

確率的動学マクロ経済モデルの 長期的な防災投資計画への応用

瀬木 俊輔¹・石倉 智樹²・横松 宗太³

¹学生会員 京都大学工学研究科都市社会工学専攻 博士後期課程
(〒615-8540 京都府京都市西京区京都大学桂)
E-mail:segi.shunsuke@kt3.ecs.kyoto-u.ac.jp

²正会員 東京大学特任准教授 工学系研究科社会基盤学専攻 (〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1)
E-mail:ishikura@csur.t.u-tokyo.ac.jp

³正会員 京都大学准教授 防災研究所巨大災害研究センター (〒611-0011 京都府宇治市五ヶ庄)
E-mail:yoko@drs.dpri.kyoto-u.ac.jp

災害の悪影響を緩和するためには、防災投資を行い、耐震補強設備や堤防、ダム等の防災資本を整備する必要がある。本研究では、災害の不確実性とその影響の長期性を考慮したうえで、防災投資を多期間にわたりいかに行えばよいのかを分析することができる、確率的動学マクロ経済モデルを構築した。このモデルを用いれば、地域内の生産資本ストックに応じた最適な防災資本ストックの水準の分析や、災害後の復旧過程の分析、災害リスクや防災技術の変化が地域経済に及ぼす長期的な影響についての分析などを行うことも可能である。分析の結果、防災技術の向上は、地域内総生産や社会厚生 of 長期的な水準を増加させることがわかった。

Key Words : *dynamic optimization, disaster prevention*

1. はじめに

大規模な自然災害が地域経済、あるいは一国の経済に大規模かつ長期的な悪影響を及ぼすことは良く知られている。その主な原因は、地域内に蓄積されてきた資本（例えば、工場、オフィスビル、発電所などの設備や、道路、橋梁、送電線などのインフラなど）が災害によって破壊されてしまうことにある。いったん資本が破壊されてしまうと、資本ストックが元の水準に回復するまでの間、地域の経済活動は低迷することになる。

こうした災害の悪影響を緩和するためには、建築物に耐震補強設備を備え付けたり、堤防・ダムなどの防災インフラを整備したりすることによって、災害発生時の被害を軽減する必要がある。本研究では、災害発生時の物理的な被害を軽減することができる、このような設備や資産を総称して「防災資本」、また、防災資本への投資を「防災投資」と呼ぶことにする。これに対して、生産活動に寄与する工場などの資本を「生産資本」、また、生産資本への投資を単に「投資」と呼び、防災資本や防災投資と区別する。防災資本は生産資本と同様に、防災投資によって蓄積されていくという、ストックの性質を

備えている。

ここで問題となるのは、防災投資にはコストが必要となることである。防災投資に必要なコストと、防災投資による災害の悪影響の緩和効果が釣り合うような、最適な防災投資を行うためには、災害が持つ次の二つの特徴を考慮する必要があると考えられる。一つは、災害は不確実性を伴って生起することである。そしてもう一つは、災害は地域の生産資本を破壊し、その後、長期間にわたって地域の生産活動を低下させることである。

よって、分析の枠組みは不確実性と時間軸の双方を考慮したものとなる必要があると考えられる。本研究では、この条件を満たす分析の枠組みとして、確率的動学マクロ経済モデルを応用する。確率的動学マクロ経済モデルとは、時間軸と不確実性を導入したマクロ経済のモデルであり、長期的な経済の問題を考えるうえで有用なモデルである。

本研究では、災害と防災資本を表現した確率的動学マクロ経済モデルを構築し、これを用いて長期的な防災投資計画問題について分析することを第一の目的とする。

また、このモデル中では、災害規模、災害発生確率、防災技術を外生的なパラメータとして表現するが、これ

らのパラメータを変化させることによって、災害リスクや防災技術の変化が経済に及ぼす長期的な影響についても分析することが可能である。そこで、こうした分析を行い、それを通じて、防災投資計画に関わる示唆を得ることを第二の目的とする。

以下、2章では、既往研究について整理し、既往研究の中における本研究の位置づけについて述べる。3章では、災害と防災資本を表現した、確率的動学マクロ経済モデルを定式化する。4章では、3章で定式化したモデルを数値解析によって分析し、考察を行う。5章では、本研究の成果をまとめ、4章の分析結果から得られた示唆を述べる。

2. 既往研究の概要と本研究の焦点

防災資本への投資の便益を評価する手法については、既に多くの研究が蓄積されている。それらの研究を大別すると、静学的なモデルを用いるものと動学的なモデルを用いるものに分けることができる。

まずは、静学的なモデルを用いた研究を挙げる。高木ら[1996]¹⁾および上田[1997]²⁾は、ロジットモデルによって家計の立地選択行動を定式化し、等価変分を用いて防災投資の様々な便益評価指標を定義している。多々納[1998]³⁾でも同様の指標が定義されている。また、小林、横松[2000a]⁴⁾では、保険を通じて、家計間でパレート最適ナリスクの配分が行われている状況下における防災投資の便益を、等価変分と補償変分によって定義し、これが防災投資によって節約される家計の災害保険料に等しいことを明らかにしている。

次に、動学的なモデルを用いた研究を挙げる。横松、小林[1999]⁵⁾は、ポアソン過程に従って災害が生じるとき、この災害によって死亡するリスクを持つ家計が、死亡保険を利用しながら資産蓄積を行う過程をモデル化し、家計が最適な資産蓄積を行うときの最適値関数を用いて等価変分を導き、これを防災投資による家計の死亡リスクの軽減便益と定義している。また、横松、小林[2000b]⁶⁾は、ポアソン過程に従って災害が生じるとき、この災害によって被害を受ける物的資産と、被害を受けない金融資産を持つ家計が、災害保険を利用しながら資産蓄積を行う過程をモデル化し、家計が最適な資産蓄積を行うときの最適値関数を用いて等価変分を導き、これを防災投資による家計の物的被害リスクの軽減便益と定義している。さらに、家計の効用関数がコブ=ダグラス型を取るとき、この便益は、期待被害額の減少額の現在価値の総和に、災害保険のマークアップ率を乗じた値となることを示している。

防災資本への投資の便益評価や、最適な防災資本への投資の水準を分析する研究ではないものの、災害リスク

や防災投資が経済に与える長期的な影響を、動学的なマクロモデルにより分析した研究もいくつか存在している。五十部ら[2000]⁷⁾は、災害がポアソン過程に従って生じる経済の最適成長経路について分析している。そして、災害が生じた時の被害率を変化させることで、防災投資が長期的な経済活動に与える影響について分析している。鈴木[2006]⁸⁾は、災害の発生間隔を計画期間とする動学的最適化問題を扱い、防災投資の水準が一人当たり資本ストックの関数として表されるときに最適成長経路について分析している。

本研究は、動学的な分析を行う研究のグループに含まれる。このグループ中における、本研究の主な特徴は次の二つである。まず、本研究のモデルは一般均衡の形をとっているため、災害による家計の所得低下を考慮した分析が可能となっていることである。この点については、五十部ら[2000]⁷⁾の研究と同様である。次に、本研究のモデルでは、防災資本への投資のコストがモデル中で表現されていることである。これによって、防災資本への投資を行うと、生産資本への投資や消費に使え資金が減るといった効果を考慮した分析が可能になるとともに、防災技術が経済に及ぼす長期的な影響についても分析が可能となっている。鈴木[2006]⁸⁾の研究でも、防災投資のコストはモデル中で表現されているが、この研究では防災投資の水準が一人当たり資本ストックの関数として表されており、最適な防災投資の水準を分析することができるものとはなっていない。

3. モデル

他の地域と経済的な交流が無い地域（もしくは国）を考える。この地域では、不確実性を伴った災害が生じるものとする。このような地域の長期的な経済活動を、防災投資を含む形でモデル化する。

(1) 災害の被害のモデル化

本節では、災害が地域にもたらす被害をモデル化する。ある時点における、この地域内の生産資本のストックを K 、防災資本のストックを G とする。災害が生じたときの、生産資本の被害額と防災資本の被害額をそれぞれ、 $\Psi_K(K, G)$ 、 $\Psi_G(K, G)$ という関数で表す。すなわち、災害が生じた後に、破壊されずに残される生産資本のストックと防災資本のストックはそれぞれ、

$$K - \Psi_K(K, G) \quad (1)$$

$$G - \Psi_G(K, G) \quad (2)$$

と表すことができるものとする。

$\Psi_K(K, G)$ 、 $\Psi_G(K, G)$ は、 K, G について 2 階微分可能であり、かつ、条件式(3)-(5)を満たすものとする。

$$0 \leq \Psi_K(K, G) \leq K \quad (3)$$

$$0 \leq \Psi_G(K, G) \leq G \quad (4)$$

$$\frac{\partial \Psi_K}{\partial G}(K, G) \leq 0 \quad (5)$$

式(3), 式(4) は, マイナスの被害額がありえないこと, そして, 存在する資本よりも多くの資本が破壊されることがないことを表している. 式(5)は, 生産資本の被害が, 防災資本のストックが増えるほど減少することを表す. これらは全て, 災害の被害の一般的な性質を定式化したものと言える.

(2) 経済活動のモデル化

社会計画者 (例えば政府) によるこの地域の代表的家計の期待生涯効用最大化問題として, この地域の経済活動をモデル化する.

この地域の人口および技術水準は通時的に一定であるものとし, 人口は1に基準化する. 地域内の労働力は人口に一致するものとする.

時間を $t=0, 1, 2, \dots$ と離散的に表現する.

t 期の期初における生産資本のストックを K_t , 防災資本のストックを G_t で表す.

ある期に災害が生じる場合は, その期の開始直後に生じるものとする. ある期に災害が生じる確率は通時的に一定であるものとし, その確率を p で表す. $t-1$ 期以前において, t 期に災害が生じるかどうかを確定的に知ることにはできないものとする.

ここで, モデルの表記を簡潔にするため, 災害の生起を表現する確率変数 z_t を導入する. t 期に災害が生じる場合は, z_t は1の値をとり, 災害が生じない場合は, 0の値をとるものとする. すなわち,

$$P(z_t = 1) = p \quad (6)$$

$$P(z_t = 0) = 1 - p \quad (7)$$

と表せるものとする. ここで, $P(z_t = x)$ は, z_t が値 x を取る確率を表す.

t 期に災害が生じたかどうかを判明した後の (すなわち, z_t の値が判明した後の) 生産資本と防災資本のストックを, それぞれ $K_{AD,t}$, $G_{AD,t}$ とする. 確率変数 z_t を用いると, $K_{AD,t}$ と $G_{AD,t}$ は式(8), 式(9)のように表すことができる.

$$K_{AD,t} = K_t - \Psi_K(K_t, G_t)z_t \quad (8)$$

$$G_{AD,t} = G_t - \Psi_G(K_t, G_t)z_t \quad (9)$$

t 期の生産活動は, t 期に災害が生じたかどうかを判明した後に行われるものとする. 生産物は1種類のみであり, 消費財としても投資財としても利用可能であるものとする.

この地域が持つ生産技術は, 生産資本 K , 労働力 N についての生産関数 $F(K, N)$ で表されるものとする.

$F(K, N)$ は K, N について2階微分可能であり, かつ, 次の条件式(10)-(19)を満たすものとする.

$$F(0, N) = 0 \quad (10)$$

$$F(K, 0) = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial F}{\partial K}(K, N) > 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial F}{\partial N}(K, N) > 0 \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial K^2}(K, N) < 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial N^2}(K, N) < 0 \quad (15)$$

$$\lim_{K \rightarrow +0} \frac{\partial F}{\partial K}(K, N) = \infty \text{ for all } N > 0 \quad (16)$$

$$\lim_{K \rightarrow \infty} \frac{\partial F}{\partial K}(K, N) = 0 \text{ for all } N > 0 \quad (17)$$

$$\lim_{N \rightarrow +0} \frac{\partial F}{\partial N}(K, N) = \infty \text{ for all } K > 0 \quad (18)$$

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\partial F}{\partial N}(K, N) = 0 \text{ for all } K > 0 \quad (19)$$

この地域では, 生産資本, 労働力ともに非弾力的に供給されるものとする. よって, t 期の地域内総生産 (GRP) Y_t は,

$$Y_t = F(K_{AD,t}, 1) \quad (20)$$

と表される. 労働力の供給は常に1であることから,

$$f(K) = F(K, 1) \quad (21)$$

と定義すると, 式(20)は,

$$Y_t = f(K_{AD,t}) \quad (22)$$

と簡略化して表すことができる.

t 期の地域内総生産 Y_t は, t 期の消費 C_t , 投資 $I_{K,t}$, 防災投資 $I_{G,t}$ へと支出される. この関係を式(23)に表す.

$$Y_t = C_t + I_{K,t} + I_{G,t} \quad (23)$$

投資によって, 生産資本と防災資本が蓄積される. 投資とストックの関係は, 次の式(24), 式(25)で表される.

$$K_{t+1} = (1 - \delta_K)K_{AD,t} + I_{K,t} \quad (24)$$

$$G_{t+1} = (1 - \delta_G)G_{AD,t} + I_{G,t} \quad (25)$$

ここで, δ_K, δ_G はそれぞれ, 生産資本の減耗率と防災資本の減耗率を表す.

一方, 消費によって, この地域の代表的家計は効用を獲得する. 代表的家計が t 期の消費によって獲得する t 期の効用は, 効用関数 $u(C_t)$ によって表されるものとする. 効用関数 $u(C)$ は条件式(26) - (28)を満たすものとする.

$$u'(C) > 0 \quad (26)$$

$$u''(C) < 0 \quad (27)$$

$$\lim_{C \rightarrow +0} u'(C) = \infty \quad (28)$$

消費 C_t , 生産資本への投資 $I_{K,t}$, 防災資本への投資 $I_{G,t}$ には非負制約(29)-(31)が存在するものとする.

$$C_t \geq 0 \quad (29)$$

$$I_{K,t} \geq 0 \quad (30)$$

$$I_{G,t} \geq 0 \quad (31)$$

上記のような経済構造の下で, 社会計画者は代表的家計の期待生涯効用の最大化問題(32)の解を満たすように政策決定を行うものとする.

$$\max_{\{C_t, K_{t+1}, G_{t+1}\}_{t=0}^{\infty}} E_0 \left[\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t u(C_t) \right] \quad (32)$$

subject to

$$\begin{aligned} & f(K_t - \Psi_K(K_t, G_t)z_t) \\ & + (1 - \delta_K)(K_t - \Psi_K(K_t, G_t)z_t) \\ & + (1 - \delta_G)(G_t - \Psi_G(K_t, G_t)z_t) \\ & = C_t + K_{t+1} + G_{t+1} \end{aligned} \quad (33)$$

$$K_{t+1} - (1 - \delta_K)(K_t - \Psi_K(K_t, G_t)z_t) \geq 0 \quad (34)$$

$$G_{t+1} - (1 - \delta_G)(G_t - \Psi_G(K_t, G_t)z_t) \geq 0 \quad (35)$$

$$P(z_t = 1) = p \quad (6)$$

$$P(z_t = 0) = 1 - p \quad (7)$$

$$K_0, G_0, z_0 : \text{given} \quad (36)$$

ここで, $E_t[\]$ は t 期に得られる情報を用いて期待値を計算する演算子であり, β ($0 < \beta < 1$) は割引因子である.

式(33) - (35)は問題の制約式であり, 式(8), 式(9), 式(22) - (25), 式(30), 式(31)をまとめたものである. なお, 消費の非負制約については, 式(28)が満たされている限り, 問題を解く際に考慮する必要が無いため, 省略している.

(3) 最適化条件

前節で定式化した最適化問題(32)の解が満たすべき必要条件を導出する.

まず, K_t, G_t, z_t を所与とするときの t 期のラグランジアン L_t を次のように定式化する.

$$\begin{aligned} L_t = E_t & \left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} \{ u(C_\tau) \right. \\ & + \lambda_\tau (f(K_\tau - \Psi_K(K_\tau, G_\tau)z_\tau) \\ & + (1 - \delta_K)(K_\tau - \Psi_K(K_\tau, G_\tau)z_\tau) \\ & + (1 - \delta_G)(G_\tau - \Psi_G(K_\tau, G_\tau)z_\tau) \\ & - C_\tau - K_{\tau+1} - G_{\tau+1}) \\ & + \mu_{K,\tau} (K_{\tau+1} - (1 - \delta_K)(K_\tau - \Psi_K(K_\tau, G_\tau)z_\tau)) \\ & \left. + \mu_{G,\tau} (G_{\tau+1} - (1 - \delta_G)(G_\tau - \Psi_G(K_\tau, G_\tau)z_\tau)) \right] \end{aligned} \quad (37)$$

ここで, $\lambda_\tau, \mu_{K,\tau}, \mu_{G,\tau}$ はラグランジュ乗数である.

t 期に決定される変数である C_t, K_{t+1}, G_{t+1} について, L_t を微分した式を 0 とおくことで, オイラー方程式(38) - (40)が得られる.

$$\frac{\partial L_t}{\partial C_t} = u'(C_t) - \lambda_t = 0 \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_t}{\partial K_{t+1}} = & -\lambda_t + \mu_{K,t} + \beta E_t \left[\lambda_{t+1} \left\{ \right. \right. \\ & (f'(K_{t+1} - \Psi_K(K_{t+1}, G_{t+1})z_{t+1}) + 1 - \delta_K) \\ & \cdot \left(1 - \frac{\partial \Psi_K}{\partial K}(K_{t+1}, G_{t+1})z_{t+1} \right) \\ & \left. \left. + (1 - \delta_G) \left(-\frac{\partial \Psi_G}{\partial K}(K_{t+1}, G_{t+1})z_{t+1} \right) \right\} \right] \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} & -\mu_{K,t+1} (1 - \delta_K) \left(1 - \frac{\partial \Psi_K}{\partial K}(K_{t+1}, G_{t+1})z_{t+1} \right) \\ & - \mu_{G,t+1} (1 - \delta_G) \left(-\frac{\partial \Psi_G}{\partial K}(K_{t+1}, G_{t+1})z_{t+1} \right) \Big] = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_t}{\partial G_{t+1}} = & -\lambda_t + \mu_{G,t} + \beta E_t \left[\lambda_{t+1} \left\{ \right. \right. \\ & (f'(K_{t+1} - \Psi_K(K_{t+1}, G_{t+1})z_{t+1}) + 1 - \delta_K) \\ & \cdot \left(-\frac{\partial \Psi_K}{\partial G}(K_{t+1}, G_{t+1})z_{t+1} \right) \\ & \left. \left. + (1 - \delta_G) \left(1 - \frac{\partial \Psi_G}{\partial G}(K_{t+1}, G_{t+1})z_{t+1} \right) \right\} \right] \\ & - \mu_{K,t+1} (1 - \delta_K) \left(-\frac{\partial \Psi_K}{\partial G}(K_{t+1}, G_{t+1})z_{t+1} \right) \\ & - \mu_{G,t+1} (1 - \delta_G) \left(1 - \frac{\partial \Psi_G}{\partial G}(K_{t+1}, G_{t+1})z_{t+1} \right) \Big] = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

オイラー方程式と予算制約式(33)と, クーン=タッカー条件(41)-(46)が, 問題(32)の解が満たすべき必要条件である.

$$\mu_{K,t} (K_{t+1} - (1 - \delta_K)(K_t - \Psi_K(K_t, G_t)z_t)) = 0 \quad (41)$$

$$\mu_{K,t} \geq 0 \quad (42)$$

$$K_{t+1} - (1 - \delta_K)(K_t - \Psi_K(K_t, G_t)z_t) \geq 0 \quad (43)$$

$$\mu_{G,t}(G_{t+1} - (1 - \delta_G)(G_t - \Psi_G(K_t, G_t)z_t)) = 0 \quad (44)$$

$$\mu_{G,t} \geq 0 \quad (45)$$

$$G_{t+1} - (1 - \delta_G)(G_t - \Psi_G(K_t, G_t)z_t) \geq 0 \quad (46)$$

本研究では、数値解析によりモデルの分析を行ったが、その際には、これらの必要条件を利用している。

(4) 社会厚生指標の定義

問題(32)の解を求めると、代表的家計の t 期の期待生涯効用を、 t 期の状態変数 K_t, G_t, z_t の関数として表すことができるようになる。本研究では、この代表的家計の期待生涯効用の値を、この地域の社会厚生を表す指標として定義し、 V_t で表す。すなわち、

$$V_t(K_t, G_t, z_t) = E_t \left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} u(C_\tau^*) \right] \quad (47)$$

と定義する。ここで、 C_τ^* は τ 期における最適な消費を表す。

4. 数値シミュレーション

本章では、3章で定式化したモデルを数値解析によって分析し、考察を行う。

なお、本研究が数値解析を行うにあたって参考とした資料は、Heer, Maussner[2009]⁹⁾および、Christiano, Fisher[2000]¹⁰⁾である。3章の3節で導いた必要条件とこれらの資料を基に、有限要素法を用いて数値解析を行った。

(1) 関数形とパラメータの設定

a) 効用関数の関数形

効用関数 $u(C)$ には、相対的リスク回避度一定の効用関数、

$$u(C) = \begin{cases} \frac{C^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} & (\sigma \neq 1) \\ \ln C & (\sigma = 1) \end{cases} \quad (48)$$

を採用した。ここで、 $\sigma > 0$ は相対的リスク回避度を表すパラメータである。

b) 生産関数の関数形

生産関数 $F(K, N)$ には、 K, N について一次同次のコブ=ダグラス型の生産関数、

$$F(K, N) = ZK^\alpha N^{1-\alpha} \quad (49)$$

を採用した。ここで、 $Z > 0$ および $0 < \alpha < 1$ はパラメータである。

c) 被害額を表す関数の関数形

被害額を表す関数 $\Psi_K(K, G)$ 、 $\Psi_G(K, G)$ は、式(50)、式(51)のように設定した。

$$\Psi_K(K, G) = Kd \exp(-\theta G/K) \quad (50)$$

$$\Psi_G(K, G) = Gd \exp(-\theta G/K) \quad (51)$$

ここで、 $0 \leq d < 1$ および $\theta \geq 0$ はパラメータである。

式(50)と式(51)は、耐震補強設備や耐火設備といった、建築物に装備されるタイプの防災資本を想定して設定を行った。これらの防災資本は一般的に、保護している建築物が災害により破壊されれば、同時に破壊されてしまうという性質を持っているため、災害が生じた際に破壊される生産資本と防災資本の割合は等しいものとした。

これらの関数を用いる場合、災害が生じた際の資本の被害率 $d \exp(-\theta G/K)$ は、 G/K が増えるほど減少する。 G 単体ではなく、 G/K の単調減少関数となっている理由は次のとおりである。耐震補強設備などの防災資本は、一般的に、装備された建築物（およびその内部にある生産資本）のみを災害から保護する。よって、防災資本の効果を考えるときには、建築物1件あたりにどれだけの防災資本が装備されているかを考えなければいけない。 G/K は「建築物1件あたりにどれだけの防災資本が装備されているか」を表す指標として考えることができる。そのため、式(50)、式(51)のような関数形を採用した。

$G=0$ のときの資本の被害率は d であるから、パラメータ d は災害の規模を表すものとして解釈できる。

G/K が増えるとき、 θ が大きいくほど資本の被害率の減少は大きくなるので、パラメータ θ は防災資本に関わる技術の高さ、すなわち防災技術を表すものとして解釈できる。「技術の高さ」だけでは抽象的なので、この意味についてより詳しく述べる。 G は大雑把に言えば、「防災資本に対してこれまで何円が投資されてきたか」を表す変数である。しかし、投資されてきた金額が同じであっても、低コストで耐震性の高い建築物を建てられる場合には、より高い防災効果が期待できる。 θ はこのように、低コストで耐震性の高い建築物を建てることができる技術の高さを表すと解釈できる。少ない労働力や建築資材で頑丈な建築物を造ることができたり、高品質の免震技術へのアクセスが可能であることなどは、高い θ の値に対応している。

なお、本研究では、式(50)、式(51)の他にも、堤防やダムなどの防災資本を想定して、式(52)、式(53)のような関数形を設定して分析を行っている。

$$\Psi_K(K, G) = Kd \exp(-\theta G) \quad (52)$$

$$\Psi_G(K, G) = d_G \quad (53)$$

ここで、 $0 \leq d_G < 1$ はパラメータである。

しかし、式(52)、式(53)の関数形を採用した場合でも、定性的な結果は式(50)、式(51)の関数形を採用した場合とほとんど同じであった。そこで、この論文では、式(50)、式(51)の関数形を採用した場合の結果についてのみ述べる。

d) パラメータの設定

パラメータのうち、値を変化させてその影響を分析したものは、災害規模 d ，災害発生確率 p ，防災技術 θ のみである。それ以外のパラメータについては固定し、全ての数値解析において同じ値を採用した。固定したパラメータの値は表-1の通りである。

$\beta, \delta_K, \delta_G$ の値は 1 期間を四半期と考えて設定してある。防災資本は一般的に、鉄筋コンクリート構造物など、耐用年数の非常に長い資産の形を取ることから、 δ_G の値には 50 年=200 四半期の逆数である 0.005 を採用した。

(2) 資本の成長経路

本節では、資本の成長経路について分析する。ここでは、パラメータ設定が $p=0.005, d=0.5, \theta=30.0$ である場合の成長経路を取り上げ、これを用いて分析を行う。

図-1 は、このパラメータ設定のもとで、初期状態 $K_0=1, G_0=0, z_0=0$ から経済が出発し、以降、 z_t が 0 を取り続けた場合の、生産資本のストック K_t と防災資本のストック G_t の組 (K_t, G_t) をプロットし、直線で結んだものである。これは、生産資本と防災資本の限界的な価値が釣り合った点 (K, G) を結んだ曲線となっており、地域はこの曲線に沿って資本を蓄積していくのが最適な戦略となる。この曲線を **Balanced Growth Path (BGP)** と呼ぶことにする。生産資本の限界収益率は、生産資本が蓄積されるほど低くなっていくため、資本ストックが一定の水準に達すると、資本の蓄積は停止する。このパラメータ設定の場合には $(32.7, 2.36)$ で資本の蓄積が停止するため、この点以降のグラフは描かれない。

次に、 $K_0=1, G_0=0, z_0=0$ 以外の初期状態から、経済が成長を開始した場合の資本の成長経路を見ていく。初期状態が $K_0=18.4, G_0=0, z_0=0$ であり、以降、 z_t が 0 を取り続けた場合の成長経路を成長経路 A、初期状態が $K_0=1, G_0=1.07, z_0=0$ であり、以降、 z_t が 0 を取り続けた場合の成長経路を経路 B とし、図-1 にこれらの成長経路を書き加えると、図-2 のようになる。この図から次のことが読み取れる。資本ストックが BGP から離れた状態にある場合は、まずは BGP へ向かい、それから生産資本と防災資本の双方を蓄積していくのが最適な投資戦略となる。BGP へ合流するまでの間、相対的に過大なストックとなっている資本（成長経路 A の場合は生産資本、成長経路 B の場合は防災資本）への投資は行われず、その資本は減耗し続ける。

こうした BGP の性質を考慮すると、BGP は、生産資本ストック K が与えられたときの、最適な防災資本ストック G を表すグラフとして解釈することができる。よって、BGP のグラフを用いれば、生産資本ストック K が与えられたときの、最適な G/K の値を計算することができる。この最適な G/K の値を最適防災資本装備

表-1 パラメータの設定

σ	Z	α	β	δ_K	δ_G
2.0	1.0	0.35	0.99	0.025	0.005

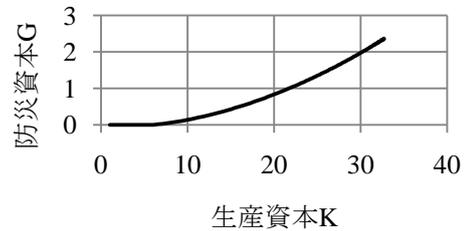


図-1 Balanced Growth Pass

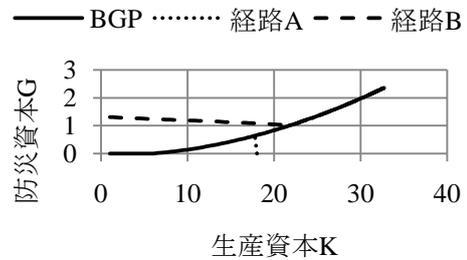


図-2 BGP への合流

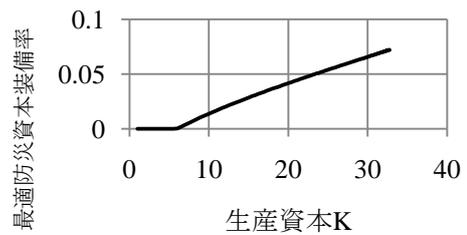


図-3 最適防災資本装備率

率と呼ぶことにする。生産資本ストックが与えられたときの、最適防災資本装備率のグラフを示したものが、図-3 である。この図から次のことが読み取れる。生産資本ストックが増えるにつれて（すなわち、経済が発展するにつれて）、最適防災資本装備率の値は大きくなっていく。災害による資本の被害率 $d \exp(-\theta G/K)$ は G/K の単調減少関数となるから、これは、経済が発展するにつれて、地域が受容する最適な被害率が減少していくこ

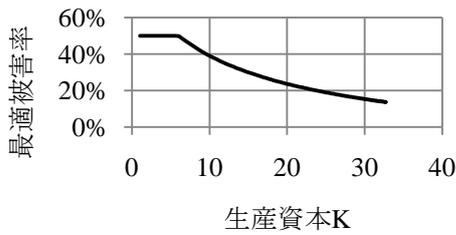


図4 最適被害率

とを意味する。この「地域が受容する最適な被害率」を最適被害率と呼ぶことにする。最適被害率のグラフを描くと、図4のように、右下がりのグラフが得られる。

以上の分析結果から、経済成長に伴い、最適防災資本装備率は増加し、需要被害率は減少していくことがわかる。

例えば、災害として震災を想定した場合、この分析結果は、経済成長とともに耐震基準を引き上げていくのが最適になるということを意味する。

日本の耐震基準も、経済成長とともに引き上げられてきた歴史がある。また、Anvarci[2005]¹¹⁾らは回帰分析により、一人あたりGDPと震災による死者数に強い負の相関があることを示している。震災による死者数と震災による資本の被害率には強い正の相関があると考えられるので、発展した国ほど災害時の資本の被害率が低下する傾向があると考えられる。これらの事実を、上述の分析結果と符合するものであると言える。

(3) 被災後の経済の復旧過程

本節では、被災した経済がどのような過程を経て復旧するのかを分析する。ここでは、パラメータ設定が $p = 0.005$, $d = 0.5$, $\theta = 30.0$ である場合の復旧過程を取り上げ、これを用いて分析を行う。

(K_0, G_0) が、BGP上の点(31.9, 2.23)に存在し、 z_0 が0である初期状態を考える。この次の期(1期)において災害が生起し、それ以降は z_t が0を取り続けた場合の成長経路を見ることで、被災後の経済の復旧過程を分析する。

本節では、時系列に沿って各変数がどのように変化していくのかを分析する。ただし、全ての変数は大きさが異なるため、基準時点からの変化率を見た方が、変数間の比較をしやすい。そこで、各変数の値を直接見る代わりに、 $t = 0$ 時点の各変数の値からの変化率を見る。

図5は、式(8)と式(9)で定義される $K_{AD,t}$ と $G_{AD,t}$ の0期からの変化率を示したものである。グラフの横軸は時間 t を表している。

生産資本は災害発生後、直ちに増加し始めるのに対し

て、防災資本は14期まで防災投資が行われないために減耗し続け、15期から増加を開始する。14期まで防災投資が行われない原因は、 $(K_{AD,t}, G_{AD,t})$ を KG 平面上にBGPとともにプロットした図6を見れば明らかとなる。この図から読み取れるように、災害が発生すると、資本間のバランスが崩れ、 (K_t, G_t) がBGPから外れてしまう。このケースでは、被災直後は防災資本が相対的に過大な水準となるため、BGPに復帰するまでの間は防災投資が行われず、防災資本が減耗し続けるのである。BGPに復帰した後(15期以降)は、生産資本と防災資本の双方に投資が行われるようになる。

このように、前節のBGPの性質は、被災後の復旧過程においても成立することがわかる。

次に、地域内総生産 Y_t 、消費 C_t 、資本への投資総額 $I_{K,t} + I_{G,t}$ の0期からの変化率を図7に示す。この図よ

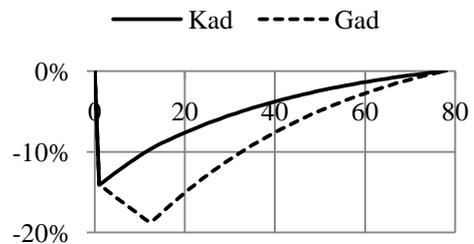


図5 $K_{AD,t}$, $G_{AD,t}$ の推移

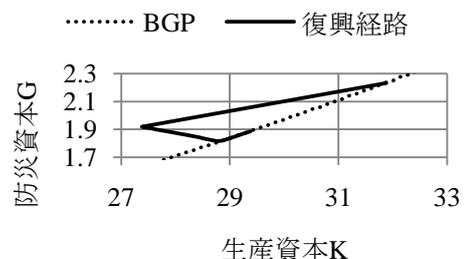


図6 被災後のBGPへの復帰

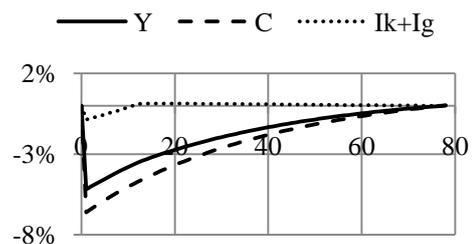


図7 Y_t , C_t , $I_{K,t} + I_{G,t}$ の推移

り、災害による GRP の減少率と比較して、消費の減少率はやや大きいことがわかる。また、GRP や消費の減少率と比較すると、資本への投資総額の減少率はずっと小さいことを読み取れる。

このことから、被災後に地域内総生産が落ち込んだときには、資本への投資総額をあまり変化させないことが最適になるが、その結果として消費が大きく抑制されることがわかる。

(4) 災害リスクの経済への影響

本節では、災害リスクの大きさ、すなわち、災害規模 d および、災害発生確率 p の変化が経済に及ぼす影響について分析する。

a) BGP への影響

本項では、災害リスクの変化が BGP に及ぼす影響について分析する。

図-8 は、 p を 0.005 に、 θ を 30.0 に固定したうえで、 d を 0.24, 0.5, 0.76 と変えて、BGP を描いた結果である。また、図-9 は、 d を 0.5 に、 θ を 30.0 に固定したうえで、 p を 0.0024, 0.005, 0.0076 と変えて、BGP を描いた結果である。これらの図より、災害規模が増えた場合も、災害発生確率が増えた場合も、BGP のグラフがシフトアップすることを読み取れる。すなわち、同じ生産資本ストックを持つ同じ発展段階の地域でも、災害リスクの高い地域の方が、最適な防災資本ストックは多くなる。これは、災害リスクが高いほど、防災投資の便益が高くなる

ためだと考えられる。

b) 各変数の長期的な水準への影響

本項では、災害リスクの変化が各変数の長期的な水準に及ぼす影響について分析する。具体的には、災害リスクの変化に伴い、各変数の定常分布の期待値がどのように変化するかを分析する。

定常分布の期待値とは、初期状態から十分に長い時間が経過したときの、変数の期待値のことである。本研究では、100 万期間のモンテカルロシミュレーションを行い、この期間の間の変数の平均値を求めることで、定常分布の期待値を計算した。

なお、前項の分析結果と同様に、 d を増加させたときと p を増加させたときの定性的な傾向は同じのものであったため、ここでは、 d を変化させたときの結果についてのみ述べる。

p を 0.005 に、 θ を 30.0 に固定し、 d を変化させたときの、各変数の定常分布の期待値の変化を図-10~図-12 に示す。

まず、 $G_{AD,t}$ の期待値の変化に着目すると、災害リスクが増すほど、防災資本ストックの長期的水準が増加することがわかる。これは、前項でも考察したように、災害リスクが高いほど、防災投資の便益が高くなるためだと考えられる。

一方で、その他の変数の期待値の変化に着目すると、災害リスクが増すほど、生産資本ストック、GRP、消費、社会厚生 of 長期的水準が減少することがわかる。これの

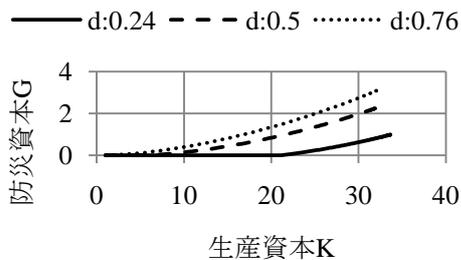


図-8 災害規模の BGP への影響

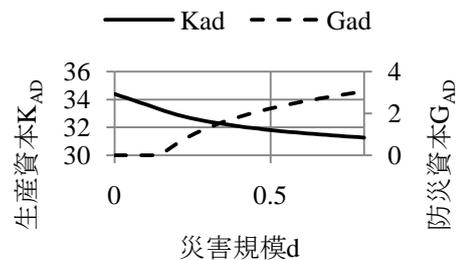


図-10 災害規模の $K_{AD,t}$ と $G_{AD,t}$ の期待値への影響

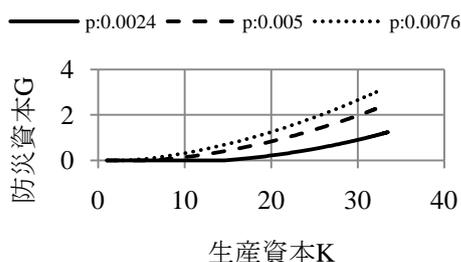


図-9 災害発生確率の BGP への影響

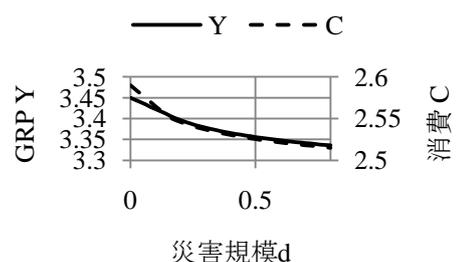


図-11 災害規模の Y_t と C_t の期待値への影響

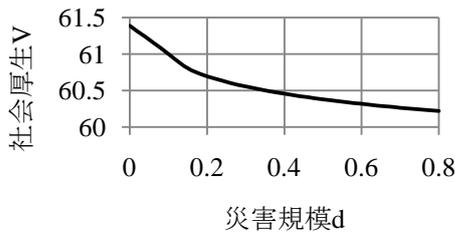


図-12 災害規模の V_t の期待値への影響

主な原因は、災害による生産資本の破壊であると考えられる。3節の分析でも見たように、災害が発生して生産資本が破壊されると、生産資本が元の水準に戻るまでの間、GRPだけではなく、消費も低下する。消費が低下すれば、社会厚生も低下する。そのため、これらの変数の期待値、すなわち、長期的水準が低下したと考えられる。

c) 災害規模と災害発生確率の影響の違い

前項でも述べたとおり、災害規模を増加させたときと災害発生確率を増加させたときの定性的な傾向は同じものであった。

しかし、その影響の大きさには違いが見られたので、本項ではこの点について分析を行う。 θ を 18.0 に固定し、 $d = 0.0025$, $p = 1.0$ のときの BGP と、 $d = 0.8$, $p = 0.003125$ のときの BGP を描いたものを図-13 に示す。どちらのケースも、防災資本ストックが無いときの災害時の被害率である dp の値は等しいが、この図から読み取れるように、 d の値の大きいケースの方が、同じ生産資本ストックでもより多くの防災資本ストックが必要となることがわかる。また、図-14 は、 θ を 18.0 に固定し、 dp の値を一定の値 0.0025 に保ちながら、 d の値を変化させたときの $G_{AD,t}$ の期待値の変化を示したグラフであるが、このグラフからも、 dp の値が等しい災害であっても、 d の値が大きい災害に直面している地域の方が、防災資本ストックの長期的な水準が高くなることわかる。

この原因は、災害の被害率が大きいほど、災害発生後に生産資本ストックが元の水準に回復するまでの間の、消費の低下が大きくなり、社会厚生も低下するものとなることだと考えられる。そのため、資本の被害率の期待値が同じであっても、規模の大きい災害に直面している地域の方が、防災資本への投資を多く行うことによって、資本の被害率を下げる必要が生じると考えられる。

この結果より、最適な防災投資の水準を分析するためには、単純な被害額の期待値を用いた分析ではなく、災害後の地域内総生産や消費の低下を考慮に入れた分析が

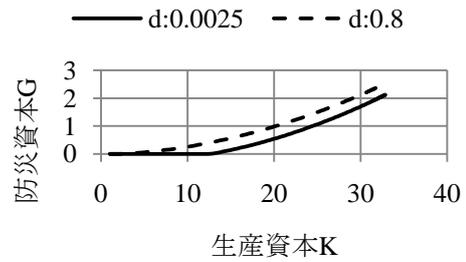


図-13 dp 一定のときの災害規模の BGP への影響

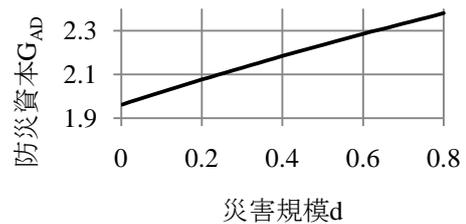


図-14 dp 一定のときの災害規模の $G_{AD,t}$ の期待値への影響

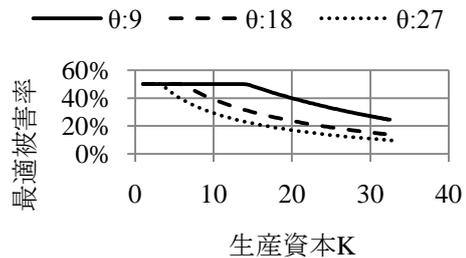


図-15 防災技術の最適被害率への影響

必要になると言えよう。

(4) 防災技術の経済への影響

本節では、防災技術 θ の変化が経済に及ぼす影響について分析する。

a) 最適被害率への影響

本項では、防災技術の変化が最適被害率に及ぼす影響について分析する。

図-15 は、 d を 0.5、 p を 0.005 に固定したうえで、 θ を 9.0, 18.0, 27.0 と変えて最適被害率のグラフを描いたものである。この図から読み取れるように、同じ生産資本を持つ同じ発展段階の地域でも、防災技術が高いほど、最適被害率が低下する。これは、防災技術が高くなると、同額の防災投資でも、災害時の被害率をより低下させることができるようになるためだと考えられる。

b) 各変数の長期的な水準への影響

本項では、防災技術の変化が各変数の長期的な水準に及ぼす影響について分析する。 d を 0.5 に、 p を 0.005 に固定し、 θ を変化させたときの、各変数の定常分布の期待値の変化を図-16～図-18 に示す。

まず、 $G_{AD,t}$ の期待値の変化に着目する。防災技術が 0 に近い値のときには、防災投資は行われず、防災技術が 4.0 以上になると、防災投資が行われるようになり、防災技術の向上に伴って、防災資本ストックの長期的水準が増加するようになることがわかる。これは、防災技術が一定の水準よりも高くないと、防災投資の便益が、防災投資のコストを上回ることができないためだと考えられる。防災技術が一定の水準を超えると、防災投資の便益が防災投資のコストを上回るようになり、防災技術の向上に伴って、防災投資の便益も高くなるため、防災投資が増え、防災資本ストックの長期的水準が増加したと考えられる。

しかし、防災技術が 12.0 を超えると、今度は、防災技術の向上に伴って、防災資本の長期的水準が減少するようになることがわかる。これは、防災技術の向上により、所定の防災効果を得るために必要な防災投資の金額が、節約できるようになるためだと考えられる。なお、防災技術が 12.0 を超えた後でも、災害による資本の被害率 $d \exp(-\theta G/K)$ を減らすために必要な $\theta G_i/K_i$ の値の長期的水準は、防災技術の増加に伴って増加し続ける。このことは、図-19 から確認できる。

次に、その他の変数の期待値の変化に着目すると、防災技術が 4.0 以上で防災投資が行われているときには、防災技術が向上するにつれて、生産資本ストック、GRP、消費、社会厚生 of 長期的水準が増加する傾向を読み取れる。これは、前項の分析でも見たように、防災技術が向上するほど、最適被害率が低下するためだと考えられる。災害時の資本の被害率が低下すれば、災害後の生産資本ストックと GRP の低下、および、それに伴う消費と社会厚生の低下が抑えられるようになるため、これらの変数の長期的水準が増加したと考えられる。

5. おわりに

本研究では、災害が経済に及ぼす長期的な影響を考慮しつつ、防災資本への投資を多期間にわたってどのように行っていけばよいのかを分析するための、確率的動学マクロ経済モデルを構築した。このモデルの特徴は二つある。一つは、不確実性を伴って生じる生産資本の破壊現象として、災害を表現したことである。もう一つは、地域内に蓄積されることによって、災害による生産資本の破壊を抑えることができる特殊な資本として、防災資本を表現したことである。前者によって、不確実性と影

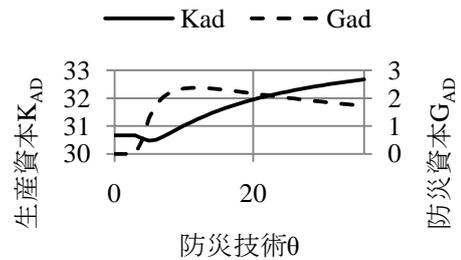


図-16 防災技術の $K_{AD,t}$ と $G_{AD,t}$ の期待値への影響

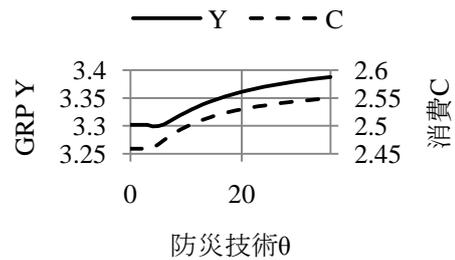


図-17 防災技術の Y_t と C_t の期待値への影響

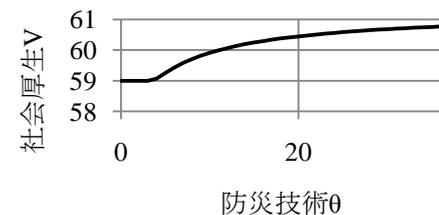


図-18 防災技術の V_t の期待値への影響

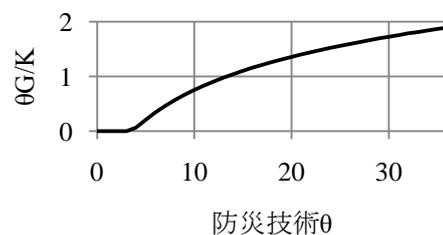


図-19 防災技術の $\theta G_i/K_i$ の期待値への影響

響の長期性という災害の特徴が表現されている。また後者によって、多期間にわたる投資により蓄積されていくという、防災資本が持つストックとしての特徴が表現されている。

このモデルを用いることによって、防災投資を多期間

にわたりどのように行っていけばよいかを分析するだけでなく、地域内の生産資本ストックに応じた最適な防災資本ストックの水準の分析や、災害後の経済の復旧過程の分析、災害リスクや防災技術の変化が経済に及ぼす長期的影響についての分析などを行うことができる。

分析の結果、4章で述べたようにいくつかの知見を得ることができた。その中で、最も重要な知見と考えられるのは、防災技術の向上が地域内総生産や社会厚生 of 長期的水準を増加させるということである。逆に言えば、防災技術が一定である限り、地域内総生産や社会厚生 of 長期的水準の改善には限界があるということになる。これは、防災投資の限界的な便益は、防災資本が蓄積されるに従って低下していくためだと考えられる。

よって、防災投資計画の問題を考えるうえでは、防災投資をどのように行うべきかを考えるのはもちろんのこと、防災投資を効率よく行うことを可能にする防災技術を、いかに向上させていくべきかも考える必要があると言える。

参考文献

- 1) 高木朗義, 森杉壽芳, 上田孝行, 西川幸雄, 佐藤尚: 立地均衡モデルを用いた治水投資の効果に関する研究, 土木計画学研究・論文集, No13, pp.339-348, 1996
- 2) 上田孝行: 防災投資の便益評価 - 不確実性と不均衡の概念を念頭に置いて -, 土木計画学研究・論文集, No.14, pp.17-34, 1997
- 3) 多々納裕一: 不確実性下のプロジェクト評価: 課題と展望, 土木計画学研究・論文集, No.15, pp. 19-30, pp.19-30, 1998
- 4) 小林潔司, 横松宗太: カタストロフ・リスクと防災投資の経済評価, 土木学会論文集, No.639/IV-46, pp.39-52, 2000
- 5) 横松宗太, 小林潔司: 防災投資による非可逆的リスクの軽減効果の経済便益評価, 土木計画学研究・論文集, No.16, pp.393-402, 1999
- 6) 横松宗太, 小林潔司: 防災投資による物的被害リスクの軽減分析, 土木学会論文集, No.660/IV-49, pp.111-123, 2000
- 7) 五十部渉, 多々納裕一, 岡田憲夫: 災害リスクが経済成長に与える影響と防災投資の効果に関する研究, 土木計画学研究・講演集, No.23(2), pp.157-160, 2001
- 8) 鈴木康夫: 最適地域経済成長と資本蓄積の対地震防災, 彦根論叢, 第 361 号, pp.99-117, 2006
- 9) Burkhard Heer, Alfred Maussner: Dynamic General Equilibrium Modeling Computational Methods and Applications 2nd Edition, pp.3-44, pp.268-280, Springer-Verlag, 2009.
- 10) Lawrence J. Christiano, Jonas D.M. Fisher: Algorithms for solving dynamic models with occasional binding constraints, *Journal of Economic Dynamic & Control*, Vol. 24, pp.1179-1232, 2000.
- 11) Nejat Anvarci, Monica Escaleras, Charles A. Register: Earthquake Fatalities: The Interacyion of Nature and Political Economy, *Journal of Public Economics*, Vol. 89, Issues. 9-10, pp.1907-1933, 2005.

(2011.5.6 受付)