，$\mathrm{var}[V_a]$で表現される互いに独立な正規分布に従うものとする．すなわち，$\mathrm{cov}[C_a, C_b] = 0 \, (a \neq b \in \mathrm{A})$が成立する．

リンク交通量v_aと互いに独立な確率的リンク交通容量C_aを用いて，確率的経路移動時間は式(18)で表現される．

$$\Xi_{ij} = \sum_{a \in \mathrm{A}} t_a(v_a; C_a) \cdot \delta_{aj} \ \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i , \tag{18}$$

where

$$v_a = \sum_{i \in \mathrm{I}} \sum_{j \in \mathrm{J}_i} f_{ij} \cdot \delta_{aj} \ \ \forall a \in \mathrm{A} . \tag{19}$$

同様に，確率的経路移動費用は式(20)で表現される．

$$\Gamma_{ij} = \sum_{a \in \mathrm{A}} \rho_a(v_a; C_a) \cdot \delta_{aj} \ \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i . \tag{20}$$

式 (18)，(20) の平均は，それぞれ式(21)，(22)で与えられる．

$$E[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in \mathrm{A}} t_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \ \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i , \tag{21}$$

$$E[\Gamma_{ij}] = \sum_{a \in \mathrm{A}} \rho_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \ \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i . \tag{22}$$

where

$$t_a(v_a) = E[t_a(v_a; C_a)] \ \forall a \in \mathrm{A} , \tag{23}$$

$$\rho_a(v_a) = E[\rho_a(v_a; C_a)] \ \forall a \in \mathrm{A} . \tag{24}$$

一方，経路移動時間の分散は式(25)で表現される．

$$\mathrm{var}[\Xi_{ij}] = \sum_{a \in \mathrm{A}} \sigma_a^2(v_a) \cdot \delta_{aj} \ \forall i \in \mathrm{I}, \forall j \in \mathrm{J}_i , \tag{25}$$

where

$$\sigma_a^2(v_a) = \sigma_a^2(v_a; C_a) \ \forall a \in \mathrm{A} . \tag{26}$$

本研究では，$t_a(v_a)$，$\sigma_a^2(v_a)$，$\rho_a(v_a)$はすべてリンク交通量v_aに関する単調増加関数であると仮定する．

(2) 問題の定式化

定式化に先立ち，以下に示す3つの仮定を設けた．

A1. ネットワーク上のリンク交通量は計測可能である．

A2. 計測されたリンク交通量は，平均移動時間，平均移動費用および移動時間信頼性に関する制約下におけるドライバーの効用最大化行動の結果として現れたものである．

A3. A2 で述べた 3 つの制約は，観測交通量から推計することができる．

私的限界費用に基づく経路選択行動を表現するため，それぞれ平均移動時間，平均移動費用および移動時間信頼性に関連する式(27)-(29)に示す 3 つの仮想変数を導入する．

$$\hat{t}_a(v_a) = \frac{\int_0^{v_a} t_a(w) dw}{v_a} , \tag{27}$$

$$\hat{\rho}_a(v_a) = \frac{\int_0^{v_a} \sigma_a^2(w) dw}{v_a} , \tag{28}$$

$$\hat{\sigma}_a^2(v_a) = \frac{\int_0^{v_a} \sigma_a^2(w) dw}{v_a} . \tag{29}$$

Nguyen (1984), LeBlank & Farhargian (1982), Hazelton (2000) または Hazelton (2001) などで提案されている方法を適用すると，A1 から得られる観測交通量$\hat{v}_a \forall a \in \mathrm{A}$から O-D 交通量の推計値$\tilde{q}_i \ \forall i \in \mathrm{I}$だけではなく，経路交通量の推計値$\tilde{f}_{ij} \ \forall i, \forall j$も得ることができる．そこで，$\tilde{q}_i \ \forall i \in \mathrm{I}$は所与であると仮定し，以下に示す問題を考えよう．

[primary problem: PP]:

$$\max u = \sum_{i \in \mathrm{I}} \int_0^{q_i} \frac{\alpha_i}{w} dw , \tag{30}$$

s.t.

$$\sum_{i \in \mathrm{I}} t_i \cdot q_i \leq \phi , \tag{31}$$

$$\sum_{i \in \mathrm{I}} \rho_i \cdot q_i \leq \pi , \tag{32}$$

$$\sum_{i \in \mathrm{I}} \sigma_i^2 \cdot q_i \leq \theta , \tag{33}$$

$$q_i + e_i = \breve{q}_i (> \tilde{q}_i) \ \forall i \in \mathrm{I} , \tag{34}$$

and (17) and (19), where

$$t_i = \sum_{j \in \mathrm{J}_i} \sum_{a \in \mathrm{A}} p_{ij} \cdot \hat{t}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} = \sum_{j \in \mathrm{J}_i} \sum_{a \in \mathrm{A}} \frac{f_{ij}}{q_i} \cdot \hat{t}_a(v_a) \cdot \delta_{aj} \quad \forall i \in \mathrm{I}, \tag{35}$$

$$\rho_i = \sum_{j\in \mathrm{J}_i}\sum_{a\in \mathrm{A}} p_{ij}\cdot\hat{\rho}_a(v_a)\cdot\delta_{aj} = \sum_{j\in \mathrm{J}_i}\sum_{a\in \mathrm{A}} \frac{f_{ij}}{q_i}\cdot\hat{\rho}_a(v_a)\cdot\delta_{aj} \quad \forall i\in \mathrm{I}, \quad (36)$$

$$\sigma_i^2 = \sum_{j\in \mathrm{J}_i}\sum_{a\in \mathrm{A}} p_{ij}\cdot\hat{\sigma}_a^2(v_a)\cdot\delta_{aj} = \sum_{j\in \mathrm{J}_i}\sum_{a\in \mathrm{A}} \frac{f_{ij}}{q_i}\cdot\hat{\sigma}_a^2(v_a)\cdot\delta_{aj} \quad \forall i\in \mathrm{I}, (37)$$

$$\phi = \sum_{a\in \mathrm{A}} \hat{t}_a(\hat{v}_a)\cdot\hat{v}_a , \quad (38)$$

$$\pi = \sum_{a\in \mathrm{A}} \hat{\rho}_a(\hat{v}_a)\cdot\hat{v}_a , \quad (39)$$

$$\theta = \sum_{a\in \mathrm{A}} \hat{\sigma}_a^2(\hat{v}_a)\cdot\hat{v}_a . \quad (40)$$

式(30)で表わされる目的関数は，ネットワーク上での効用関数と解釈することができる．なぜなら，目的関数は式(41)のように変換することができ，それはコブダグラス型効用関数と同形式となるからである．

$$\max u = \sum_{i\in \mathrm{I}} \int_0^{q_i} \frac{\alpha_i}{w} dw = \sum_{i\in \mathrm{I}} \alpha_i\cdot\ln(q_i). \quad (41)$$

式(41)では，O-D 交通量q_iを代替財（以下では代替交通量とよぶ），$\alpha_i > 0$ は $\sum \alpha_i = 1$となるパラメータと仮定している．仮定 A2 に従い，式(41)に示したネットワーク上の効用関数は，それぞれのドライバーの効用最大化行動から導かれる（付録 1）．またパラメータ$\alpha_i > 0 \forall i$の設定法も付録 1 で議論されている．式(34)の $e_i(0\le e_i < \breve{q}_i)$ は，超過需要（Gartner (1980)参照）であり，ネットワークに表れない需要交通量である．式(34)の$\breve{q}_i$はそれぞれの O-D ペアiに与えられる定数であり，それらは想定される最大交通需要よりも大きな値をとる．t_iは，利用される経路の仮想的平均移動時間の平均値である．同様にρ_i, σ_i^2 は，それぞれ利用される経路の仮想的平均移動費用，仮想的移動時間信頼性に関する平均値である．以下では説明の簡略化のため，t_i, ρ_i, σ_i^2をそれぞれ O-D ペアiに関する平均移動時間，平均移動費用および平均移動時間信頼性と呼ぶことにする．仮定 A3 に従い，式(31)-(33)は観測リンク交通量から計算されている．式(17), (19), (34)の関係を除けば，PP は標準的な制約条件付き効用最大化問題と等価な問題構造を有していることがわかる．すなわち PP は，ネットワーク上での効用関数最大化問題に，平均移動時間，平均移動費用および平均移動時間信頼性に関する制約条件を付加した問題構造となっている．式(42)に示す経路交通量とリンク交通量の関係式を適用すると，式(38)-(40)に示した制約条件は，それぞれ式(43)-(45)として表現できる．

$$v_a = \sum_{i\in \mathrm{I}}\sum_{j\in \mathrm{J}_i} f_{ij}\cdot\delta_{aj} . \quad (42)$$

$$\sum_{a\in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} t_a(w)dw \le \phi , \quad (43)$$

$$\sum_{a\in \mathrm{A}} \rho_a(v_a)\cdot v_a \le \pi , \quad (44)$$

$$\sum_{a\in \mathrm{A}} \sigma_a^2(v_a)\cdot v_a \le \theta . \quad (45)$$

式(43)-(45)の制約条件に関する部分双対化 (Lasdon (1970)) を行うことによって，PP を解くことにする．λ^*, ω^*, γ^*は，それぞれ式(43)-(45) に示した制約条件の最適ラグランジュ乗数を表わすものとする．PP は，制約条件(17), (19), (34)の下で，以下に示すラグランジュ関数を最小化する問題と等価となる．

$$L = \lambda^*\cdot\left(\sum_{a\in \mathrm{A}}\int_0^{v_a} t_a(w)dw - \phi\right) + \omega^*\cdot\left(\sum_{a\in \mathrm{A}}\int_0^{v_a} \rho_a(w)dw - \pi\right) + \gamma^*\cdot\left(\sum_{a\in \mathrm{A}}\int_0^{v_a} \sigma_a^2(w)dw - \theta\right) - \sum_{i\in \mathrm{I}}\int_0^{q_i}\frac{\alpha_i}{w}dw, \quad (46)$$

上記の問題で定数項を無視すると，PP は以下に示す問題に帰着する．

$$\min \tilde{L} = \sum_{a\in \mathrm{A}}\int_0^{v_a} \chi_a(w)dw - \sum_{i\in \mathrm{I}}\int_0^{q_i}\frac{\alpha_i}{w}dw , \quad (47)$$

s.t. (17), (19) and (34) where

$$\chi_a(w) = \lambda^*\cdot t_a(w) + \omega^*\cdot\rho_a(w) + \gamma^*\cdot\sigma_a^2(w) \ \forall a\in \mathrm{A} . \quad (48)$$

後に示すように，$\chi_a(v_a)$はv_aに関する単調増加関数となるため，上記の最適化問題は，$\chi_a(v_a)$をリンクコスト，α_i/q_i を逆需要関数とみなすことによって，需要変動型利用者均衡問題と等価な問題構造を有することがわかる．以下では，逆需要関数を $d_i^{-1}(\mathbf{q})$ where $\mathbf{q} = (q_1,\dots,q_i,\dots)^T$ と表現することにする．式(47)右辺第 2 項は式(49)となる．

$$-\sum_{i\in \mathrm{I}}\int_0^{q_i} d_i^{-1}(\mathbf{q})dw = -\sum_{i\in \mathrm{I}}\int_0^{\breve{q}_i}\frac{\alpha_i}{w}dw + \sum_{i\in \mathrm{I}}\int_0^{e_i}\frac{\alpha_i}{\breve{q}_i - w}dw \quad (49)$$
$$= const. - \alpha_i\cdot(\ln(\breve{q}_i - e_i) - \ln(\breve{q}_i)).$$

したがって PP は，以下に示す需要変動型均衡配分型問題と等価な問題に変換できる．

[user equilibrium assignment with variable demand problem 1: UE-VD1]:

$$\min \hat{L} = \sum_{a\in \mathrm{A}}\int_0^{v_a} \chi_a(w)dw + \sum_{i\in \mathrm{I}}\int_0^{e_i}\frac{\alpha_i}{\breve{q}_i - w}dw , \quad (50)$$

s.t. (17), (19) and (34).

時間価値，時間信頼性価値はそれぞれ式(51)，(52)で与えられる．

$$\tau = \frac{\lambda^*}{\omega^*}, \tag{51}$$

$$\upsilon = \frac{\gamma^*}{\omega^*}. \tag{52}$$

PP と UE-VD1 は，もしラグランジュ関数 L が λ, ω, γ に関して凹であれば，唯一の解をもつことが知られている．$-u$ は凸関数であり，式(43)-(45) に示される制約条件は凸であることは明らかである．したがって鞍点定理より，ラグランジュ関数 L は λ, ω, γ に関して凹となることがわかる．以上から，PP と UE-VD1 は唯一の解をもつが示された．また，式(43)-(45) に示される制約条件は不等式制約であるため，$\lambda^* \geq 0$, $\omega^* \geq 0$ and $\gamma^* \geq 0$ となる．さらに $t_a(v_a)$, $\rho_a(v_a)$, $\sigma_a^2(v_a)$ はリンク交通量 v_a に関する単調増加関数であると仮定しているため，$\chi_a(v_a) \forall a \in \mathrm{A}$ もまたリンク交通量 v_a に関する単調増加関数となることがわかる．したがって，最適なラグラジアン乗数 λ^*, ω^*, γ^* が推計されると，UE-VD1 は，各 O-D ペア i のノード間を交通量，リンクコスト関数がそれぞれ e_i，$\alpha_i/(\breve{q}_i - e_i)$ で与えられるダミーリンクによって結ぶことにより，利用者均衡問題のアルゴリズムによって容易に解くことができる．任意の実行可能な λ, ω, γ に対応するラグラジアン関数の値（L），リンク交通量（$v_a(\forall a)$）および O-D 交通量ベクトル（$\mathbf{q}$）は，需要変動型利用者均衡配分問題のアルゴリズムを適用すると得ることができる．したがって，需要変動型利用者均衡問題と凸計画問題のアルゴリズムを組み合わせた解法を適用すれば，最適なラグランジュ乗数 λ^*, ω^*, γ^* は推計可能である．

次に，式(43)-(45)の代わりに式(53)-(55)に示す制約式を各 O-D ペア i に付加した問題を考えよう．

$$t_i \cdot q_i = \sum_{a \in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} r_a^i \cdot t_a(v_a) dw \leq \phi_i \quad \forall i \in \mathrm{I}, \tag{53}$$

$$\rho_i \cdot q_i = \sum_{a \in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} r_a^i \cdot \rho_a(v_a) dw \leq \pi_i \quad \forall i \in \mathrm{I}, \tag{54}$$

$$\sigma_i^2 \cdot q_i = \sum_{a \in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} r_a^i \cdot \sigma_a^2(v_a) dw \leq \theta_i \quad \forall i \in \mathrm{I}, \tag{55}$$

where

$$r_a^i = \frac{\sum_{j \in \mathrm{J}_i} f_{ij} \cdot \delta_{aj}}{v_a}. \tag{56}$$

ϕ_i π_i, θ_i はそれぞれ式(57)-(59)で与えられる．

$$\phi_i = \sum_{a \in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} \hat{r}_a^i \cdot t_a(\hat{v}_a) dw, \tag{57}$$

$$\pi_i = \sum_{a \in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} \hat{r}_a^i \cdot \rho_a(\hat{v}_a) dw, \tag{58}$$

$$\theta_i = \sum_{a \in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} \hat{r}_a^i \cdot \sigma_a^2(\hat{v}_a) dw, \tag{59}$$

where

$$\hat{r}_a^i = \frac{\sum_{j \in \mathrm{J}_i} \tilde{f}_{ij} \cdot \delta_{aj}}{\hat{v}_a}. \tag{60}$$

式(53), (54), (55)に示した制約条件に対する最適なラグラジアン乗数 $\lambda_i^* \geq 0$, $\omega_i^* \geq 0$, $\gamma_i^* \geq 0 \, \forall i \in \mathrm{I}$ を用いると，部分双対化されたラグラジアン関数は，式(61)で与えられる．

$$\begin{aligned} L = &\sum_{i \in \mathrm{I}} \lambda_i^* \cdot \left(\sum_{a \in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} r_a^i \cdot t_a(w) dw - \phi_i \right) \\ &+ \sum_{i \in \mathrm{I}} \omega_i^* \cdot \left(\sum_{a \in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} r_a^i \cdot \rho_a(w) dw - \pi_i \right) \\ &+ \sum_{i \in \mathrm{I}} \gamma_i^* \cdot \left(\sum_{a \in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} r_a^i \cdot \sigma_a^2(w) dw - \theta_i \right) - \sum_{i \in \mathrm{I}} \int_0^{q_i} d_i^{-1}(\mathbf{q}) dw. \end{aligned} \tag{61}$$

上記の問題は，以下に示す需要変動型利用者均衡問題と等価な問題に変換できる．

[user equilibrium assignment with variable demand problem 2: UE-VD2]:

$$\min \tilde{L} = \sum_{a \in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} \chi_a(w) dw + \sum_{i \in \mathrm{I}} \int_0^{e_i} \frac{\alpha_i}{\breve{q}_i - w} dw, \tag{62}$$

s.t. (17), (19) and (31), where

$$\chi_a(w) = \lambda_a^* \cdot \hat{t}_a(w) + \omega_a^* \cdot \rho_a(w) + \gamma_a^* \cdot \hat{\sigma}_a^2(w) \;\; \forall a \in \mathrm{A}. \tag{63}$$

ここで式(63)の λ_a^*, ω_a^*, γ_a^* は，それぞれ式(64)-(66)で与えられる．

$$\lambda_a^* = \sum_{i \in \mathrm{I}} \lambda_i^* \cdot r_a^i \geq 0 \;\; \forall a \in \mathrm{A}, \tag{64}$$

$$\omega_a^* = \sum_{i \in \mathrm{I}} \omega_i^* \cdot r_a^i \geq 0 \;\; \forall a \in \mathrm{A}, \tag{65}$$

$$\gamma_a^* = \sum_{i \in \mathrm{I}} \gamma_i^* \cdot r_a^i \geq 0 \;\; \forall a \in \mathrm{A}. \tag{66}$$

この場合，O-D ペア毎の時間価値，時間信頼性価値は，それぞれ式(67)，(68)で与えられる．

$$\tau_i = \frac{\lambda_i^*}{\omega_i^*}, \tag{67}$$

$$\upsilon_i = \frac{\gamma_i^*}{\omega_i^*}. \tag{68}$$

UE-VD1で行った議論を適用すると，UE-VD2が唯一の解を有することがわかる．さらに，最適なラグラジアン乗数が得られれば，UE-VD2 は利用者均衡配

分のアルゴリズムによって容易に解けることもわかる．UE-VD1と同様に，最適なラグラジアン乗数も推計可能である．

Dafermos (1982)の定式化を適用すると，経路交通量ベクトル: $\mathbf{f}=\left(f_{11},...,f_{ij},...\right)^T$，O-D 交通量ベクトル: $\mathbf{q}=\left(q_1,...,q_i,...\right)^T$ を用いて，UE-VD1 と UE-VD2 は以下の通り定式化することもできる．

find $\left(\mathbf{f}^* \quad \mathbf{q}^*\right)$ such that

$$\sum_{i\in \mathrm{I}}\sum_{j\in \mathrm{J}_i} c_{ij}\left(\mathbf{f}^*\right)\cdot\left(f_{ij}-f_{ij}^*\right)-\sum_{i\in \mathrm{I}} d_i^{-1}\left(\mathbf{q}^*\right)\cdot\left(q_i-q_i^*\right)\geq 0,\tag{69}$$

s.t. (17) and (19), where

$$c_{ij}\left(\mathbf{f}\right)=\sum_{a\in \mathrm{A}}\chi_a\left(V_a\right)\cdot\delta_{aj}\ \forall i\in \mathrm{I},\forall j\in \mathrm{J}_i.\tag{70}$$

上記の定式化は，式(14)-(16)に示した需要固定型利用者均衡問題を需要変動型問題に拡張したものとなっていることがわかる．

一方，式(33)-(37)を計算する際，$\hat{t}_a\left(v_a\right)$，$\hat{\rho}_a\left(v_a\right)$，$\hat{\sigma}_a^2\left(v_a\right)$ にそれぞれ $t_a\left(v_a\right)$，$\rho_a\left(v_a\right)$，$\sigma_a^2\left(v_a\right)$ を代入すると，システム最適型の均衡配分モデルを導出することができる（付録 2）．

5. まとめ

本研究では，道路ネットワークにおける時間価値および時間信頼性価値を推計する 2 つのモデルの提案を行った．提案したモデルでは，ネットワーク上のリンク交通量が観測可能であると仮定している．モデルから推計される時間価値および時間信頼性価値は，ドライバーの経路選択行動を表現することによって，観測リンク交通量と整合性のあるものとなっている．また提案したモデルは，需要変動型利用者均衡配分問題と等価な構造を有していており，解の一意性が保証された問題として定式化されている．したがって，需要変動型利用者均衡配分のアルゴリズムにより，提案されたモデルは容易に解くことが可能である．モデルで定式化された O-D 交通需要関数は，ネットワーク上のドライバーの効用最大化行動より導出することができる．したがって，効用最大化行動に基づき時間価値および時間信頼性価値を理論的に推計する研究と整合性のあるものと考えられる．

本研究では，時間価値および時間信頼性価値を推計するモデルの定式化を示し，さらに，解の一意性，アルゴリズムに関する議論も行った．提案したモデルの解特性を明らかにするためには数値実験を行う必要があるが，これは今後行っていく所存である．

付録 1

ここでは，ネットワークにおける効用関数のパラメータ設定法を示す．ネットワーク上のトライバーは，経済（システム）における消費者でもあると考える．はじめに，経済における消費者の効用最大化問題を考える．本研究では，経済における消費者 k の 効用関数を以下に示すコブダグラス型関数によって表現する．

$$u_k=\sum_i \alpha_i^k\cdot\ln\left(q_i^k\right)+\alpha_l^k\cdot\ln\left(t_l^k\right)+\alpha_z^k\cdot\ln\left(q_z^k\right).\tag{A.1}$$

ここで $q_i^k\left(i=1,...,|\Pi|\right)$，$t_l^k$，$q_z^k$ は，それぞれ消費者 k が消費または行う代替交通 i の量，平均余暇時間および合成財 z の量である．$\alpha_i^k\left(i=1,...,|\Pi|\right)$，$\alpha_l^k$，$\alpha_z^k$ はパラメータである．ここで式(A.1)では，DeSerpa (1971)で仮定されている効用関数と異なり，交通行動に要する移動時間が効用レベルに影響を与えないと仮定している点に注意が必要である．経済における制約条件として，平均利用可能時間，予算および時間信頼性に関するものを仮定する．消費者 k の平均利用可能時間制約を以下で与える．

$$\sum_i t_i\cdot q_i^k+t_l^k+t_w^k\leq t^k.\tag{A.2}$$

ここで $t_i\left(i=1,...,|\Pi|\right)$，$t_l^k$，$t_w^k$ は，それぞれ代替交通 $i\left(i=1,...,|\Pi|\right)$ の平均移動時間，平均余暇時間および平均労働時間である．t^k は消費者 k の平均利用可能時間である．消費者 k の予算制約を以下で与える．

$$\sum_i \rho_i\cdot q_i^k+\rho_z\cdot q_z^k\leq w_k\cdot t_w^k,\tag{A.3}$$

ここで $\rho_i\left(i=1,...,|\Pi|\right)$，$\rho_z$ は，それぞれ代替交通 $i\left(i=1,...,|\Pi|\right)$ の平均移動費用，合成財 z の価格である．w_k は賃金率である．消費者 k の時間信頼性に関する制約を以下で与える．

$$\sum_i \sigma_i^2\cdot q_i^k+\sigma_{l,k}^2+\sigma_{w,k}^2\leq\sigma_k^2,\tag{A.4}$$

ここで $\sigma_i^2\left(i=1,...,|\Pi|\right)$，$\sigma_{l,k}^2$，$\sigma_{w,k}^2$ は，それぞれ代替交通 $i\left(i=1,...,|\Pi|\right)$ の移動時間信頼性，余暇時間信頼性および労働時間信頼性である．σ_k^2 は，消費者 k が許容できる活動時間全体の信頼性である．

経済における効用最大化問題の変数 t_l^k，q_z^k，$\sigma_{l,k}^2$，$\sigma_{w,k}^2$ は，道路ネットワークにおける効用最大化問題では所与であると仮定し，それらはそれぞれ $\hat{t}_l^k$，$\hat{q}_z^k$，$\hat{\sigma}_{l,k}^2$，$\hat{\sigma}_{w,k}^2$ で与えられると考える．したがって，道路ネットワークにおける効用最大化問題では，$q_i^k\left(i=1,...,|\Pi|\right)$ のみを変数として扱うことになる．観測リンク交通量から O-D 交通量 $\tilde{q}_i$ を推計する際，t_i，ρ_i，σ_i^2 も推計可能であるが，それらの推計値をそれぞれ $\tilde{t}_i$，$\tilde{\rho}_i$，$\tilde{\sigma}_i^2$ と表わすことにする．以上の関

係から得られる道路ネットワークにおける効用関数と対応する制約条件をそれぞれ以下で与える．

$$\widehat{u}_k = \sum_i \alpha_i^k \cdot \ln\left(q_i^k\right), \tag{A.5}$$

$$\sum_i \widetilde{t}_i \cdot q_i^k \le \widehat{t}^k, \tag{A.6}$$

$$\sum_i \widetilde{\rho}_i \cdot q_i^k \le \widehat{b}^k, \tag{A.7}$$

$$\sum_i \widetilde{\sigma}_i^2 \cdot q_i^k \le \widehat{\sigma}_k^2. \tag{A.8}$$

where

$$\widehat{u}_k = u_k - \alpha_l^k \cdot \ln\left(\hat{t}_l^k\right) - \alpha_z^k \cdot \ln\left(\hat{q}_z^k\right), \tag{A.9}$$

$$\widehat{t}^k = t^k - \hat{t}_l^k - \hat{t}_w^k, \tag{A.10}$$

$$\widehat{b}^k = w_k \cdot \hat{t}_w^k - \rho_z \cdot \hat{q}_z^k, \tag{A.11}$$

$$\widehat{\sigma}_k^2 = \sigma_k^2 - \hat{\sigma}_{l,k}^2 - \hat{\sigma}_{w,k}^2. \tag{A.12}$$

制約式(A.10)-(A.12)を直接求めることは困難であるため，消費者kが消費する代替交通iの量（q_i^k）は推計可能であると仮定する．さらに，その推計値を$\widetilde{q}_i^k\left(i = 1,...,|\Pi|\right)$と表現すると，式(A.10)-(A.12) の制約値 $\widehat{t}^k$, $\widehat{b}^k$, $\widehat{\sigma}_k^2$ の推計値は，それぞれ以下で与えられる．

$$\widetilde{t}^k = \sum_i \widetilde{t}_i \cdot \widetilde{q}_i^k, \tag{A.13}$$

$$\widetilde{b}^k = \sum_i \widetilde{\rho}_i \cdot \widetilde{q}_i^k, \tag{A.14}$$

$$\widetilde{\sigma}_k^2 = \sum_i \widetilde{\sigma}_i^2 \cdot \widetilde{q}_i^k. \tag{A.15}$$

推計された$\widetilde{q}_i^k$と整合する効用関数のパラメータは，3 つの制約式(A.6)-(A.8)のうちの 1 つを用いれば推計することができる．以下の議論では，平均移動時間に関する制約式(A.6)を用いた結果のみを考えることにする．ここで，式(A.13)-(A.15)に示したように制約式(A.6)-(A.8)はすべて，推計された$\widetilde{q}_i^k$から決定されるため，制約式(A.6)-(A.8)のいずれか 1 つを適用しても同じパラメータ値が推計されることに注意が必要である．制約条件下のコブダグラス型効用関数の最大化問題を考えると，推計された$\widetilde{q}_i^k$と整合的なパラメータは，以下で与えられる．

$$\alpha_i^k = \frac{\widetilde{t}_{i'} \cdot \widetilde{q}_{i'}^k}{\sum_{i'} \widetilde{t}_{i'} \cdot \widetilde{q}_{i'}^k}. \tag{A.16}$$

ここで，ネットワーク上のドライバー数をnとすると，ネットワーク上で観測される代替交通$i\left(= 1,...,|\Pi|\right)$の推計量（$\widetilde{q}_i$）は以下で与えられる．

$$\widetilde{q}_i = \sum_{k=1}^{n} \widetilde{q}_i^k. \tag{A.17}$$

ネットワークでの平均移動時間に関する制約は，式(43)で与えられるため，以下の関係式が成立することになる．

$$\phi = \sum_{k=1}^{n} \widetilde{t}_k. \tag{A.18}$$

同様に，ネットワークにおける平均移動費用と移動時間信頼性に関する制約は，それぞれ式(44)，(45)で与えられるため，以下に示す 2 つの関係式が成立する．

$$\pi = \sum_{k=1}^{n} \widetilde{b}_k, \tag{A.19}$$

$$\theta = \sum_{k=1}^{n} \widetilde{\sigma}_k^2. \tag{A.20}$$

式(A.6)の制約下でネットワーク上で推計される$\widetilde{q}_i\left(i = 1,...,|\Pi|\right)$と整合性のある効用関数は，以下で与えることができる．

$$u = \sum_i \alpha_i \cdot \ln\left(q_i\right), \tag{A.21}$$

where

$$\alpha_i = \sum_k w_k \cdot \alpha_i^k. \tag{A.22}$$

式(A.22)に示したパラメータは，式(A.23)で示されるウェイトを用いたドライバーkのパラメータ値（α_i^k）の加重平均となっていることがわかる．

$$w_k = \frac{\sum_i \widetilde{t}_i \cdot \widetilde{q}_i^k}{\sum_i \widetilde{t}_i \cdot \widetilde{q}_i} \quad \left(k = 1,...,n\right). \tag{A.23}$$

上記の事実は，式(A.16)で用いた議論を適用すると，推計された O-D 交通量$\widetilde{q}_i\left(i = 1,...,|\Pi|\right)$と整合性のあるパラメータは以下で与えられることから導くことができる．

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \frac{\widetilde{t}_i \cdot \widetilde{q}_i}{\sum_{i'} \widetilde{t}_{i'} \cdot \widetilde{q}_{i'}} = \frac{\sum_k \widetilde{t}_i \cdot \widetilde{q}_i^k}{\sum_{i'} \widetilde{t}_{i'} \cdot \widetilde{q}_{i'}} \\ &= \sum_k \left(\frac{\sum_{i'} \widetilde{t}_{i'} \cdot \widetilde{q}_{i'}^k}{\sum_{i'} \widetilde{t}_{i'} \cdot \widetilde{q}_{i'}} \cdot \frac{\widetilde{t}_i \cdot \widetilde{q}_i^k}{\sum_{i'} \widetilde{t}_{i'} \cdot \widetilde{q}_{i'}^k} \right) = \sum_k w_k \cdot \alpha_i^k \end{aligned} \quad .\text{(A.24)}$$

以上から，経済における消費者の効用最大化行動から，道路ネットワークにおける効用関数が導出できることが示された．

付録 2

式(35)-(37)において，$\hat{t}_a\left(v_a\right)$，$\hat{\rho}_a\left(v_a\right)$，$\hat{\sigma}_a^2\left(v_a\right)$にそれぞれ$t_a\left(v_a\right)$，$\rho_a\left(v_a\right)$，$\sigma_a^2\left(v_a\right)$を代入すると以下の関係式を得る．

$$t_i = \sum_{j\in \mathrm{J}_i}\sum_{a\in \mathrm{A}} p_{ij}\cdot t_a(v_a)\cdot\delta_{aj} = \sum_{j\in \mathrm{J}_i}\sum_{a\in \mathrm{A}} \frac{f_{ij}}{q_i}\cdot t_a(v_a)\cdot\delta_{aj}\,\forall i\in \mathrm{I}, \tag{B.1}$$

$$\rho_i = \sum_{j\in \mathrm{J}_i}\sum_{a\in \mathrm{A}} p_{ij}\cdot\rho_a(v_a)\cdot\delta_{aj} = \sum_{j\in \mathrm{J}_i}\sum_{a\in \mathrm{A}} \frac{f_{ij}}{q_i}\cdot\rho_a(v_a)\cdot\delta_{aj}\quad \forall i\in \mathrm{I}, \tag{B.2}$$

$$\sigma_i = \sum_{j\in \mathrm{J}_i}\sum_{a\in \mathrm{A}} p_{ij}\cdot\sigma_a^2(v_a)\cdot\delta_{aj} = \sum_{j\in \mathrm{J}_i}\sum_{a\in \mathrm{A}} \frac{f_{ij}}{q_i}\cdot\sigma_a^2(v_a)\cdot\delta_{aj}\quad \forall i\in \mathrm{I}. \tag{B.3}$$

上記の式に対応する制約式は以下で与えられる．

$$\sum_{a\in \mathrm{A}} t_a(v_a)\cdot v_a \le \breve{\phi}, \tag{B.4}$$

$$\sum_{a\in \mathrm{A}} \rho_a(v_a)\cdot v_a \le \breve{\pi}, \tag{B.5}$$

$$\sum_{a\in \mathrm{A}} \sigma_a^2(v_a)\cdot v_a \le \breve{\theta}, \tag{B.6}$$

where

$$\breve{\phi} = \sum_{a\in \mathrm{A}} t_a(\hat{v}_a)\cdot\hat{v}_a, \tag{B.7}$$

$$\breve{\pi} = \sum_{a\in \mathrm{A}} \rho_a(\hat{v}_a)\cdot\hat{v}_a, \tag{B.8}$$

$$\breve{\theta} = \sum_{a\in \mathrm{A}} \sigma_a^2(\hat{v}_a)\cdot\hat{v}_a. \tag{B.9}$$

3つの制約式に関する最適なラグランジュ乗数 $\breve{\lambda}^*$, $\breve{\gamma}^*$, $\breve{\omega}^*$ 用いると，PP は以下に示す需要変動型システム最適問題と等価な問題に変換できる．

[system optimal assignment with variable demand problem: SO-VD]:

$$\min \hat{L} = \sum_{a\in \mathrm{A}} \int_0^{v_a} \breve{\chi}_a(w)dw + \sum_{i\in \mathrm{I}} \int_0^{e_i} \frac{\alpha_i}{\breve{q}_i - w}dw, \tag{B.10}$$

s.t. (17), (19) and (34), where

$$\breve{\chi}_a(w) = \breve{\lambda}^*\cdot\breve{t}_a(w) + \breve{\gamma}^*\cdot\breve{\sigma}_a^2(w) + \breve{\omega}^*\cdot\breve{\rho}_a(w)\ \forall a\in \mathrm{A}. \tag{B.11}$$

(B.11)の $\breve{t}_a(w)$, $\breve{\rho}_a(w)$, $\breve{\sigma}_a^2(w)$ は，それぞれ以下で与えられる．

$$\breve{t}_a(w) = t_a(w) + w\cdot\frac{dt_a(w)}{dw}, \tag{B.12}$$

$$\breve{\rho}_a(w) = \rho_a(w) + w\cdot\frac{d\rho_a(w)}{dw}, \tag{B.13}$$

$$\breve{\sigma}_a^2(w) = \sigma_a^2(w) + w\cdot\frac{d\sigma_a^2(w)}{dw}. \tag{B.14}$$

この場合の時間価値および時間信頼性価値（それぞれ $\breve{\tau}$, $\breve{\upsilon}$ とする）は，以下で与えられる．

$$\breve{\tau} = \frac{\breve{\lambda}^*}{\breve{\omega}^*}, \tag{B.15}$$

$$\breve{\upsilon} = \frac{\breve{\gamma}^*}{\breve{\omega}^*}. \tag{B.16}$$

ここで定式化された問題では，平均移動時間，平均移動費用および移動時間信頼性に関する社会的限界費用を考慮して，ドライバーの経路選択行動が表現されている．

参考文献

1) Asakura, Y. and Kashiwadani, M. (1991) Road network reliability caused by daily fluctuation of traffic flow, In: Proceedings of the 19th PTRC Summer Annual Meeting in Brighton, Seminar G, 73-84.
2) Becker, G.S. (1965) A theory of the allocation of time. Economic Journal 75 (299), 493–517.
3) Bell, M. G. H., Cassir, C., Iida, Y. and Lam, W. H. K. (1993) A sensitivity based approach to network reliability assessment, Proceedings of the 14th International Symposium on Transportation and Traffic Theory, Jerusalem, Israel, 283-300.
4) Bras, R. L., and Georgakakos, K. P. (1989) Real time nonlinear filtering techniques in streamflow forecasting: a statistical linearization approach. In Proceedings of the Third International Symposium on Stochastic Hydraulics, 95-105.
5) Brownstone, D. and Small, K. A. (2005) Valuing Time and Reliability: Assessing the evidence from road pricing demonstrations, Transportation Research Part A, Vol.39, 279-293.
6) Cascetta, E. (1989) A stochastic process approach to the analysis of temporal dynamics in transportation networks. Transportation Research, 23B(1), 1-17.
7) Cascetta, E. and Canterella, G. E. (1991) A day to day and within-day dynamic stochastic assignment model, Transportation Research, 25A, 277-291.
8) Cassir, C. and Bell, M. G. H. (2002) Estimation of Travel Time Reliability Using Stochastic User Equilibrium Assignment Sensitivity, In: M. Patriksson and M. Labbé (Eds.), Transportation Planning, Kluwer Academic Publishers, UK, 69-84.
9) Chen, A., Yang, H., Lo, H. and Tang, W. H. (1999) A capacity related reliability for transportation networks, Journal of Advanced Transportation, Vol.33, No.2, 183-200.
10) Chen, A., Yang, H., Lo, H. K., and Tang, W. H. (2002) Capacity reliability of a road network: an assessment methodology and numerical results. Transportation Research, 36B(3), 225-252.
11) Clark, S. D., and Watling, D. P. (2005) Modelling network travel time reliability under stochastic demand. Transportation Research, 39B(2), 119-140.
12) Dafermos, S.C. (1982) The general multimodal network equilibrium problem with elastic demand, Networks, Vol. 12, 57-72.
13) DeSerpa, A. C. (1971) A theory of the economics of time, The Economic Journal, 81 (324), 828-846.
14) Fosgerau, M. and Karlström, M. (2010) The value of reliability, Transportation Research Part B 44, 38–49.
15) Fosgerau, M. and Engelson, L. (2011) The value of travel time variance, Transportation Research Part B, 45, 1–8.
16) Gartner, G. H. (1980) Optimal traffic assignment with elastic demands: A review part II, Transportation Science 14, 174-191.
17) Hazelton, M. (2000) Estimation of origin-destination matrices from link flows in uncongested networks. Transportation Research Part B, 34, 549-566.
18) Hazelton, M. (2001) Inference for origin-destination matrices: estimation, prediction and reconstruction. Transportation Research Part B, 35, 667-676.
19) Isserlis, L. (1918) On a formula for the product-moment coefficient of any order of normal frequency distribution in

any number of variables. Biometrika, 12 (1-2), 134-139.
20) Lam, W. H. K., Shao, H. and Sumalee, A. (2008) Modeling impacts of adverse weather conditions on a road network with uncertainty in demand and supply, Transportation Research Part B, Vol.42, No.10, 890-910.
21) Lasdon, L. (1970) Optimization Theory for Large Systems, Macmillian, New York.
22) LeBlanc, L. J. and Farhargian, K. (1982) Selection of a trip table which reproduce observed link flows, Transportation Research, 16B, 83-88.
23) Lo, H. K., and Tung, Y.-K. (2003) Network with degradable links: capacity analysis and design. Transportation Research, 37B (4), 345-363.
24) Nakayama, S., and Takayama, J. (2003) Traffic network equilibrium model for uncertain demands, The 82nd Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, D.C.
25) Ng, M.W., Szeto, W.Y., Waller, S. T. (2011) Distribution-free travel time reliability assessment with probability inequalities, Transportation Research Part B, 45, 852-866.
26) Nguyen, S. (1984) Estimating origin-destination matrices from observed flows, Transportation Planning Models (Ed. Florian, M.), 363-380.
27) Shao, H., Lam, W. H. K., and Tam, M. L. (2006) A reliability-based stochastic traffic assignment model for network with multiple user classes under uncertainty in demand. Networks and Spatial Economics, 6(3-4), 173-204.
28) Shao, H., Lam, W. H. K., Tam, M. and Yuan, X. M. (2008) Modelling rain effects on risk-taking behaviours of multi-user classes in road networks with uncertainty, Journal of Advanced Transportation, Vol.42, No.3, 265-290.
29) Smith, M. J. (1979) The existence, uniqueness and stability of traffic eqilibria, Transportation Research 13B, 295-304.
30) Sumalee, A., Uchida, K. and Lam, W. H. K. (2011) Stochastic multi-modal transport network under demand uncertainties and adverse weather condition, Transportation Research Part C, 19, 338-350.
31) Uchida, K. and Munehiro, K. (2010) Impact of stochastic traffic capacity on travel time in road network. The 89th Annual Meeting of the Transportation Research Board, Washington, D.C.
32) Watling, D. (2006) User equilibrium traffic network assignment with stochastic travel times and late arrival penalty. European Journal of Operational Research, Vol.175, 1539-1556.
33) Wu, X., (Marco) Nie, Y. (2011) Modeling heterogeneous risk-taking behavior in route choice: A stochastic dominance approach. Transportation Research Part A, doi:10.1016/j.tra.2011.04.009.
34) Zhou, Z. and Chen, A. (2008) Comparative analysis of three user equilibrium models under stochastic demand, Journal of Advanced Transportation, 42 (3), 239-263.

(Received Aug. 5th, 2011)

A STUDY ON VALUES OF TRAVEL TIME AND TRAVEL TIME RELIABILITY IN ROAD NETWORK

Kenetsu UCHIDA

This study proposes equilibrium traffic assignment models which simultaneously estimate values of travel time and travel time reliability in network. Since the proposed models have the same model structures as user equilibrium assignment (UE) with variable demand problem, it is shown that these models have a unique solution and are easily solved by using an algorithm for UE assignment with variable demand problem. O-D demand functions formulated in the proposed models are derived from utility maximization behavior of individual in economy. Therefore, the O-D demand functions are consistent with theoretical studies which address the values of the travel time and the travel time reliability based on the utility maximization behavior.