

高密度鉄道ダイヤにおける列車集群化を抑制する運行制御方策

吉相俊¹・赤松隆²・和田健太郎³

¹学生会員 東北大学大学院 情報科学研究科 博士前期課程 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-6)
E-mail: kil@plan.civil.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学大学院教授 情報科学研究科 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-6)
E-mail: akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp

³学生会員 東北大学大学院 情報科学研究科 博士後期課程 (〒 980-8579 仙台市青葉区荒巻青葉 6-6)
E-mail: wadaken@plan.civil.tohoku.ac.jp

本研究は、高密度鉄道ダイヤにおける列車の集群化を抑制する制御方策を提案する。まず、停車区間、走行区間における遅延伝播現象のメカニズムを統合的に表現するモデルを構築する。続いて、遅延の伝播を抑制するための自律分散的な運行制御方策を提案する。そして、この制御方策の下では、運行時隔・運行ダイヤがともに維持されることを証明する。最後に、数値実験により、提案制御方策が確率的な需要変動に対しても頑健であることを示す。

Key Words : *high-frequency railway systems, train bunching, stability analysis, control strategy*

1. はじめに

鉄道は輸送力が高く、大量のトリップ需要が発生する大都市圏においては、非常に効率的な輸送システムである。実際、首都圏では、主たる交通手段として鉄道が利用されている。しかし、ラッシュ時の高密度ダイヤにおいては、慢性的な遅延が発生し、輸送効率が低下するという問題も生じている。

このような遅延問題に関する既存研究では、遅延の発生・伝播の主な原因として、次の2つの現象が挙げられている。1つは、“停車区間における遅延の伝播”である¹⁾。具体的には、遅延が発生した列車は、次駅でより多くの乗降時間がかかり、先行列車からさらに離れる。一方、後続列車は遅れた列車との運行時隔 (time-headway) が短くなり、乗降時間も短くなるため、最終的に団子運転状態になる。2つ目は、仮谷崎ら²⁾によって報告された“走行区間における遅延の伝播”現象である。これは、高密度で運行している列車が、先行列車に追従するように加減速を繰り返すために起こる現象である。しかし、従来の研究では、遅延問題の解消のための一般的な方法は明らかにされていない。したがって、遅延の伝播を抑制する制御方策の構築が求められる。

そこで、本研究では、高密度鉄道ダイヤにおける列車集群化を抑制する運行制御方策を提案する。具体的には、まず、2つの遅延伝播現象のメカニズムを統合的に表現する動的システムをモデル化する。続いて、遅延の伝播を抑制するための自律分散的な運行制御方策

を提案する。そして、この制御方策の下では、運行時隔・運行ダイヤがともに維持されることを証明する。最後に、(現実的な状況設定下での) 数値実験により、提案制御方策が確率的な需要変動に対しても頑健であることを示す。

2. モデル

(1) 状況設定

本研究では、高密度ダイヤにおける、環状線を運行する鉄道システムをモデル化する。各列車は、(運行ダイヤが一定時間で繰り返される) 巡回的なダイヤに従って走行する。また、本研究では制御方策の理論的特性を明らかにするために、乗客は常に一定の割合で駅に到着するものと仮定する。

列車の走行方式は、移動閉塞方式を仮定する。また、走行区間内には1つの速度制限区間 (ボトルネック) があると仮定する。ここで、速度制限区間はカーブや踏切などによって減速する区間である。なお、本稿で示すモデルは、固定閉塞方式、複数の速度制限区間が存在する場合にも、容易に拡張可能である。

(2) モデルの定式化

本研究は、列車 n が駅 s に到着する時刻 $t(n, s)$ を状態変数とし、この到着時刻の非線形ダイナミクスによって鉄道システムをモデル化する。具体的には、モデルは駅 s と $s+1$ における列車 n の到着時刻の関係で与

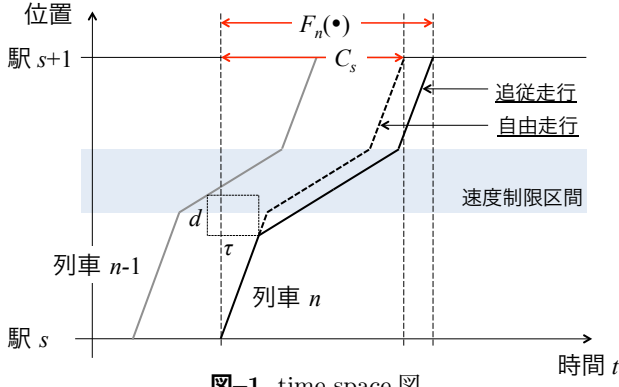


図-1 time-space 図

えられる：

$$t(n, s+1) = t(n, s) + h(n, s) + c(n, s) \quad (1)$$

ここで、 $h(n, s)$ は列車 n の駅 s の停車時間、 $c(n, s)$ は列車 n の駅 $s, s+1$ 間の走行時間を表す。

停車時間 $h(n, s)$ は乗客の需要に比例すると仮定する。さらに、乗客が一定割合で到着すると仮定すると、乗降時間は先行列車との到着時刻の差（運行時隔）に比例する。従って、停車時間は以下のように表現できる：

$$h(n, s) = \beta_s (t(n, s) - t(n-1, s)). \quad (2)$$

ここで、 β_s は駅 s の需要パラメータである。

走行時間 $c(n, s)$ を評価するためには、走行区間における遅延伝播現象を考慮しなければならない。そこで、本研究は、Newell³⁾によって提案された追従モデルを採用する。Newell の追従モデルは、先行車両との車両間隔に依じて適切な速度で走行するというシンプルなルールで車両軌跡を記述したものであり、遅れの伝播を適切に表現することができる¹。ただし、Newell の追従モデルは、任意の時刻における“位置”を状態変数としているため、本モデルでは直接用いることはできない。従って、ここでは、追従モデルの状態変数を任意の駅に到着する“時刻”に変換する。このとき、走行時間 $c(n, s)$ は以下のように導出される（図-1 も参照）：

$$c(n, s) \equiv \max [C_s, F_n(t(s), c(n-1, s))] \quad (3)$$

$$F_n(\cdot) \equiv \{t(n-1, s) + h(n-1, s) + c(n-1, s) + \tau + \frac{d}{v_s^B}\} - \{t(n, s) + h(n, s)\} \quad (4)$$

C_s は自由走行した場合の走行時間を表し、 $F_n(\cdot)$ は追従走行（渋滞）した場合の走行時間を表して。ここで、 $t(s) \equiv [t(1, s) \cdots t(n, s) \cdots t(N, s)]^T$ 、 τ は先行列車の速度変更に対する反応時間、 d は車両の長さを含めた安全距離、 v_s^B は速度制限区間における走行速度である。

以上の式 (2), (3) を、状態方程式 (1) に代入することで、鉄道システムを表す非線形ダイナミクスが得ら

れる：

$$t(s+1) = t(s) + h(t(s)) + c(t(s)). \quad (5)$$

3. 制御なし運行システムの安定性

本章では、制御なしの運行システム (5) の特性を調べる。具体的には、均衡状態が不安定である（摂動に対して頑健でない）ことを示す。この結果は、以降の運行制御方策を考える際の指針となる。

(1) 均衡状態と走行パターン

本研究では、任意の駅における任意の列車の到着時刻が運行ダイヤ $T_{n,s}$ に一致するときを均衡状態と定義する：

$$t^*(n, s) - T_{n,s} = 0 \quad \forall n, s \quad (6)$$

運行ダイヤは、各駅間の各列車の走行パターン（i.e., 自由走行 or 追従走行）の組み合わせにより、複数考えることができる。ここではその代表的な 3 つの運行ダイヤ、a) 全ての列車が自由走行する場合、b) 自由走行する列車と追従走行する列車（渋滞状態）が交互に存在する場合、c) 1 台のみが自由走行する場合（団子運転状態）を考え、均衡状態における局所安定性解析の結果を示す。

(2) 局所安定性解析

均衡状態における安定性を調べるために、均衡点近傍（i.e., $t(s) = t^*(s) + \epsilon(s)$ ）の摂動 $\epsilon(s)$ が従うダイナミクスを考える：

$$\epsilon(s+1) = J(s)\epsilon(s) \quad (7)$$

$$J(s) \equiv [I - H[I - \Lambda(s)(I - H)]^{-1}\Lambda(s)](I + \beta_s H). \quad (8)$$

ここで、 I は単位行列、

$$H \equiv \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & -1 \\ -1 & 1 & \ddots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\Lambda(s) = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{if } F_k(\cdot) < C_s \\ I/2 & \text{if } F_k(\cdot) = C_s \\ I & \text{if } F_k(\cdot) > C_s \end{cases} \quad (10)$$

本モデルは離散システムであるため、このダイナミクスの Jacobi 行列 J の最大固有値の実部の絶対値 1 が以下であれば、安定である（1 未満なら漸近安定）。

a) 全列車が自由走行する場合

全ての列車が自由走行する場合、式 (10) は、1 行目か 2 行目のいずれかである。すなわち、 $\epsilon(s)$ は、以下

¹ Newell³⁾はこの追従モデルが三角形の基本図を持つ LWR 理論と整合的であることを明らかにしている。

の場合分けによって書くことができる：

$$\epsilon(s+1) = \begin{cases} (I + \beta_s H)\epsilon(s) & \text{if } F_n(\cdot) < C_s \\ [I - H(I + H)^{-1}](I + \beta_s H)\epsilon(s) & \text{if } F_n(\cdot) = C_s \end{cases} \quad (11)$$

このとき、(11) の固有値の実部は、必ず 1 以上の値をとるため運行システムは不安定である。

b) 自由走行列車と追従走行の列車が交互にある場合

追従走行する列車に関して、式 (10) は 3 行目となる。従って、追従走行する列車の状態方程式 (7) は、以下のように書き表すことができる：

$$\epsilon(k, s+1) = 0 \quad \forall k = (\text{追従走行する列車}). \quad (12)$$

この結果は、追従走行する列車が、運行時隔の微小な変動からは影響を受けないことを意味する。これは、先行列車に追従するためである。そして、このとき追従走行する列車を除いて考えることができ、全ての列車が自由走行の場合の解析に帰着する。すなわち、この運行システムも不安定である。

c) 団子運転状態（1 台のみが自由走行）の場合

上記の a) と b) の結果を用いると、団子運転状態の ϵ の状態方程式 (7) は、次の線形システムとして表される：

$$\epsilon(j, s+1) = \epsilon(j, s) \quad \forall j = (\text{自由走行列車}). \quad (13)$$

このとき、固有値が 1 であるため、システムは安定である。

以上をまとめると、次の命題が成立する：

命題 1: 制御なしの運行システム (5) は、自由走行列車が複数ある均衡状態は不安定、自由走行列車が 1 台以下の均衡状態（団子運転状態）は安定である。

4. 運行ダイヤを維持するための制御方策

第 3 章の結果より、制御なしの運行システム (5) では、運行ダイヤが維持されないことが分かった。この不安定な状態を安定化するためには、状態方程式の全ての固有値の実部の絶対値を 1 未満にする必要がある。そこで本章では、状態変数 $t(s)$ の関数で表されるフィードバック制御 $p(t(s))$ を動的システム (5) に導入する：

$$t(s+1) = t(s) + h(t(s)) + c(t(s)) + p(t(s)). \quad (14)$$

この動的システムの Jacobi 行列 $\tilde{J}(s)$ は、制御方策導入前の $J(s)$ に制御項 $p(t(s))$ の線形近似の結果 $\nabla p(t(s))$ を加えた形となる。そして、Jacobi 行列 $\tilde{J}(s)$ の固有値を 1 未満にすることができれば、動的システム (14) は漸近安定となる。すなわち、制御項 $p(t(s))$ の

線形近似の結果が、

$$\begin{aligned} \nabla p(t(s)) &= -\{(1-\delta)I\epsilon(s) + \nabla h(t(s)) + \nabla c(t(s))\} \\ &= -J(s)\epsilon(s) + \delta I\epsilon(s) \quad \forall 0 < |\delta| < 1 \end{aligned} \quad (15)$$

のような形になれば良い。本研究では、このような条件を満たす制御方策の中で、最もシンプル、かつ、実現可能な方策を提案する。

具体的には、鉄道のオペレーションとして実現可能な、以下の 2 つのフィードバック制御を提案する：

i) **運行制御方策 I:** 先行列車との運行時隔と運行ダイヤを考慮した制御

ii) **運行制御方策 II:** 先行列車と後続列車の両方の運行時隔と運行ダイヤを考慮した制御

これらの方策は、a) 停車時間を延ばす、b) 走行速度を上げる、という 2 つの操作で構成される。ここで、停車時間を短くすることは現実的に困難であり、走行速度を下げることは停車時間を延ばすことと重複するため、考慮しない。

(1) 運行制御方策 I

制御方策 I は先行列車の到着時刻のみを考慮する。この方策について、次の命題が成立する：

命題 2: 以下の制御方策 I：

$$p_1(n, s) = \begin{cases} -\alpha_{n,s}Q_1(n, s) & \text{if } Q_1(n, s) \leq 0 \\ -K_1(t(s)) & \text{if } Q_1(n, s) \geq 0 \\ -L_1(t(s)) & \text{if } t(n, s) - T_{n,s} \geq 0 \end{cases} \quad (16)$$

$$Q_1(n, s) \equiv t(n, s) - t(n-1, s) - H_{n,s} \quad (17)$$

を考える。このとき、方策導入後の動的システム (14) は漸近安定である。すなわち、運行時隔・運行ダイヤともに維持される。

上記の方策は、先行列車との運行時隔 $\Delta t(n, s)$ の情報のみを用いる自律分散的な制御である。具体的には、先行列車との運行時隔が予定より縮まった場合 ($Q_1(n, s) \leq 0$) は、制御パラメータ $\alpha_{n,s}$ に比例して停車し、次駅での運行時隔が予定通りになるようにあわせる。

一方、運行ダイヤ $T_{n,s}$ から遅れた場合 ($t(n, s) - T_{n,s} \geq 0$) や先行列車との運行時隔が予定運行時隔 $H_{n,s}$ より長くなった場合 ($Q_1(n, s) \geq 0$) は、走行速度を上げ、走行時間を各々、 $L_1(t(s))$, $K_1(t(s))$ だけ縮める。これらの走行速度を表す関数は、次の 3 つの条件を満たすように設定されている：i) 先行列車との安全距離を守る、ii) 路線毎に決められた最大速度までしか速度を上げない、iii) 先行列車との運行時隔を予定されたものより短くしない。

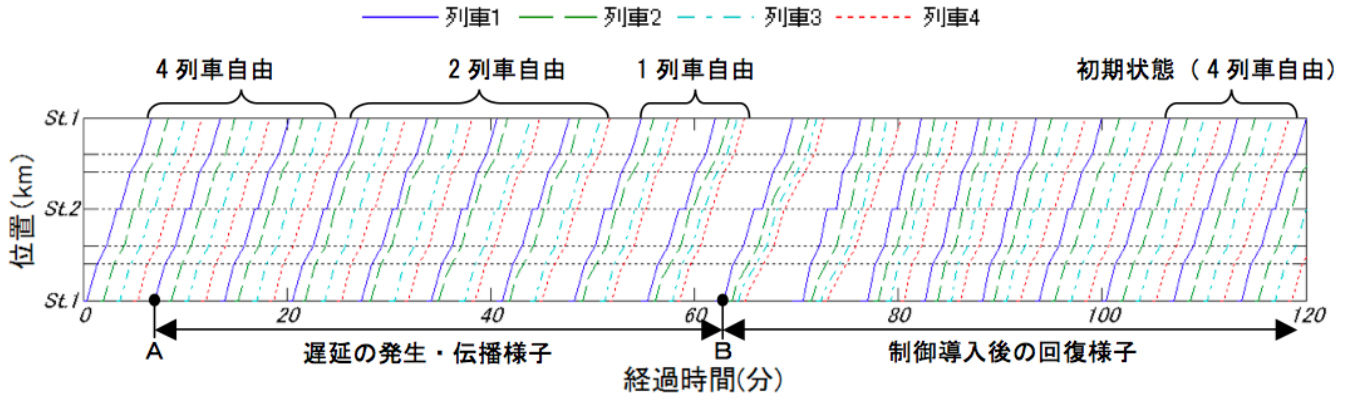


図-2 遅延の伝播と制御方策の導入による運行時隔の回復

(2) 運行制御方策 II

制御方策 II は、後続列車の到着時刻も考慮した方策である。後続列車も考慮する理由は、先行列車のみを考慮した場合、i) 停車時間を延ばし過ぎて後続列車との運行時隔が短くなる、ii) 走行時間を短くし過ぎて後続列車から離れる、といった問題が起こりえるためである。この制御方策 II について、次の命題が成立する：

命題 3: 以下の制御方策 II：

$$p_2(n, s) = \begin{cases} -\alpha_{n,s} Q_2(n, s) & \text{if } Q_2(n, s) \leq 0 \\ -K_2(t(s)) & \text{if } Q_2(n, s) \geq 0 \\ -L_2(t(s)) & \text{if } t(n, s) - T_{n,s} \geq 0 \end{cases} \quad (18)$$

$$Q_2(n, s) \equiv \{t(n, s) - t(n-1, s) - H_{n,s}\} - \{t(n+1, s) - t(n, s) - H_{n+1,s}\} \quad (19)$$

を考える。このとき、方策導入後の動的システム (14) は漸近安定である。

方策 II は、先行列車および後続列車との運行時隔の情報のみを用いる自律分散的な制御方策である。具体的には、先行列車との運行時隔が短くなっても、後続列車との運行時隔に応じて停車時間を延ばすか速度を上げるかが決まる。すなわち、後続列車も考慮することで、前後の運行時隔が乱れることを防止する。

以上で提案した制御方策 I・II は、バスのオペレーションとして、Daganzo⁴⁾、Daganzo & Pilachowski⁵⁾が提案した方策を一般化したものである。Daganzo らの方策では、運行ダイヤを維持することはできないという問題があった。一方、本稿で提案した方策 I・II は、運行時隔・運行ダイヤともに維持される。

5. 数値実験

本章では、(現実的な状況設定下での) 数値実験により、提案制御方策が確率的な需要変動に対しても頑健であることを示す。まず、(1) では、遅延の伝播が団子運転状態を引き起こした後に、制御方策を導入することにより、運行時隔・運行ダイヤが回復する様子を確認する(大域的安定であることを示す)。(2) では、確率的に変動する需要に対して、提案方策が頑健であることを示す。ただし、ここでは方策 I の結果のみを示す。

(1) 確定的な需要における遅延の伝播と回復

第 4 章の結果より、提案制御方策を導入することにより、均衡状態が局所的に漸近安定であることが分かった。ここでは、数値実験により、大域的に安定であることを示す。具体的には、まず、2 駅 4 列車の運行システムを考え、全列車が自由走行する初期状態に遅延を与える(図-2 の A 点)。そして、この遅延が拡大し、団子運転状態²⁾になった後に制御方策 I を導入する(図-2 の B 点)。

この図より、まず、自由走行列車数は、4 列車⇒2 列車⇒1 列車(団子運転状態)に遷移して行くことが分かる。また、方策導入後に、全ての列車の運行時隔が初期状態に戻る(運行ダイヤも回復)。従って、提案制御方策が、大域的安定であることが分かる。

(2) 確率的に変動する需要に対する方策の頑健性

需要が確率的に変動する場合に対して、提案方策によって、遅延が拡大しないことを確認する(頑健性を示す)。具体的には、需要が幾何ブラウン運動：

$$\frac{d\beta_s(t)}{\beta_s} = \mu dt + \sigma dB(t) \quad (20)$$

²⁾ 命題 1 で示したように、自由走行列車が複数台存在する場合は不安定であるため、安定な団子運転状態になるまで遅延は拡大する。

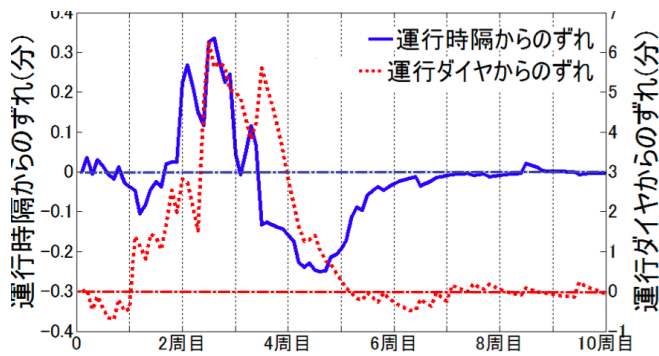


図-3 典型的な遅延状況の様子

表-1 初期状態からのずれの分布の平均・分散

	平均	分散
運行間隔からのずれ	-0.015	1.34e-4
運行ダイヤからのずれ	1.02	6.1

に従うと仮定する。本実験では、需要の成長はない (i.e., $\mu = 0$) ものとし、また、ボラティリティ σ は、予定運行時隔の間に 95% の信頼度で 0% ~ $\pm 15\%$ 需要が変動する場合を考える。

システムには 10 駅 15 列車が存在し、全ての列車が均等間隔で自由走行する運行ダイヤを考える。駅間距離、各区間での速度、列車の反応時間・安全距離、需要のパラメータは現実的な値に設定する。このとき、走行時間は 3 分、運行時隔 2.5 分、停車時間は 0.5 分である。さらに、制御パラメータ $\alpha_{n,s}$ は需要の平均値 ($\alpha_{n,s} = \beta_s = 0.2$) に設定する。

この設定の下で、各列車が 10 周するサンプルパスを 1000 回発生させた。ここでは、 $\sigma = 0.2$ ($\pm 10\%$ の変動) のときの結果を示す (他の場合においても同様の結果が得られる)。

図-3 は各周において全駅全列車の遅延を平均化したものを表している。この結果から、遅延の大きさに関わらず、10 周する間にほぼ初期状態に回復することが分かる。実際、表-1 に示したように、初期状態からのずれの分布の平均・分散は非常に小さい。

図-4 は、各々のサンプルパスの中で最も大きいずれの分布を表す。ここで、図の横軸の数値は、上が運行時隔、下が運行ダイヤを表し、単位は“分”である。この図-4 と表 1 により、比較的大きなずれが発生しても、遅延が拡大しないことがわかる。

以上から、提案制御方策は、確率的に変動する需要に対しても頑健であると言える。

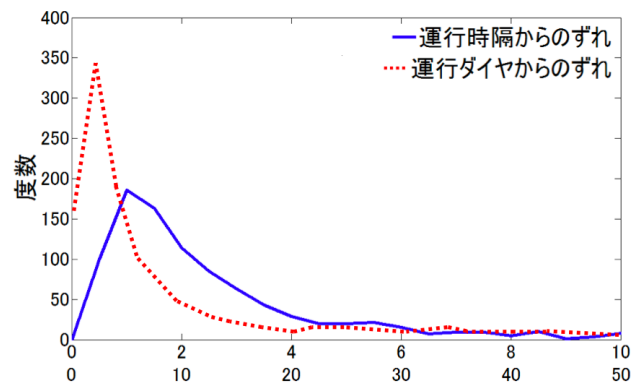


図-4 運行時隔・運行ダイヤからの最大ずれの分布

6. おわりに

本研究では、高密度鉄道ダイヤを対象にして、列車集群化を抑制できる運行制御方策を提案した。そして、制御方策導入することで、運行時隔・運行ダイヤがともに維持されることを証明した。さらに、数値実験により、提案制御方策が確率的な需要に対しても頑健であることを示した。

上記の結果は、固定閉塞方式、駅間に複数のボトルネックが存在する場合にも拡張が可能であり、同様の結果が得られる。

本研究では、鉄道運行システムを安定性の観点から分析し、制御方策を導出した。しかし、これらの制御方策は、必ずしも効率的であるとは限らない。実際、安定性と効率性はトレードオフの関係にあり、この関係を考慮することは高密度鉄道ダイヤを考える上で非常に重要である。そのために、より上位レベルの問題 (e.g., 輸送量を最大化するための運行ダイヤ設計問題) を考え、最適制御と安定化制御の関係を明らかにする必要があるであろう。この詳細については、改めて別の機会に報告したい。

参考文献

- 1) 寺田寅彦: 電車の混雑について, 小宮豊隆 (編), 寺田寅彦随筆集 第二巻, 1947.
- 2) 仮屋崎圭司, 日比野直彦, 森地茂: 都市鉄道の列車遅延の拡大メカニズムに関する研究, 土木計画学研究・論文集, Vol. 27, pp. 871-880, 2010.
- 3) Newell, G.: A Simplified Car-Following Theory: A Lower Order Model, *Transportation Research B*, Vol. 36, pp. 195-205, 2002.
- 4) Daganzo, C. F.: A Headway-based Approach to Eliminate Bus Bunching: Systematic Analysis and Comparisons, *Transportation Research Part B*, Vol. 43, pp. 913-921, 2009.
- 5) Daganzo, C. F. and Pilachowski, J.: Reducing Bunching with Bus-to-bus Cooperation, *Transportation Research Part B*, Vol. 45, pp. 267-277, 2010.

(2011. 5. 6 受付)

SOME TRAFFIC CONTROL STRATEGIES TO PREVENT TRAIN BUNCHING IN HIGH-FREQUENCY RAILWAY SYSTEMS

Sangjoon KIL, Takashi AKAMATSU and Kentaro WADA

This paper proposes some control strategies that prevent train-bunching in high-frequency railway systems. We first formulate a train operation as a dynamical system that includes two types of delay propagation mechanisms: i) one due to changes (increases) in passenger loading time at a station, ii) the other one due to traffic congestion (high density of trains) in railway sections between stations. We then propose feedback control strategies to maintain time-headway and scheduled operation. It is proved that the dynamical system under the proposed strategies is asymptotically stable at some equilibrium state. Finally, we show by numerical experiments that the proposed strategies are robust against the stochastic disturbances.