利他的世代重複経済における社会基盤整備と世代間外部性

織田澤 利守[1]・西山 秀紀[2]

[1]正会員　博（工）　神戸大学大学院工学研究科市民工学専攻 (〒 658-8501 神戸市灘区六甲台町 1-1)
E-mail:ota@opal.kobe-u.ac.jp
[2]学生会員 東北大学大学院情報科学研究科人間社会情報科学専攻 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06)
E-mail:h-nishiyama@plan.civil.tohoku.ac.jp

社会基盤施設は耐用年数が長く，その便益やコストは世代を超えて発生する（長寿命性）．また，ひとたび整備すれば容易に取り崩すことはできず（投資不可逆性），後続世代は先行世代が整備した社会基盤を引き継ぎ，管理・運営を行っていかなければならない．本研究では，社会基盤をめぐって世代間に存在する相互関係を考慮した上で，社会基盤整備がマクロ経済に及ぼす影響を明らかにする．具体的には，Diamond モデルを基にした世代重複モデルに，社会基盤施設の特性のうち，長寿命性・投資不可逆性を有する資本を明示的に導入する．その上で，長寿命資本投資の均衡水準および最適水準を求める．分析の結果，均衡における長寿命資本への投資水準は過小となること，また社会基盤整備政策によって世代重複モデルにおける動学的非効率性を解消する可能性があることが示された．

Key Words : ：*Infrastructure, Overlapping Generations Model, Intergenerational Externality*

1. はじめに

我々社会を構成する人々は，親の世代から子の世代へと連なる世代間連鎖の一環を生きている存在である．現在，わが国は世界トップクラスの生活水準を誇る経済大国となっている．これは，戦後の復興期および高度成長期において先行世代が行ってきた様々な選択の結果である．社会基盤整備はその 1 つであり，わが国における社会・経済の発展をこれまで大いに支えてきたことは言うまでもない．社会基盤施設は耐用年数が長期に及び，ひとたび供用されれば，その効果は世代を超えて発生する．例えば，東海道新幹線や東名高速道路などは，開業・開通から 40 年以上が経過した現在でも，わが国の大動脈としての重要な役割を担い続けている．その他にも，機能的に優れた様々な社会基盤施設がこれまでに整備され，現在の我々の便利で，安全で，快適な生活を支えている．このように，現世代の人々は既に整備された社会基盤を受け継ぎ，利用することによってより豊かな暮らしを実現することが可能となっている．一方で，戦後急速に整備された社会基盤施設の多くが耐用年数を迎えようとしている．1980 年代の荒廃するアメリカが物語るように，社会基盤の減耗やそれに伴う機能低下は国全体の生産性を低下させる．こうした負の影響もやはり世代を超え，将来世代は社会基盤の維持更新コストを負担せざるを得ない．すなわち，社会基盤を適切に維持管理するとともに老朽化した施設を更新，あるいは時代のニーズに応じて新たなものに作り替えていくことが世代間連鎖の中で各世代に与えられる責務なのである．2009 年 8 月の衆議院議員選挙で「コンクリートから人へ」を理念に掲げた民主党によって政権交代が行われた．彼らは政権奪取後，ダムの建設中止や道路事業の凍結などの見直しを断行し，翌年度以降も公共事業に関する予算は削減される方向にある．こうした流れの中で，万が一，過度の予算削減が社会基盤の機能低下を招くとすれば，それは現世代がこれまでに整備された社会基盤の恩恵に与りながら，自身が果たすべき責務を放棄することによって，将来世代に大きなツケを回してしまうこととなる．本研究は，社会基盤をめぐって世代間に存在する相互関係を考慮した上で，社会基盤整備がマクロ経済に及ぼす影響を明らかにすることを目的とする．具体的には，Diamond[1)]モデルを基にした利他的世代重複モデルに，社会基盤施設の特性（長寿命性，投資不可逆性）を有する資本を導入し，長寿命資本投資の均衡水準および最適水準を求める．

2. 既存研究と本研究の位置づけ

マクロ経済学の分野では，公的資本ストックを明示的に考慮した研究の蓄積がある．Barro[2)]や Futagami et al.[3)]などは，生産における民間資本と公的資本の補完関係に起因する資本の収穫一定性によって内生的成

長が可能となることが示した．一方，土木計画学の分野においても，社会基盤の概念規定について活発に議論されてきた．石倉・横松[4]は，動学的マクロ経済モデルに強く関連した社会基盤施設の特性として，General Purpose Technology，動学的外部性などを含む 8 つを挙げている．しかし，こうした特性に関して，マクロ経済学をはじめとする理論モデルによる定式化はほとんど行われておらず，未だ十分に分析されていないのが現状である．本研究では，社会基盤がもたらす世代間外部性について焦点を当てる．まず，異なる世代間の相互関係について分析するために，世代重複 (Overlapping Generation, OLG) モデルを採用する．さらに，資本は 1 種類のみで投資が可逆的であるとする一般な OLG モデルを，長寿命性を明示的に考慮し，また社会基盤整備の不可逆性（ひとたび整備すれば元に戻すことができない性質）を表現したモデルへと拡張する．その上で，モデルの分析を通じて，社会基盤が持つ特性の一端を明らかにする．

3. 世代重複 (OLG) モデル

(1) 設定

このモデルの経済主体は消費者と企業である．消費者は，t 期の期初に N_t 人生まれ，人口の成長率を n とする．つまり，$N_t = (1+n)N_{t-1}$ である．また，消費者は 2 期間生存し，その前半を若年期，後半を老年期と呼ぶ．若年期には企業へ 1 単位の労働力を供給し，その対価として賃金 w_t を得る．その賃金のうち一部を若年期に消費 (c_1) し残りを貯蓄 (s_t) する．そして，老年期には貯蓄とそれにつく利子を消費 (c_2) する．また，消費者は消費に関する選好を有しており，その生涯効用を最大にするように消費と貯蓄の配分を行う．

企業は多数存在するため競争的に行動するとし，規模に対して収穫一定の技術 $Y_t = F(K_t, N_t)$ を用いて生産を行う．N_t は労働投入量，K_t は資本投入量を表す．

(2) 長寿命資本の導入

本研究では長寿命資本という社会基盤施設を想定した資本を導入し，モデルの拡張を行う．この長寿命資本は 2 期間の耐久性を持つ．よって本モデルでは資本が 2 種類存在し，一つは通常の 1 期間の耐久性を持つものであり，もう一方がこの長寿命資本である．若年世代が投資を行う際，この長寿命資本への投資割合を m_t と表す．長寿命資本を形成するためには追加的費用を 1 単位当たり $D(m) = (\delta/2)m_t^2$ を要する．ここで δ は費用係数である．また，社会基盤施設を市場で売却し，取り崩すことはほぼ不可能である．以上より，資本の蓄積過程は次のようになる．

$$K_t = m_{t-2}s_{t-2}N_{t-2} + s_{t-1}N_{t-1} \tag{1}$$

式 (1) の右辺第一項は親の世代から受け継ぐ長寿命資本，第二項は自身が投資可能な新しい資本である．なお，簡単のため生産性は投入される資本の種類には影響されず，通常資本と長寿命資本の和である総資本ストック量のみに依存する．

(3) 消費者の行動

長寿命資本を導入したことにより，消費者は若年期に得られた所得を消費，貯蓄に加えて資本の長寿命化のためのコストに配分することになった．老年期の消費は，自身が貯蓄した分とその利子から長寿命資本として翌期まで残る分が引かれる．また，長寿命資本は通常の公共資本とは異なり，民間資本と代替的ではあるが，社会の基礎として存在するものであり，それは世代を超えて存在する．各期の老年世代は彼らの親世代が投資した長寿命資本から得られる収入を消費に回すことができる．これは従来の OLG モデルで遺産に相当するものと考えられる．以上の制約を表すと次のようになる．

$$c_{1t} + \left(1 + \frac{\delta m_t^2}{2}\right)s_t = w_t \tag{2}$$

$$c_{2t+1} = (1 + r_{t+1} - m_t)s_t + \frac{1+r_{t+1}}{1+n}m_{t-1}s_{t-1} \tag{3}$$

閉鎖経済を考えている本モデルでは，消費者が保有する資産は資本ストックと一致する．よって消費者の資産に関する制約式は，

$$K_{t+1} - K_t = w_tN_t + r_tK_t - c_{1t}N_t - c_{2t}N_{t-1} - \frac{\delta m_t^2 s_t}{2}N_t \tag{4}$$

と表され，一人当たりで換算すると，

$$(1+n)k_{t+1} - k_t = w_t + r_tk_t - c_{1t} - \frac{c_{2t}}{1+n} - \frac{\delta m_t^2 s_t}{2} \tag{5}$$

となる．また，本モデルにおいて消費者は利他性を有しており，自分の子の効用関数に重みを付けて自らの効用関数に算入し，子の効用も考慮に入れている．さらにその子も自分の子の効用も考慮に入れた効用関数となっているので，結果として歴代の子孫の効用をすべて考慮に入れていることになる．t 期の効用は以下のように表される．

$$U_t = u(c_{1t}) + \frac{1}{1+\rho}u(c_{2t+1}) + \frac{1}{1+R}U_{t+1} \tag{6}$$

$\rho \geq 0$ は主観的割引率であり，$R \geq 0$ は利他性を表す割引率である．消費者は以下の最大化問題を解く．

$$\max_{c_1, c_2, s} U_t \quad \text{s.t. } (2), (3), (5) \text{ and } 0 \leq m_t \leq 1$$

となる．以上より，ラグランジュ関数を定義すると次のようになる．

$$\mathcal{L}_t = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(1+R)^i}\Big[u(c_{1t+i}) + \frac{1}{1+\rho}u(c_{2t+1+i})\Big] + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(1+R)^i}\lambda_{t+i}\Big[w_{t+i} + r_{t+i}k_{t+i} - c_{1t+i} - \frac{c_{2t+i}}{1+n} - \frac{\delta m_{t+i}^2 s_{t+i}}{2} - (1+n)k_{t+1+i} + k_{t+i}\Big] + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\xi_{t+i}}{(1+R)^i}\Big[w_{t+i} - c_{1t+i} - \Big(1 + \frac{\delta m_t^2}{2}\Big)s_{t+i}\Big] + \sum_{i=0}^{\infty} \frac{1}{(1+R)^i}\Big[\mu_{t+i}m_{t+i} + \nu_{t+i}(1-m_{t+i})\Big] \quad (7)$$

ここで，$\lambda_t, \xi_t, \mu_t, \nu_t$ はラグランジュ乗数である．最適化のための消費者のクーン・タッカー条件は次のように書かれる．

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial c_{1t}} = u'(c_{1t}) - \lambda_t - \xi_t = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial s_t} = \frac{1 + r_{t+1} - m_t}{1+\rho}u'(c_{2t+1}) - (\lambda_t + \xi_t) \times \Big(1 + \frac{\delta m_t^2}{2}\Big) + \frac{(1+r_{t+2})u'(c_{2t+2})}{(1+R)(1+n)(1+\rho)} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial \xi_t} = w_t - c_{1t} - \Big(1 + \frac{\delta m_t^2}{2}\Big)s_t = 0 \quad (10)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial m_t} = \frac{-1}{1+\rho}u'(c_{2t+1}) - \delta m_t(\lambda_t + \xi_t)s_t + \frac{(1+r_{t+2})u'_{2t+2}}{(1+R)(1+n)(1+\rho)} + \mu_t - \nu_t = 0 \quad (11)$$

$$\mu_t \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial \mu_t} = \mu_t m_t = 0, \quad m_t \geq 0 \quad (12)$$

$$\nu_t \frac{\partial \mathcal{L}_t}{\partial \nu_t} = \nu_t(1 - m_t) = 0, \quad 1 - m_t \geq 0 \quad (13)$$

$$\lambda_t, \xi_t, \mu_t, \nu_t \geq 0 \quad (14)$$

(4) 企業の行動

企業の利潤関数は次のように書ける．

$$\Pi_t = F(K_t, N_t) - r_t K_t - w_t N_t - (K_t - m_{t-1}s_{t-1}N_{t-1}) \quad (15)$$

右辺最終項は資本の減耗コストである．1 人当たりで表すために N_t で割り，また式 (1) より，

$$\pi_t = f(k_t) - r_t k_t - w_t - \Big[k_t - m_{t-1}\Big(k_t - \frac{m_{t-2}s_{t-2}}{(1+n)^2}\Big)\Big] \quad (16)$$

となる．企業の利潤最大化と利潤ゼロ条件から賃金と利子率は，次のように決定する．

$$w_t = f(k_t) - f'(k_t)k_t - \frac{m_{t-1}m_{t-2}}{(1+n)^2}s_{t-2} \quad (17)$$

$$r_t = f'(k_t) - (1 - m_{t-1}) \quad (18)$$

以降の分析では，均衡状態として，$k^* = k_t = k_{t+1}$ を満足する定常状態にのみ着目する．したがって，時間に関する添字 t を省略する．また，消費者の効用関数と企業の生産関数をそれぞれ $u(c) = \ln c$, $f(k) = \beta k^\alpha$ と特定化する．

(5) Laissez-faire モデル

長寿命資本への投資水準 m を消費者が決定する Laissez-faire モデルを想定する．ひとまず，賃金 w，利子率 r および消費者が投資水準 m を与件としたとき，式 (8)-(10) より，消費及び貯蓄は，

$$c_1 = \frac{X}{X+Y}w \quad (19)$$

$$c_2 = \frac{X}{1+\delta m^2/2} \cdot \frac{Y}{X+Y}w \quad (20)$$

$$s = \frac{1}{1+\delta m^2/2} \cdot \frac{Y}{X+Y}w \quad (21)$$

と表される．ここで，

$$X \equiv 1 + r - m + \frac{1+r}{1+n}m$$

$$Y \equiv \frac{1}{1+\rho}\Big[(1+r-m) + \frac{(1+r)m}{(1+R)(1+n)}\Big) \Big] \quad (22)$$

である．クーン・タッカー条件より，内点解 m^* $(0 < m^* < 1)$ は次の式を満足する．

$$\frac{\delta A}{2}m^{*2} - \delta(1+r)m^* - A = 0 \quad (23)$$

ただし，$A \equiv 1 - (1+R)^{-1}(1+n)^{-1}(1+r)$ である．なお，内点解が存在する条件として，以下の不等式が成立している必要がある．

$$0 < A < \frac{2\delta(1+r)}{\delta - 2} \quad (24)$$

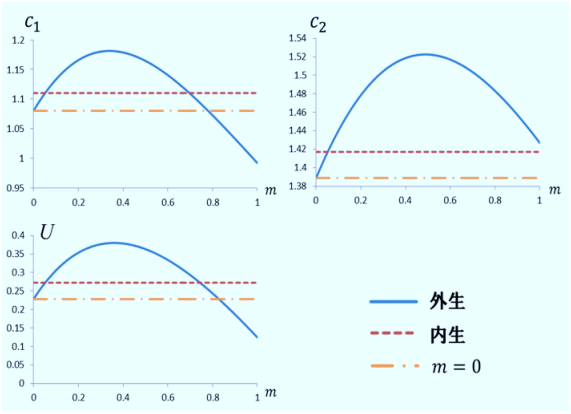
消費者の効用最大化問題から導かれた式 (23),(24) と企業の利潤最大化問題から導かれた式 (17),(18) を連立することにより，均衡を導出することができる．

(6) 社会基盤政策モデル

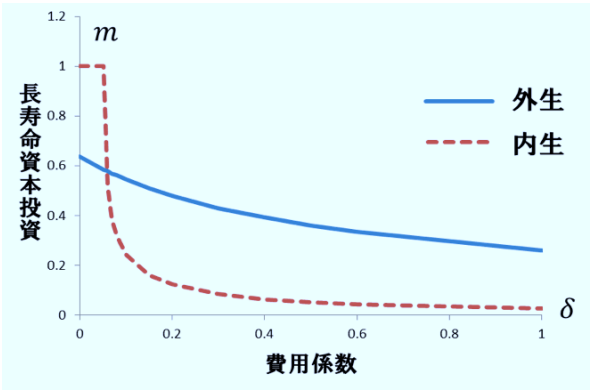
長寿命資本への投資水準 m を消費者が決定する Laissez-faire モデルに対して，経済の外にいる計画者が決定する社会基盤政策モデルを想定する．なお，分析の都合上，全期間にわたって $m_t = \overline{m}$ と固定するものとする．社会基盤政策モデルでは，一般的な方法に従えば，均衡を導出することができる．

4. 数値解析

Laissez-faire モデル，社会基盤政策モデルともに解析的に解くことが困難なため，数値解析を行う．適当なパラメータを設定し，若年期及び老年期の消費，さらに生涯効用に関して数値分析を行った結果を示す．図-1 は長寿命資本の投資水準と消費，効用の関係について表したグラフである．横軸は投資水準（割合）m であり，点線は均衡モデルでの水準を表している．長鎖線は，Laissez-faire モデルにおいて，消費者が利他性を持



図–1 m と c_1, c_2, U の関係



図–2 長寿命資本の投資コストと投資水準の関係

たない場合 ($R = \infty$) の投資水準 $m = 0$ を表している．また，表-1 は長寿命資本への投資割合を消費者が決定する Laissez-faire モデルの場合 (以下 m 内生) と外部の計画者が割合を外生的に決定する時の生涯効用が最大値をとる社会基盤政策モデルの場合 (以下 m 外生)，さらに，利己的消費者の場合（$m = 0$）の比較である．

図-1 より，長寿命資本への投資を行うことにより，生涯効用を高める効果があることがわかる．さらに，表-1 より最大値である $m = 0.361$ において，各世代の消費も改善されていることがわかり，パレート改善も実現する．このような改善が行われるのは，資本ストックの過剰投資が行われなくなったことが原因であり，適切な水準の長寿命資本を蓄積することによって世代間でのコーディネーションが図られ，動学的非効率性が解消されることを示している．表-1 から，投資水準が高い m 外生は m 内生に比べ，資本ストックのそう量が多いことがわかる．式 (18) が示す通り，長寿命資本への投資は，減耗コストの減少を通じて資本の限界生産性を向上させ，利子率が上昇させる．これにより，貯蓄に回さずとも老年期の消費を改善することが可能であり，m 外生は m 内生時をパレート改善する．つまり，消費者が内生的に投資を決定すると過小となる．

図-2 は長寿命資本への投資の費用係数と投資水準の関係を表した図である．図-2 から m 内生時の方が費用に関して激しく反応していることがわかる．また，$\delta = 0.05$ よりも低い値では投資水準が m 外生の水準を上回っている．このとき，老年期消費も m 外生時の水準を上回っている．つまり，消費者は費用が比較的低いときは，投資を行ったとしても，コストが低い分，自身の老年期に回せる所得が増えたためだと考えられる．また，費用が高くなると投資に消極的になる．一方，m 外生つまり計画者が投資決定する場合は，計画者が常に将来まで見通して決定を行うため，費用が少し高くなっても最適水準を保つためにある程度の水準を確保する．よって，費用に対しても投資水準は緩やかにしか変化しない．

表–1 モデルの比較

	$m = 0$	m 内生	m 外生
投資水準 (m)	0.000	0.052	0.361
若年消費 (c_1)	1.080	1.110	1.181
老年消費 (c_2)	1.389	1.417	1.514
貯蓄 (s)	0.309	0.305	0.258
資本ストック (k)	0.309	0.321	0.351
うち長寿命資本	0.000	0.032	0.186
	(0%)	(10%)	(53%)

$n = 0, \alpha = 0.5, \beta = 5, \rho = 2.5, R = 3, \delta = 0.5$

5. おわりに

本研究では，社会基盤をめぐって世代間に存在する相互関係を考慮した上で，社会基盤整備がマクロ経済に及ぼす影響を明らかにした．分析の結果，均衡における長寿命資本への投資水準は過小となること，また社会基盤整備政策によって世代重複モデルにおける動学的非効率性を解消する可能性があることが示された．人口動態変化の影響についても分析も行い，人口減少下においては 1 人当たりの長寿命資本投資水準を人口増加下に比べて増加させるべきであることがわかった．この点については，講演時に詳しく述べる．

参考文献

1) Diamond,P.A. : National Debt in a Neoclassical Growth Model, *American Economic Review*, Vol.55, No.5, pp.1126-1150, 1965.
2) Barro R.: Government Spending in a Simple Model of Endogenous Growth, *Journal of Political Economy*, Vol.98, pp.103-125, 1990.
3) Futagami K., Morita Y. and Shibata A.: Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital, *Scandinavian Journal of Economics*, Vol.95(4), pp.607-625, 1993.
4) 石倉智樹・横松宗太：動学マクロ経済モデルにおけるインフラ技術のキャラクタライズ，土木計画学研究・講演集 No.37，172，2008.