

# ネットワーク通行権取引制度を活用した自律分散的な信号制御：定常状態モデル

和田健太郎<sup>1</sup>・赤松隆<sup>2</sup>

<sup>1</sup>学生会員 東北大学大学院 情報科学研究科 博士後期課程 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-6)  
E-mail: wadaken@plan.civil.tohoku.ac.jp

<sup>2</sup>正会員 東北大学大学院教授 情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-6)  
E-mail: akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究は、ネットワーク通行権取引制度 (TNP) を活用した自律分散的な信号制御方策を提案する。これは、交通需要管理施策として提案された TNP の枠組みを供給サイドの制御も可能となるよう拡張したものである。より具体的には、フローパターンが定常的となるピーク時間帯を対象に、通行権価格を用いたスプリットの決定方法を提示する。そして、この信号制御方策が、(1) 利用者の経路選択行動と整合的であり、(2) 各信号交差点のスプリットを自律分散的に決定するにも関わらず、システム最適配分状態 (SO) を達成可能であることを明らかにする。さらに、SO への収束が保証される進化的なインプリメンテーション法を示す。

**Key Words** : tradable permits, distributed signal control, steady state model, evolutionary implementation

## 1. はじめに

### (1) 背景と目的

大規模な交通システムを対象とした交通渋滞施策において、その施策が“自律分散的”に運用可能か否かは非常に重要な問題である。例えば、道路管理者が詳細な利用者情報を把握する必要がある中央集権的な混雑料金制は、(理論的には望ましい施策であるが) 実際を導入することは難しい。従って、次のような条件を満たす、自律分散的な交通渋滞解消施策の構築が求められる：(1) 利用者の行動と整合的、(2) 局所的な情報のみで運用可能、(3) 必要となる情報が観測可能。

このような自律分散的な交通需要管理施策 (TDM) として、赤松・佐藤・Nguyen<sup>1)</sup>、赤松<sup>2)</sup>は“ネットワーク通行権取引制度 (TNP)”が提案している。これは、(a) ネットワーク上の各リンクに対して、そのリンクを予め指定された時間帯に通行できる権利 (ボトルネック通行権) を道路管理者が発行し、(b) その時間帯別の通行権を自由に売買できる市場を創設する、というものである。この施策下では、通行権発行枚数は容量以下に抑えれば渋滞は完全に解消される。また、市場取引によって通行権価格が決定されるため、道路管理者が詳細な利用者情報を把握する必要はない。さらに、動的利用者均衡条件が動的システム最適配分に一致することが示されている。

この通行権取引制度をインプリメントするために、近年、いくつかの研究がなされている。赤松<sup>3)</sup>は、通行権取

引制度を自律分散的にインプリメントする multi-agent system を提案している。これは、通行権取得を agent software が代行するシステムであり、potential game の枠組みを活用して設計されている。そして、agent の行動の集積として決定されるダイナミクスの期待値が社会的最適状態へ収束することが明らかにされている<sup>4)</sup>。ただし、これらの研究では、通行権取引市場の具体的な取引メカニズムについては考えられていない。この課題に対して、和田・赤松<sup>5),6)</sup>、王ら<sup>7)</sup>は、単一ボトルネック/一般ネットワークにおける通行権取引市場のオークション・メカニズムを構築している。そして、このメカニズムが次の望ましい性質を持つことを明らかにした：通行権取引市場の取引メカニズムは (1) strategy-proof (i.e., どの取引利用人も市場操作のような戦略的行動をとるインセンティブを持ち得ない) であり、(2) 効率的な資源配分を達成可能。

TNP に関する従来研究は、需要サイドにのみ焦点が当てられており、供給サイドについては一切考慮していない。しかし、各リンクで決まる通行権価格が観測可能な需要情報であることを考えれば、供給サイドの制御にも拡張可能であろう。

そこで、ネットワーク通行権取引制度 (TNP) を活用した自律分散的な信号制御方策を提案する。具体的には、フローパターンが定常的となるピーク時間帯を対象に、通行権価格を用いたスプリットの決定方法を提示する。そして、この信号制御方策が、(1) 利用者の経路選択行動と整合的であり、(2) 各信号交差点のスプ

リットを自律分散的に決定するにも関わらず、システム最適配分状態 (SO) を達成可能であることを明らかにする。さらに、SO への収束を保証する進化的なインプリメンテーション法を示す。

## (2) 既存研究

交差点における信号制御と経路選択を同時に扱った最初の研究は Allsop<sup>8)</sup>である。この研究では、固定需要の下、信号交差点における遅れを最小化させるように信号青時間を調整する応答信号制御方策を提案している (delay-minimization 方策)。しかしこの方策は、多くの研究<sup>9)-11)</sup>が指摘するように、必ずしも大域的な最小値に収束しないことが分かっている。これは、遅れ最小化問題が非凸であり、多くの局所解を持つためである。

一方、信号制御方策としては、より古典的な方法として Webster<sup>12)</sup>による equisaturation 方策がある。この方策は、同じ交差点を下流側ノードとする複数のリンクの遅れ時間を等しくするものであり、局所的な情報を用いて信号青時間を設定することができる。しかし、この方策も非単調な (non-monotone) 費用関数を持ち、均衡が不安定になることが示されている<sup>13)</sup>。

このような問題に対して、Smith<sup>10),14),15)</sup>は、費用関数が単調となる局所的な信号制御方策  $P_0$  を提案している。この方策は、交差点容量を最大化するように青時間を決定するものであり、利用者均衡とも整合的である。また、Smith *et al.*<sup>16),17)</sup>では、交通流の day-to-day dynamics を考え、応答信号制御方策  $P_0$  によって均衡状態が達成できる (i.e. 交通流のダイナミクスが収束する) ことを示している。しかし、この方策ではシステム最適配分を達成することはできない。

また、近年の多くの研究は、信号スプリット決定問題を上位問題、利用者均衡を下位問題とする bi-level 問題を定式化し、その問題を解くための解法を提案している<sup>18)-20)</sup>。しかし、システム最適配分を達成する信号制御方策は確立されていない。

## 2. 定常状態モデル

### (1) 交通空間条件

本研究は、複数の OD ペアを持つ一般的なネットワーク上の定常的な交通流を分析対象とする。すなわち、時間に依存しないフローパターンが実現している時間帯 (i.e., 朝のピーク時間帯) を切り取って分析を行う。

ネットワークはノードの集合とリンクの集合で表現される。本研究では、信号交差点を主に制御対象とするため、交差点間の道路区間をノード、信号交差点における各進行方向をリンクとして表現する (図-1 参照)。

ネットワークのノード集合は  $N$  であり、その部分集合として、利用者のトリップが発生する起点の集合  $O$ 、利用者のトリップが終了する終点の集合  $D$  を含む。リンク集合  $L$  は、上流側ノード  $i$  と下流側ノード  $j$  の組で  $(i, j)$  で区別される。なお、ネットワークを利用する OD 交通需要は所与の定数  $Q_{od}$  で与えられているとする。

ネットワークの各リンクは、自由走行区間と 1 つのボトルネック区間から構成されていると仮定する。より具体的には、ボトルネックは信号交差点のみに存在するとし、交差点に至るまでの道路区間 (i.e., ノード) は自由走行区間とする。このとき、リンク  $(i, j)$  の自由走行区間は旅行時間は  $t_i$  とし、ボトルネック区間は容量  $\mu_{ij}$  [veh/s] を持つ point queue モデルで表現されているとする。信号交差点のより詳しい設定については、以下の (3) で詳述する。

### (2) 行動主体

本研究で分析するモデルに表れる主体は、道路ネットワークの管理者と利用者である。道路管理者はネットワークで発生する渋滞を抑制し、ネットワーク上の総交通費用の最小化を目指す主体である。そのために、over saturate しうるボトルネック (i.e., 信号交差点) に対して、“時間帯別のボトルネック通行権”を設定・発行する。通行権の定義および発行法については、以下の (4) でより詳しく述べる。また、通行権取引制度で解消できない負の外部性を解消するために、混雑料金を利用者から徴収する。混雑料金の設定法については (5) 詳しく述べる。また、上記の通行権取引制度/混雑料金制を活用して、各交差点における信号スプリットを決定する。その詳細については次章で詳述する。

利用者は起点  $o \in O$  から終点  $d \in D$  へ、このネットワークを通過してトリップを行う主体である。利用者は、自分の不効用 (一般化交通費用) が最小となるように、経路を選択する。なお、利用者がネットワークを通行するためには、自分の選択する経路上にあるリンクに対応した通行権を“通行権取引市場”で購入する必要がある。通行権取引市場と通行権の購入法については以下の (4) でより詳しく述べる。

### (3) 信号交差点の設定と遅れ時間

固定されたサイクル長  $C_k$  [s] で周期的に運用されている信号交差点  $k \in K$  は、複数のノードとリンクで構成される (図-1 参照)。交差点  $k$  に含まれるリンクの集合を  $S_k$  と表し、その (青) 現示を  $e \in E_k$  とする。ここでは、各現示には 1 つのリンクのみが含まれることとし、その青時間を  $g_{ij}$  で表す。また、損失時間 (lost time) は  $L_k$  [s] であると仮定する。このとき、満たされ

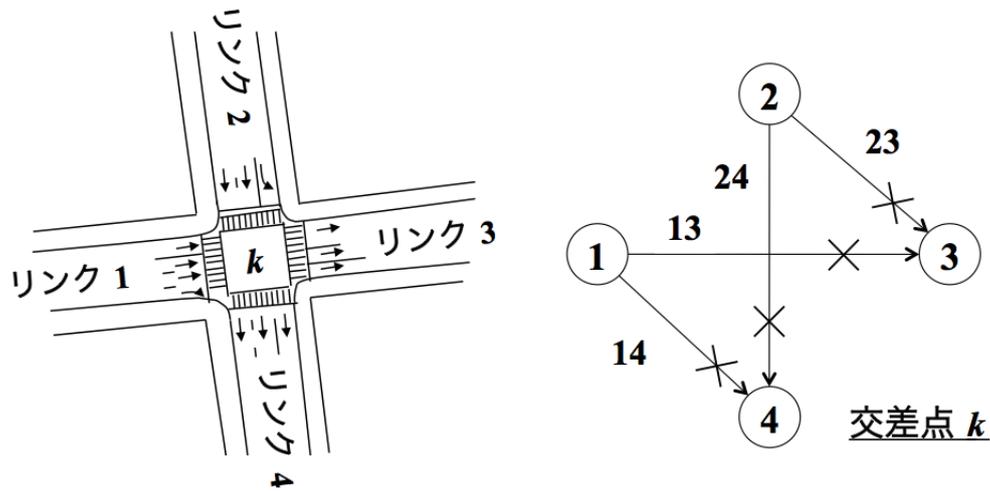


図-1 交差点の表現：(左) 通常のネットワークの表現；(右) 本研究の表現

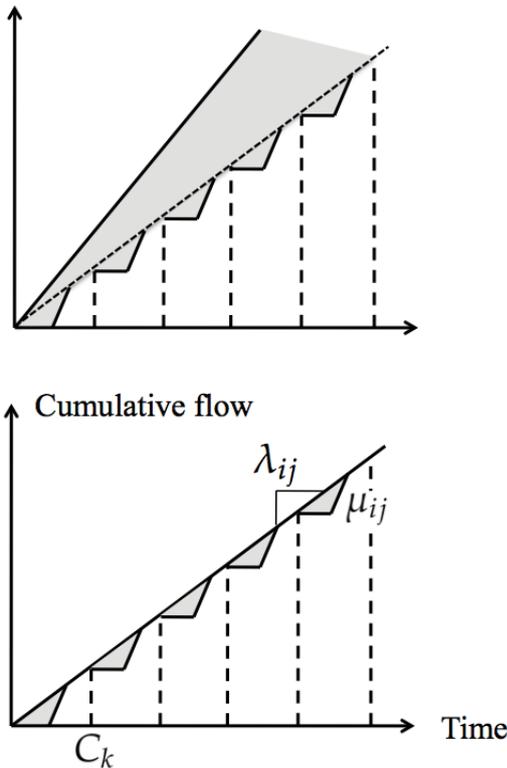


図-2 信号交差点における遅れ時間：(上) oversaturated；(下) undersaturated

るべき条件は下記のように表される。

$$\sum_{ij \in S_k} g_{ij} = C_k - L_k \quad \forall k \in K \quad (1)$$

本研究では、各リンクが over saturate しないようにネットワーク通行権取引制度が導入されている（その詳細は次節を参照）：

$$\lambda_{ij} \leq \mu_{ij} \frac{g_{ij}}{C_k} \quad \forall ij \in L \quad (2)$$

このとき、リンクの信号遅れ時間は図-2 (下) の灰色の

部分で表される。一方、通行権取引制度が導入されていない場合（かつ、平均流入フローが多い場合）、リンクで渋滞が発生し、信号遅れ時間は図-2 (上) のように膨大である。すなわち、over saturate しない状況において、その信号待ち時間は（渋滞発生時に比べて）非常に小さい。従って、最もシンプルなモデルとして待ち時間が定数  $d_{ij}$  で与えられている状況を考える。

#### (4) ネットワーク通行権取引制度

本研究では、時間帯別ボトルネック通行権を、予め指定されたボトルネック地点を予め指定された信号サイクルにのみ通行できる権利と定義する。そして、道路管理者が、ネットワーク上の全てのボトルネックに対して、この通行権を設定できる状況を想定する。

道路管理者は、各リンク  $(i, j)$  の1信号サイクル当り通行権を、そのリンクの実質的な交通容量  $g_{ij}\mu_{ij}$  (i.e., 青時間 × 交通容量) に等しい枚数まで発行できるものとする。時間帯別通行権の定義により、各リンクで利用される時間帯別通行権の枚数は、1サイクル当りの流入フローとなる。従って、この発行条件下では、各リンクへが over saturate することはなくなり、1サイクルで必ず全ての車両を捌くことができる。

道路管理者が発行したボトルネック通行権は、リンク毎に独立に設けられた通行権取引市場を通して利用者に市場販売される。利用者は、この取引市場において、希望する経路に応じて必要となるリンクの時間帯別通行権を購入する。各リンクの取引市場では、通行権に対して“オークション”によって価格と購入者が決定される。この市場は、独占・寡占等の生じない完全競争的な市場であり、時間帯別通行権の需要量が供給量と一致するように価格が調整されると仮定する。

### 3. システム最適配分状態

#### (1) 社会的交通費用最小化問題

本章では、通行権取引制度および信号制御を行うことによって実現を目指す交通流配分を定式化する。具体的には、利用者がネットワーク上で費やす交通費用の総和（社会的交通費用）を最小化する問題を考える。ここで、社会的交通費用は、各リンクの自由走行時間・信号遅れ時間の総和として表されるものである。ただし、通行権購入費用は主体間の所得移転で社会的費用ではないことに注意しよう。以上より、社会的交通費用最小化問題 [SO] は以下最適化問題として定式化される：

$$\min_{(\lambda, g) \geq 0} .TC \equiv \sum_{k \in K} C_k \sum_{ij \in S_k} \lambda_{ij} [t_i + d_{ij}] \quad (3)$$

subject to

$$\sum_{j \in NO(i)} \lambda_{ij}^o - \sum_{j \in NI(i)} \lambda_{ji}^o = -Q^{od} \delta_{id} \quad \forall i \in N, \forall o \in O \quad (4)$$

$$\lambda_{ij} = \sum_{o \in O} \lambda_{ij}^o \quad \forall ij \in L \quad (5)$$

$$\lambda_{ij} \leq \mu_{ij} \frac{g_{ij}}{C_k} \quad \forall ij \in L \quad (6)$$

$$\sum_{ij \in S_k} g_{ij} = C_k - L_k \quad \forall k \in K \quad (7)$$

これは、ネットワーク性能および状況設定から決まる制約条件の下、社会的交通費用が最小となる交通流配分パターンを求める問題である。具体的には、目的関数 (3) は自由走行時間および信号遅れ時間の総和である。制約条件 (4) は各ノードにおけるフロー保存則、制約条件 (5) は起点別流入フロー率と流入フロー率の関係、制約条件 (6) は各リンクの容量制約条件を表す。一方、制約条件 (7) は青時間が満たすべき条件を表す。

#### (2) 自律分散的な信号制御方策

前節で定式化した問題 [SO] の Kuhn-Tucker 条件は以下のように導出される：

$$\begin{cases} \pi_j^o = \pi_i^o + t_i + d_{ij} + p_{ij} & \text{if } \lambda_{ij}^o > 0 \\ \pi_j \leq \pi_i + t_i + d_{ij} + p_{ij} & \text{if } \lambda_{ij}^o = 0 \end{cases} \quad \forall i \in N, o \in O \quad (8)$$

$$\begin{cases} \lambda_{ij} = \mu_{ij} g_{ij} / C_k & \text{if } p_{ij} > 0 \\ \lambda_{ij} \leq \mu_{ij} g_{ij} / C_k & \text{if } p_{ij} = 0 \end{cases} \quad \forall ij \in L \quad (9)$$

$$\begin{cases} \eta_k = p_{ij} \mu_{ij} / C_k & \text{if } g_{ij} > 0 \\ \eta_k \geq p_{ij} \mu_{ij} / C_k & \text{if } g_{ij} = 0 \end{cases} \quad \forall ij \in S_k, k \in K \quad (10)$$

式 (4), 式 (5), 式 (7)

ここで、 $\pi_i^o$ ,  $p_{ij}$ ,  $\eta_k$  は、制約条件 (4), (6), (7) に対応する Lagrange 乗数である。これらは、各々、起点  $o$  を出発してノード  $i$  までに費やす最小経路費用、リンク

$(i, j)$  の通行権価格、交差点  $k$  での“交通需要”の最大値を表している。

上記の条件をより詳しく見ていこう。まず、条件 (8) は、利用者の経路選択均衡条件を表している。すなわち、リンク  $(i, j)$  が利用されるならば、リンク  $(i, j)$  は、ノード  $j$  までの最小費用経路上になければならない。ここで、利用者がリンクで費やす交通費用は、自由走行時間、信号遅れ時間、通行権購入費用である。ただし、交差点が saturate していない場合は、通行権価格はゼロである。

条件 (9) は、通行権取引市場の需給均衡条件を表している。すなわち、正の価格がついているリンクは需要量と供給量が一致し (i.e., 交差点が saturate しており)、価格がゼロならば供給過剰である。

条件 (10) が、本研究で提案する信号制御方策である。これは、各現示に含まれるリンクの“交通需要”の総和が最大の現示のみ青時間を割り当て、それ以外の現示は青時間を割り当てないことを意味している (Less demanded phases receive no green time)。“交通需要”は、青時間を1単位減らしたときにリンク  $(i, j)$  の利用者が被る総交通費用の増分として表現されている。具体的には、式 (10) は通行権購入費用の増分を表している。

以上より、次の命題が成立する：

**命題 1** 経路選択・通行権取引市場・提案信号制御方策  $(\lambda^*, p^*, g^*)$  が全て均衡状態にあるとき、ネットワーク上で費やされる総交通費用が最小化される (システム最適配分)。

また、提案制御方策は利用者均衡に整合的であり、観測可能な情報 (i.e., 通行権価格) で自律分散的に運用可能である。

### 4. 提案信号制御方策の進化的なインプリメンテーション

前章では、通行権取引制度・提案信号制御導入下の均衡状態がシステム最適状態に一致することが示された。しかし、瞬時に均衡が実現するわけではなく、そこに至るまでには適切な制御が必要である。

そこで、本章では、社会的交通費用最小化問題 [SO] への収束を保証する適応的な信号制御方策を構築する。具体的には、図-3 に示すようなプロセスを考える。

なお、ここで示す適応的な制御法は、数理計画的における Benders Decomposition<sup>21)</sup>に対応している。

#### (1) Bi-level 問題への変換

本節では、進化的な信号制御方策を構築するための基本的な考え方を示す。具体的には、まず、問題 [SO]

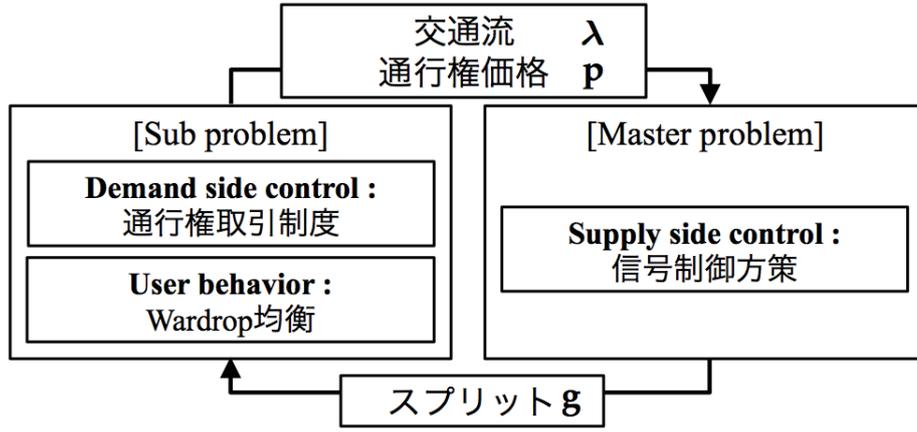


図-3 進化的なインプリメンテーション法の概念図

を bi-level 問題へと変換する：

[Master Problem]

$$\min_{\mathbf{g} \geq 0} \sum_{k \in K} C_k \sum_{ij \in L} \lambda_{ij}(\mathbf{g}) [t_i + d_{ij}] \quad (11)$$

subject to

$$\sum_{ij \in S_k} g_{ij} = C_k - L_k \quad \forall k \in K \quad (12)$$

[Sub problem]

$$\{\lambda(\mathbf{g})\} = \arg \max_{\lambda \geq 0} \sum_{k \in K} C_k \sum_{ij \in L} \lambda_{ij} [t_i + d_{ij}] \quad (13)$$

subject to

$$\sum_{j \in NO(i)} \lambda_{ij}^o - \sum_{j \in NI(i)} \lambda_{ji}^o = -Q^{od} \delta_{id} \quad \forall i \in N, \forall o \in O \quad (14)$$

$$\lambda_{ij} = \sum_{o \in O} \lambda_{ij}^o \quad \forall ij \in L \quad (15)$$

$$\lambda_{ij} \leq \mu_{ij} \frac{g_{ij}}{C_k} \quad \forall ij \in L \quad (16)$$

ここで、 $\lambda_{ij}(\mathbf{g})$  は  $\mathbf{g}$  をパラメータとするサブ問題の最適解である。

サブ問題は、ある信号制御  $\mathbf{g}$  の下でのシステム最適な交通流配分パターン  $\lambda$  を求める問題である。ただし、この交通流配分パターンは道路管理者が求めるものではなく、通行権取引制度下の利用者均衡として実現することには注意が必要である。一方、マスター問題は、サブ問題の結果に基づいて信号青時間  $\mathbf{g}$  を調整する問題である。

マスター問題とサブ問題の関係をより明確にするために、サブ問題の双対問題を考えよう：

$$Z(\mathbf{g}) \equiv \max_{(\mathbf{p}, \boldsymbol{\pi}) \geq 0} \sum_{o \in O} \pi_d^o Q^{od} - \sum_{ij \in L} p_{ij} \mu_{ij} \frac{g_{ij}}{C_k} \quad (17)$$

subject to

$$\pi_i^o \leq \pi_i^o + t_i + d_{ij} + p_{ij} \quad \forall ij \in L, \forall o \in O \quad (18)$$

このサブ問題を用いると、マスター問題は、

$$\min_{\mathbf{g} \geq 0} Z(\mathbf{g}) \equiv \sum_{o \in O} \pi_d^o(\mathbf{g}) Q^{od} - \sum_{ij \in L} p_{ij}(\mathbf{g}) \mu_{ij} \frac{g_{ij}}{C_k} \quad (19)$$

subject to 式 (12)

と、明示的に信号青時間  $\mathbf{g}$  を含む形で表すことができた。この問題は、事前に  $(\pi_d^o(\mathbf{g}), p_{ij}(\mathbf{g}))$  を評価することができれば最適解がすぐに求まる。しかし、事前にこのような情報を得るのは困難である。従って、ある信号青時間  $\mathbf{g}$  におけるサブ問題を逐次解きながら、 $(\pi_d^o(\mathbf{g}), p_{ij}(\mathbf{g}))$  の情報を獲得し、 $\mathbf{g}$  を更新していく。

## (2) インプリメンテーションとしての解釈

本章で構築する進化的なインプリメンテーションは、上記で示されたマスター問題とサブ問題を iterative に解くことに対応する。ここでは、より具体的に問題を解釈してみよう（詳細な Benders 分解原理の解説は和田・赤松<sup>6)</sup>も参照）。

サブ問題は、通行権取引制度と利用者均衡として実現する。より具体的には、通行権取引市場において取引を行うことにより、通行権価格と利用者均衡が決定される。その詳細な取引の仕組みとしては、和田・赤松<sup>5),6)</sup>によって提案されたオークション・メカニズムを利用することが可能であろう。

一方、マスター問題では、 $s$  期までのオークションで得られた価格  $\mathbf{p}^s$  を用いて次期  $s+1$  の信号青時間が決定する。すなわち、マスター問題の最適性条件として次の適応的信号制御方策が得られる：

$$\begin{cases} \eta_k = p_{ij}^{s+1} \mu_{ij} / C_k & \text{if } g_{ij}^{s+1} > 0 \\ \eta_k \geq p_{ij}^{s+1} \mu_{ij} / C_k & \text{if } g_{ij}^{s+1} = 0 \end{cases} \quad \forall ij \in S_k, k \in K \quad (20)$$

これは、前章で提案した制御方策を適応的に運用するものである。

以上で説明した進化的なインプリメンテーションは最終的にシステム最適配分状態に収束することが保証される。すなわち、次の命題が成り立つ：

命題 2 提案信号制御方策を用いた進化的なインプリメンテーション法は、有限回でシステム最適配分状態へ収束する。

## 5. おわりに

本研究では、フローパターンが定常的となるピーク時間帯における一般ネットワークを対象に、通行権取引制度を活用した信号制御方策を提案した。この信号制御方策は、利用者行動と整合的であり、当該交差点における通行権価格のみを用いて自律分散的に運用可能であるという特徴を持つ。さらに、次の性質を持つことを示した：(1) 通行権取引制度・提案信号制御導入下の均衡条件は社会的最適状態に一致する、(2) 提案信号制御方策を適応的に運用することにより、社会的最適状態に収束することが保証される。

本研究では、信号遅れ時間を定数として扱ったが、より詳細な分析を行うためには適切な遅れ時間関数を用いることが必要である。その場合にも、本研究で示された信号制御方策の性質は保たれると期待される。その詳細については、改めて別の機会に報告したい。

### 参考文献

- 1) 赤松隆, 佐藤慎太郎, Nguyen, L. X.: 時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究, 土木学会論文集 D, Vol. 62, pp. 605–620, 2006.
- 2) 赤松隆: 一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度, 土木学会論文集 D, Vol. 63, pp. 287–301, 2007.
- 3) 赤松隆: 交通ネットワーク流の動的制御モデル, 土木計画学研究・講演集, Vol. 35, pp. 311(CD-ROM), 2007.
- 4) 菊地志郎, 赤松隆: 進化ゲーム理論に基づいたネットワーク通行権取引制度の自律分散的インプリメンテーション, 土木計画学研究・論文集, Vol. 25, pp. 589–596, 2008.
- 5) 和田健太郎, 赤松隆: 単一ボトルネックにおける渋滞と混雑を解消する情報効率的メカニズムの設計, 土木学会論文集 D, Vol. 66, pp. 160–177, 2010.
- 6) 和田健太郎, 赤松隆: ネットワーク通行権取引市場のオークション・メカニズム, 土木学会論文集 D3 (印刷中), 2011.
- 7) 王鵬飛, 赤松隆, 和田健太郎: 多時点で購入可能な通行権取引市場のメカニズム, 土木計画学研究・講演集, Vol. 42, pp. 167(CD-ROM), 2010.
- 8) Allsop, R. E.: Some Possibilities for Using Traffic Control to Influence Trip Distribution and Route Choice, *Proceedings of the 6th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Australia, Elsevier, pp. 345–374, 1974.
- 9) Braess, V. D.: Über ein Paradoxon aus der Verkehrsplanung, *Mathematical Methods of Operation Research*, Vol. 12, pp. 256–268, 1968.
- 10) Smith, M. J.: A Local Traffic Control Policy which Automatically Maximises the Overall Travel Capacity of an Urban Road Network, *Traffic Engineering and Control*, Vol. 21, pp. 298–302, 1980.
- 11) Dickson, T. J.: A Note on Traffic Assignment and Signal Timings in a Signal-Controlled Road Network, *Transportation Research*, Vol. 15B, pp. 267–271, 1981.
- 12) Webster, F. V.: *Traffic Signal Settings*, 1958. Road Research Technical Paper No. 39.
- 13) Heydecker, B. G.: Some Consequences of Detailed Junction Modeling in Road Traffic Assignment, *Transportation Science*, Vol. 17, pp. 263–281, 1983.
- 14) Smith, M. J.: Properties of a Traffic Control Policy Which Ensure the Existence of a Traffic Equilibrium Consistent with the Policy, *Transportation Research*, Vol. 15B, pp. 453–462, 1981.
- 15) Smith, M. J.: A Theoretical Study of Traffic Assignment and Traffic Control, *Proceedings of the 8th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Toronto, Canada, Elsevier, pp. 490–526, 1981.
- 16) Smith, M. J.: A New Dynamic Traffic Model and the Existence and Calculation of Dynamic User Equilibria on Congested Capacity Constrained Road Networks, *Transportation Research*, Vol. 27B, pp. 49–63, 1993.
- 17) Smith, M. and Mounce, R.: A Splitting Rate Model of Traffic Re-Routing and Traffic Control, *Proceedings of the 19th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, Berkley, California, Elsevier, pp. 316–340, 2011.
- 18) Yang, H. and Yang, S.: Traffic assignment and signal control in saturated road networks, *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, Vol. 29, No. 2, pp. 125–139, 1995.
- 19) Clegg, J., Smith, M., Xiang, Y. and Yarrow, R.: Bilevel programming applied to optimising urban transportation, *Transportation Research Part B: Methodological*, Vol. 35, No. 1, pp. 41–70, January 2001.
- 20) Cascetta, E., Gallo, M. and Montella, B.: Models and algorithms for the optimization of signal settings on urban networks with stochastic assignment models, *Annals of Operations Research*, Vol. 144, No. 1, pp. 301–328, May 2006.
- 21) Benders, J. F.: Partitioning Procedures for Solving Mixed-variables Programming Problems, *Numerische Mathematik*, Vol. 4, pp. 238–252, 1962.

(2011. 8. 5 受付)