空間従属性を考慮した重力モデルにおける内々フロー問題

堤　盛人[1]・爲季　和樹[2]

[1]正会員　筑波大学大学院准教授　システム情報工学研究科（〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1）
E-mail:tsutsumi@sk.tsukuba.ac.jp

[2]学生非会員　筑波大学大学院　システム情報工学研究科（〒305-8573 茨城県つくば市天王台1-1-1）
E-mail:s1120539@sk.tsukuba.ac.jp

ODデータにおける空間従属性を考慮した新たな重力モデルがLeSage and Pace (2008)によって提案されており，海外の様々な実証研究を通してその有用性が示されてきたが，このモデルは地域間流動（内外フロー）と共に地域内流動（内々フロー）の観測値を必要とする．しかし，実際には，例えば物流センサス等に見られるように，内々フローが観測されていないODデータは多く存在し，その様なデータを対象とした上述のモデルの推定法については既存研究では議論されてこなかった．本研究ではこの問題について取り上げ，その解決法として，観測されていない内々フローを欠損値とみなしたEMアルゴリズムを用いた推定法を提案する．都道府県間人口移動データへの適用結果から，欠損値とみなした内々フローを高精度で復元できることが明らかになり，提案手法により内外フローから内々フローを予測できる可能性が示唆された．

Key Words : *spatial econometrics, origin-destination flows, gravity model, intraregional flows*

1. 研究の背景と目的

二地域間の人や物の流動（フロー）を説明する研究において，古くから，いわゆる空間的相互作用モデルが用いられてきた．中でも空間相互作用モデルの原点である重力モデルは，発地の放出性，着地の吸収性，及び発着地間の分離性によってフローを説明するという理解が容易な構造と，モデルの対数変換によって最小二乗法で推定が行える単純さから，非常に古典的ながらも今なお多くの研究分野で使用されている．

しかしながら重力モデルは，フローの観測値がそれぞれ独立であると仮定しており，空間データ特有の空間従属性を考慮していない．そのため，推定によって得られたパラメータは空間的自己相関の影響を受けて正しいパラメータ推定がなされず，その信頼性が低下するという問題が生じてしまう．

この様な背景から，フローにおける空間従属性を考慮したモデル化に関する研究が近年盛んに行われている．特にLeSage and Pace (2008)は，空間データに内在する空間従属性を考慮したモデリングとして進展の目覚ましい空間計量経済学の手法を用いたモデルを提案し，海外の様々な実証研究においてその有用性が示されている．しかしながら彼らのモデルでは，被説明変数として扱われるフローデータにおいて地域**間**フロー（**内外**フロー）と地域**内**流動（**内々**フロー）両方の観測値が含まれたデータでのみ推定可能という制約がある．例えば物流センサス等，内々フローが観測されていないODデータが我が国でも多く存在する中，上記の制約はモデルの利用機会を極端に減らしてしまう．それにも拘わらず，この問題への解決法に関する研究はおろか、既往研究では詳しい議論すらされていないのが現状である．

そこで本研究は，LeSage and Pace (2008)のモデルにおける内々フローが観測されていないデータでの推定方法の問題を議論すると共に，その問題への解決法を提案することを目的とする．

2. 空間従属性を考慮した重力モデル

(1) 重力モデル

最も古典的な空間的相互作用モデルである重力モデル（無制約）の一般式は次式で表される．

$$T_{ij} = kV_i^{\alpha} W_j^{\gamma} d_{ij}^{-\beta} \tag{1}$$

T_{ij} は発地 i から着地 j へのフロー量であり，V_i, W_j はそれぞれ発地 i と着地 j の規模を表す変数で，d_{ij} は i, j 間の距離である．このモデルはパラメータ k, α, β, γ（>0）に対して非線形であるが，両辺を対数変換することで次式のように線形モデルとして表すことができる．

$$\ln T_{ij} = \ln k + \alpha \ln V_i + \gamma \ln W_j - \beta \ln d_{ij} \tag{2}$$

本研究ではLeSage and Pace (2008)に倣い，式(2)を行列表記したものを用いる．

$$\mathbf{y} = \alpha \mathbf{1}_n + \mathbf{X}_o \boldsymbol{\beta} + \mathbf{X}_d \boldsymbol{\gamma} + \theta \mathbf{d} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{3}$$

被説明変数 $\mathbf{y}$ は $n \times n$ のOD行列をvecオペレータにより $n^2 \times 1$ のベクトルに変換したものである．また $\mathbf{X}_o$, $\mathbf{X}_d$, $\mathbf{d}$ はそれぞれ対応するフローにおける $\ln V_i$, $\ln W_j$, $\ln d_{ij}$ を要素とする行列またはベクトルである（より詳しい説明はLeSage and Pace，2008を参照）．

(2) 空間従属性を考慮した重力モデル

空間従属性を考慮する方法論の一つとして空間計量経済学が挙げられる．空間計量経済モデルでは，データが観測された地域間の近接性を表した空間重み行列を用いた空間ラグ付き内生変数を含む自己回帰モデルによって空間従属性を考慮する．空間計量経済モデルは主に点データや面データに対して用いられることが多く，フローデータでの適用は，筆者らの知る限りLeSage and Pace (2008)以前には無かった．従来の点・面データでは，二地域間の近接性は n 地域であれば $n \times n$ の空間重み行列で表すことができる．しかしフローではすでに一つの観測値に発地と着地の二地域が含まれるため，二つのフロー間の近接性を表現するには計四地域を考慮しなければならず，空間重み行列での表現が非常に困難であると予想された．しかしLeSage and Pace (2008)は，フローを発地と着地のペアと考えるのではなく，一つの観測値として捉えるという発想により，フローにおける空間重み行列の作成法を提案した．

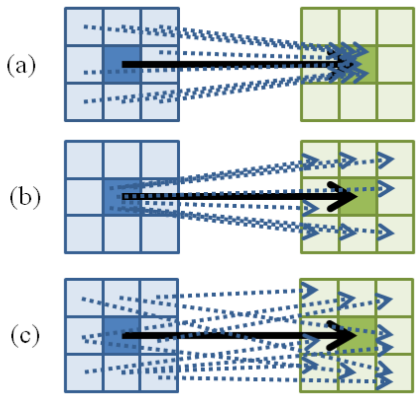

図1　フローにおける近接性の定義

彼らによれば，フローにおける近接性は，ある発地 i から着地 j へのフローが存在するとき，(a) 発地 i 周辺から着地 j へのフロー，(b) 発地 i から着地 j 周辺へのフロー，そして (c) 発地 i 周辺から着地 j 周辺へのフロー，という三つの場合に分けることができるとしている．ここでは，(a)〜(c) それぞれに対応して，「発地ベースの近接性」，「着地ベースの近接性」，「発着地ベースの近接性」と呼ぶこととする（図1参照）．
これらの近接性を空間重み行列で表現することはクロネッカー積によって発地ベース，着地ベース，そして発着地ベースはそれぞれ

$$\mathbf{W}_o = \mathbf{W} \otimes \mathbf{I}_n \tag{4}$$

$$\mathbf{W}_d = \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{W} \tag{5}$$

$$\mathbf{W}_w = \mathbf{W} \otimes \mathbf{W} \tag{6}$$

と作成することができる．ここで$\mathbf{W}$は n 地域での $n \times n$ の空間重み行列であり，$\mathbf{I}_n$ は $n \times n$ の単位行列である．これら三つの近接性を同時に考慮した際の空間ラグモデルは

$$\begin{aligned}\mathbf{y} = \rho_o \mathbf{W}_o \mathbf{y} + \rho_d \mathbf{W}_d \mathbf{y} + \rho_w \mathbf{W}_w \mathbf{y} \\ + \alpha \mathbf{1}_n + \mathbf{X}_o \boldsymbol{\beta} + \mathbf{X}_d \boldsymbol{\gamma} + \theta \mathbf{d} + \boldsymbol{\varepsilon}\end{aligned} \tag{7}$$

と表すことができる．

(3) 未調整モデルと調整済みモデル

式(3)と式(7)どちらも地域間流動（**内外**フロー）と地域内流動（**内々**フロー）を区別していない．そのためパラメータの推定は多くの場合，内外フローよりも大きな値が観測される内々フローに大きく影響を受け，パラメータ推定値が内外フローを十分説明できない恐れがある．この問題を避けるため，LeSage nad Pace (2008)は内外フローと内外フローを区別していないモデル（以下『**未調整モデル**』）より，内外フローと内々フローを区別するモデル（以下『**調整済みモデル**』）の使用を提案している．

$$\mathbf{y} = \alpha \tilde{\mathbf{1}}_n + \alpha_i \mathbf{1}_i + \tilde{\mathbf{X}}_o \boldsymbol{\beta} + \tilde{\mathbf{X}}_d \boldsymbol{\gamma} + \mathbf{X}_i \boldsymbol{\psi} + \theta \mathbf{d} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{8}$$

$\mathbf{1}_i$ と $\mathbf{X}_i$ における各要素は，それぞれ $\mathbf{1}_n$ と $\mathbf{X}_o$ の内々フローに対応する行以外がゼロとなっている．チルダのついた行列はその逆で，内々フローに対応する行における要素のみゼロとなっている．この内々フローを説明する変数 $\mathbf{X}_i$ は，内外フローの説明変数と同じ変数を含む必要はない．なぜなら調整済みモデルでは，$\mathbf{X}_i$ によって内々フローを説明することが目的ではなく，内外フローを説明するパラメータに内々フローの情報が影響しないようにすることが目的であるためである．

3. 空間モデルにおける内々フロー問題

(1) 内々フローが観測されないODデータ

空間計量経済モデルでは観測地域間の近接性を表す空間重み行列が潜在的な空間従属性を捉えるために重要な役割を果たすが，クロネッカー積を用いる彼らの提案により，フローにおける空間重み行列を容易に構築することが可能となった．しかしながらクロネッカー積を用いて構築されたフローの空間重み行列は，自動的に内外フローのみならず内々フローの近接性も定義に含めてしまう．これにより空間計量経済モデルでの推定を行う際には，被説明変数となるODデータが内外フローだけではなく内々フローも含まれたものでなければならないという制限が課されることとなる．実際には，ODデータには内々フローが観測されてない，もしくは含まれていない場合が多く，その様なデータを使用する場合上述の条件は厳しいものとなる．

一つの方法として，不明な内々フローをゼロとして設定することも考えられるが，この対処法はLeSage and Fishcer (2010)でも述べられているように好ましいものでない．その理由の例証として本研究では，内々フローをゼロとした場合（**内々ゼロケース**）と，内々フロー観測値を完全に含めた場合（**内々有ケース**）の二つのデータセットでそれぞれ推定した結果を比較する．このとき，片方のデータセットは内々フローをゼロとしているため内々と内外を区別する必要がないので，未調整モデルを使用する．使用するODデータは，住民基本台帳人口移動報告によって得られた2006年の47都道府県間人口移動である．発着地の規模を表す説明変数はLeSage and Pace (2008)で用いたものに沿う様に，2005年時の人口の対数，面積（km^2），15歳未満人口比率，完全失業者人口比率，第三次産業就業者人口比率，及び役員人口比率を選択した．また，内々フローの説明変数には人口の対数，65歳以上人口比率，完全失業者人口比率の三つを選択した．距離変数には，各県の代表点を人口重心とし，その代表点間の直線距離（m）の対数を用いた．

(2) 推定結果

表1及び表2はそれぞれ内々ゼロケースと内々有ケースでの推定結果であり，パラメータ推定値に関する問題点を浮き彫りにしている．例えば内々ゼロケースでは距離に係るパラメータは正の値になっているが，これは距離が増えるほど人口移動者が増えるという，直観とは正反対の結果となるため，この推定値が正しくないことは明らかである．その他にも，内々ゼロケースの空間パラメータ ρ_o と ρ_d の値が内々有ケースと比べて劇的に下がったことも留意するべきだが，より重大な問題は，発着地ベースの空間従属性を表す ρ_w の符号が負から正になったことである．また対数尤度の値は内々ゼロケースは内々有ケースの三倍以上となっており，モデルの良さが劇的に低下していることが確認できる．内々フローをゼロと設定することは空間構造に大きな影響を与えてしまい，パラメータ推定のみならずモデルの良さにも悪影響を及ぼすことが伺える．

以上の結果より，データの上で不明な内々フローをゼロと設定する対処法が如何に不適切であることかが確認され，また内々フローの観測値が空間計量経済モデルでは非常に重要な情報であることが示唆された．つまり

表1　内々ゼロケースのパラメータ推定結果

	内々フロー：ゼロ	
説明変数	係数	t 値
定数項	−24.242	−16.505
O_人口	0.698	14.026
O_面積	−0.031	−0.715
O_15歳未満人口	−0.721	−0.282
O_失業者	1.915	0.390
O_第3次産業就業者	2.075	1.126
O_役員人口	−7.107	−0.869
D_人口	0.706	13.898
D_面積	−0.076	−1.776
D_15歳未満人口	1.345	0.537
D_失業者	−1.148	−0.223
D_第3次産業就業者	1.275	0.666
D_役員人口	−6.386	−0.785
距離	0.354	29.683
ρ_o	0.259	8.215
ρ_d	0.194	5.909
ρ_w	0.517	12.419
対数尤度	−3194.4	

表2　内々有ケースのパラメータ推定結果

	内々フロー：完全情報	
説明変数	係数	t 値
定数項	−7.590	−14.704
O_人口	0.233	13.108
O_面積	0.070	4.998
O_15歳未満人口	3.118	3.864
O_失業者	7.792	4.94
O_第3次産業就業者	4.807	7.966
O_役員人口	−8.664	−3.319
D_人口	0.257	14.072
D_面積	0.048	3.439
D_15歳未満人口	4.474	5.526
D_失業者	6.062	3.85
D_第3次産業就業者	4.547	7.544
D_役員人口	−6.286	−2.407
距離	−0.282	−68.987
ρ_o	0.749	60.169
ρ_d	0.742	57.202
ρ_w	−0.756	−42.829
対数尤度	−902.7	

LeSage and Pace (2008)のモデルは，内外フロー及び内々フロー両方の観測値を完全に含むODデータでのみ適用可能であることを意味する．ところが，筆者らが知る限り，内々フローが観測されていないODデータでの推定手法は，これまで全く議論されてこなかった．

4. 提案手法

(1) EMアルゴリズムによる推定法

パラメータの推定に最尤法を適用する際に，データの欠損や不完全な観測が存在すると，尤度を扱いやすい形で表現することが困難になる．そこでDempster et al. (1977)は，完全なデータに対する最尤法を基礎にして反復計算により不完全な観測を伴うデータに基づくパラメータの最尤推定を行うEMアルゴリズムを提案した．EMアルゴリズムでは，データにおいて観測の行われなかった部分に任意の数値を代入し擬似的な完全データを構築した上で，これを基に対数尤度の最大化を行うことでパラメータの最尤推定値を求め，パラメータ推定値を更新する．この操作を繰り返すことでパラメータ推定値は収束し，観測データに基づく尤度を最大化するパラメータ値と一致することになる．

本研究では，内々フローが含まれていないODデータもまた，不完全なデータセットであるため，内々フローを欠損値とみなすことでEMアルゴリズムによる推定が可能であると考え，以下の手順により推定を行う．

１．欠損値に任意の初期値を与える．

２．擬似的な完全情報のもとでパラメータの最尤推定を行う．

３．得られたパラメータ推定値から，欠損値の期待値を算出する．

４．欠損値の推定値が収束するまで，ステップ２と３を繰り返す．

しかしながら，上記の手順でEMアルゴリズムによる推定を調整済みモデルで行う際には，計算上の問題点がある．調整済みモデルは内々フローと内外フローを区別したモデルであり，

もしyが内外フローなら：

$$\mathbf{y}_{inter} = \alpha \mathbf{1}_n + \tilde{\mathbf{X}}_o \boldsymbol{\beta} + \tilde{\mathbf{X}}_d \boldsymbol{\gamma} + \theta \mathbf{d} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{9}$$

もしyが内々フローなら：

$$\mathbf{y}_{intra} = \alpha_i \mathbf{1}_i + \mathbf{X}_i \boldsymbol{\psi} + \boldsymbol{\varepsilon} \tag{10}$$

と分離することができる．この様に式(9)と式(10)ではパラメータを共有しないため，内々フローと内外フローの情報がお互いに影響を及ぼさない．つまり調整済みモデルでのEMアルゴリズム推定を行うことは，単に式(9)と式(10)を別々に繰り返し計算を行うに過ぎない．そして欠損値は全て内々フローであるから，式(10)でのみ欠損値の情報は更新されるため，欠損値の推定はステップ１で設定した初期値に依存してしまう．

この問題を防ぐために，欠損値の情報が繰り返し計算の際にモデルのパラメータ推定に反映されるよう，本研究では未調整モデルを用いてEMアルゴリズムによる推定を行うことを提案する．

(2) 推定結果

表3と表4にEMアルゴリズムによる空間ラグモデルと対数正規重力モデルそれぞれのパラメータ推定結果を示した．また比較の対象として，内々有ケースでの調整済みモデルと未調整モデルの推定結果もそれぞれの表に含めた．

EMアルゴリズムによる推定では未調整モデルを使用したにも関わらず，パラメータ推定値は内々有ケースの調整済みモデルでの推定値に近い傾向を見せる結果となった．特に重力モデルでは，有効桁数3桁で等しい．一方空間ラグモデルの方は，比較対象である調整済みと未調整モデルのパラメータ推定値に大きな差が見られないため，重力モデルの場合の様に違いが明らかではないが，表3からはEMアルゴリズムによる推定値は内々有ケースの調整済みモデルのそれに近い傾向にあるということが伺える．

表3　空間ラグモデルのEM推定結果

	空間ラグモデル		
説明変数	EM アルゴリズム	調整済み	未調整
定数項	−5.863	−6.846	−7.590
O_人口	0.176	0.211	0.233
O_面積	0.054	0.041	0.070
O_15歳未満人口	2.202	2.100	3.118
O_失業者	5.162	4.986	7.792
O_第3次産業就業者	3.433	3.642	4.807
O_役員人口	−7.304	−7.169	−8.664
D_人口	0.191	0.229	0.257
D_面積	0.038	0.024	0.048
D_15歳未満人口	3.171	3.173	4.474
D_失業者	3.941	3.633	6.062
D_第3次産業就業者	3.184	3.390	4.547
D_役員人口	−5.583	−5.289	−6.286
距離	−0.192	−0.170	−0.282
I_定数項		8.249	
I_人口		−0.281	
I_65歳以上人口		−0.160	
I_失業者		17.456	
ρ_o	0.814	0.795	0.749
ρ_d	0.806	0.787	0.742
ρ_w	−0.795	−0.779	−0.756

表4　対数正規重力モデルのEM推定結果

説明変数	対数正規重力モデル EM アルゴリズム	調整済み	未調整
定数項	−27.003	−27.003	−26.830
O_人口	0.932	0.932	0.992
O_面積	0.209	0.209	0.003
O_15歳未満人口	9.602	9.602	5.716
O_失業者	29.301	29.301	12.164
O_第3次産業就業者	17.884	17.884	11.341
O_役員人口	−33.177	−33.177	−15.095
D_人口	1.041	1.041	1.101
D_面積	0.126	0.126	-0.079
D_15歳未満人口	14.787	14.787	10.9
D_失業者	22.653	22.653	5.515
D_第3次産業就業者	17.425	17.425	10.881
D_役員人口	−25.654	−25.654	−7.573
距離	−1.151	−1.151	−0.467
I_定数項		−7.652	
I_人口		1.239	
I_65歳以上人口		−1.715	
I_失業者		19.311	

以上の結果から，内々フローの観測値が含まれていないODデータでの推定が，本研究で提案したEMアルゴリズムによる手法によって可能になったことが示唆されたばかりでなく，かなりの精度でパラメータ推定を行うことができることが明らかになった．

(3)　欠損値の復元

EMアルゴリズムは不完全な観測を伴うデータにおけるパラメータ推定法であるが，これは欠損した部分を復元するという機能も兼ね備えている．パラメータ推定結果から明らかな様に，内々フローを欠損値として扱ったEMアルゴリズムによる推定は，内々フローの観測値を含めた内々有ケースでの推定と酷似している．即ち，初期段階では不明であった内々フローが，EMアルゴリズムによってかなりの精度で実際の値に近づけたことを意味する．それを示すために図2にて各都道府県の内々フロー観測値と，重力モデル及び空間ラグモデルそれぞれをEMアルゴリズムで推定した際の内々フローの推定値を図示した．

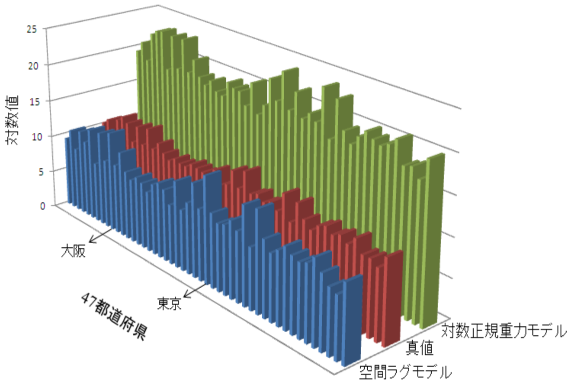

図2　EMアルゴリズムによる内々フロー推定値

図2から，空間ラグモデルでの内々フロー推定値は極めて観測値に近いことが分かる．それと比較すると，重力モデルでの内々フローの推定は観測値を大きく上回り，精度が悪い様に見受けられる．より具体的に数値として両モデルの推定精度を検証するために，次式の平均二乗平方根誤差(RMSE)を計算した．計算の結果，空間ラグモデルは0.972，重力モデルは9.611となり，二つのモデル間で推定精度に大きさ差があることが理解できる．

この推定精度の差の原因として，空間従属性の考慮の有無が考えられる．重力モデルでは，内々フローにおける距離をゼロとしているため，距離変数に係る距離減衰パラメータの影響を受けない．すなわち，距離による移動者の逓減が無いと仮定されていることとなり，その結果としてフロー量が過大推定されたと解釈することができる．空間ラグモデルでもそれは同じことであるが，重力モデルと異なり空間ラグ付き内生変数によって周辺フローの情報が反映されるため，結果として過大推定が抑えられ，より尤もらしい値が推定されたと推察できる．

本研究では，内々フローが観測されないODデータでの推定法としてEMアルゴリズムの提案を行ったが，上記の通り空間ラグモデルでの内々フローの推定精度が高いことから，本提案手法によって内外フロー観測値から内生的に内々フローを予測できる可能性が示唆された．

(4)　内々距離の設定

本節では，内々フローにおける距離により適切な指標を与え，内々フローにも距離減衰パラメータの影響を受けさせることによる推定精度の変化について観察する．内々フローにおける距離指標については栗原・腰塚(1988)による「面対面の領域間平均移動距離（一次近似）」が挙げられる．これは，各都道府県が真の面積に等しい円であり，かつ人口移動者の発着地は県内に一様に分布している，と仮定したときの距離である．距離を求める県 i, j の面積を z_i, z_j, 県間の直線距離を d_{ij} としたとき

$$\text{内々距離：}\frac{128\sqrt{z_i}}{45\pi^{1.5}} \qquad \text{内外距離：}d_{ij}+\frac{z_i+z_j}{8\pi d_{ij}} \tag{11}$$

と表す．これにより内々距離にゼロではない正の値を与えることが可能となる．この栗原・腰塚(1988)の指標を用いてEMアルゴリズムにより推定したものをケース2,先ほどまでのものをケース1としたときのそれぞれの内々フローの推定値を図示したものが図3である．簡略化のため図3では重力モデルを非空間，空間ラグモデルを空間，と名付けてある．

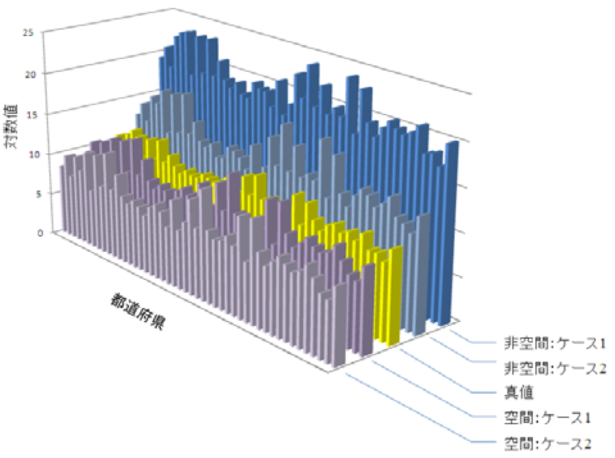

図3　ケース1とケース2の内々フロー推定値

表5　両モデル間のRMSE値の比較

	非空間モデル	空間モデル
ケース1	9.611	0.972
ケース2	3.080	1.804

重力モデルでは，栗原・腰塚(1988)の距離指標を用いたことで内々フローの推定精度が向上することが図3から分かる．ケース1とケース2では距離の変数以外は全て同じ説明変数を使用しているから，内々距離を正の値に置き換えることで距離減衰パラメータの影響を受け，過大推定が抑制されたと解釈することができる．一方，空間ラグモデルでケース1とケース2を比較しても，重力モデルの様な明らかな推定精度の差を確認することができない．そこで，表5において重力モデル及び空間ラグモデルにおける二つのケース各々のRMSE値をまとめた．

栗原・腰塚(1988)の距離指標を用いることで，重力モデルでは距離をゼロとする場合に比べてRMSEの値は3分の1以下に減少したが，空間ラグモデルでは逆に二倍程度に増加したことが分かる．このように，二つのモデルで，地域内の距離をゼロから栗原・腰塚(1988)の距離指標に変えた場合に相異なる結果となった理由については，現時点で十分な解釈が行えていない．

5.　結論

本研究は，LeSage and Pace (2008)による空間従属性を考慮した重力モデルを取り上げ，そのモデルにおける内々フローが観測されていないODデータでの推定方法の問題点に焦点を当てた．海外の実証研究の結果でその有用性が確認されているにも関わらず，これを利用できるデータが限られているという問題が存在しており，また既往研究ではこの問題への解決法について議論されてこなかった．

まず初めにLeSage and Pace (2008)のフローにおける空間従属性を考慮した重力モデルを紹介し，次に内々フローが観測されていないODデータでの推定方法の問題について議論し，解決法としてEMアルゴリズムによる推定法を提案した．

EMアルゴリズムによる推定結果から，内々フローが不明であってもかなりの精度でパラメータ推定を行うことが可能であることが明らかとなった．また，欠損として扱った内々フローの推定精度も非常に高く，物流センサス等内々フローが非観測であっても，EMアルゴリズムにより内外フローの情報から予測を行える可能性が示唆された．

都道府県間人口移動データに限らず，パーソントリップ等その他のODデータで実証を積み重ねることはもちろんのこと，内々の距離をいかに設定するかで内々フローの推定精度は左右されるため，適切な距離指標を実証的に明らかにすることも残された重要な課題である．

参考文献

1) LeSage, J. P. and Oace, R. K. : Spatial Econometric Modeling of Origin-Destination flows, *Journal of Regional Science*, Vol.48, No.5, pp.941-967, 2008.
2) LeSage, J. P. and Fischer, M.M. :Spatial econometric methods for modeling origin-destination flows, in Fishcer, M. M. and Getis, A. (eds.) *Handbook of Applied Spatial Analysis*, Springer-Verlag, Berlin, 2010
3) Dempster, A. P., Larid, N. M., and Rubin, D. B. :Maximum Likelihood from incomplete data via the EM algorithm, *Journal of the Royal Satistical Society Series B*, Vol.39, 1997.

(2011. 5. 6 受付)