

使用済み製品回収システムの変動リスクに対する反応

大窪和明¹・奥村誠²

¹正会員 東北大学 東北アジア研究センター 助教 (〒 980-8576 仙台市青葉区川内 41)
E-mail: okubo@cneas.tohoku.ac.jp

²正会員 東北大学 東北アジア研究センター 教授 (〒 980-8576 仙台市青葉区川内 41)
E-mail: mokmr@m.tohoku.ac.jp

使用済み製品の回収からリサイクルまでには、排出量の急激な増加やリサイクル製品の需要減少といった変動リスクが存在し、使用済み製品の未回収、不法投棄などの問題を引き起こしてきた。本研究では、使用済み製品が回収、集荷、リサイクルへと流れていく過程において、集荷を行う問屋が市場を通じて回収業者から使用済み製品を購入する市場回収システムと、回収業者を通さずに問屋が回収を行う直接回収システムの2つの回収システムにおいて、変動リスクに対する使用済み製品の在庫量および総回収量の反応を明らかにする。その結果、排出源から一方的に供給される硬直的回収量が多い場合は直接回収システムの方が在庫を持ちやすく、少ない場合は市場回収システムの方が在庫を持ちやすかった。また、市場回収システムよりも直接回収システムの方が、需要変動や、硬直的回収量の変動に対して総回収量が大きく変動する傾向があることが明らかになった。さらに問屋よりも回収業者の方が十分に低コストで回収可能な場合には、市場回収システムにおいて、より多く、かつ変動リスクに対してより安定した回収ができる可能性があることが示された。

Key Words : Supply Fluctuation, Recovery System, Inventory

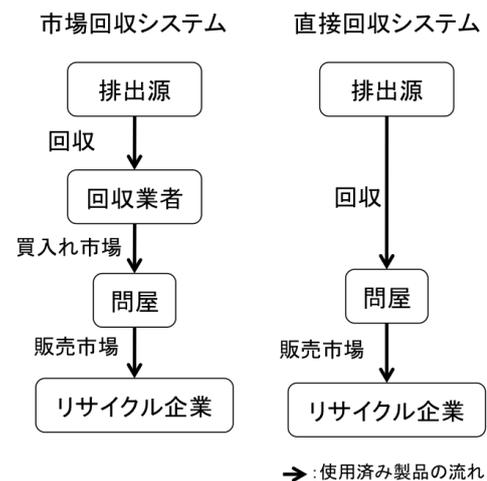
1. はじめに

(1) 背景と目的

使用済み製品の排出量の変動がリサイクルに与える悪影響が古くから指摘されている。例えば1997年の日本においては古紙の供給が増加した一方で需要が増えなかったため、古紙が逆有償化し、回収されない古紙が増えた。Stromberg¹³⁾はシアトルにおいて廃プラスチックは代替的なバージン財と比較して価格変動が大きく、この価格変動が回収量やリサイクル活動に悪影響をもたらすことを示した。またLavee et al⁵⁾が使用済み製品の価格変動が大きいくほど、自治体が発行するリサイクル活動に移行するタイミングが遅れることを示した。こうした価格の変動の要因として、大窪ら¹⁷⁾によって示されたように、使用済み製品は消費者や企業などの排出源から一方的に供給されるため回収業者が自由に調整できない硬直的な回収量の存在が挙げられる。この硬直的な供給量は多数の消費者から排出され、景気などの様々な要因に影響されているため変動している。そのため、回収業者がこのを事前に把握するのは困難であり変動リスクとなっている。資源をより有効に活用するためには、使用済み製品の硬直的な回収量と、その変動に対して、頑健な回収システムを構築する必要がある。

使用済み製品の回収システムに関する研究として、

図-1 市場回収システムと直接回収システム



Savaskan ら^{10), 11)}による研究があげられる。Savaskan による一連の研究では生産者、小売業者を考え、どのような回収システムが望ましいかを調べている。これらの研究において、使用済み製品の確率的な変動などの動学的性質について着目したものは数少ない。その理由の一つとして、使用済み製品からのリサイクルによって作られる原材料の重要生が低いものを対象としていたためであると考えられる。今後、希少資源や枯渇性資源の価格の上昇などの要因によって、リサイクルの重要生の高まりが予想される中で、企業が原材料

を安定的な確保のためにも、リサイクルの回収システムの動学的性質を把握する必要があると考えられる。

本研究では、古紙や鉄スクラップなどの多くの使用済み製品に見られる2種類の回収システムを取り上げ、回収システムごとの動学的性質を明らかにする(図-1)。回収システムは、在庫を持たない回収業者が使用済み製品の回収を行い、問屋に供給し、そこから問屋が集荷してリサイクル企業に販売するという市場回収システムと、問屋が回収業者を通さずに直接、回収を行う直接回収システムを考える。また問屋や回収業者が自由に調整することができる自発的な回収量と調整できない硬直的な回収量の2種類を考え、変動に対する総回収量(自発的回収量と硬直的回収量の合計)の反応が2つの回収システムで、どのように異なるのかを明らかにする。また市場回収システムにおいては回収を専門とする回収業者が存在することから、問屋よりも低コストで使用済み製品を回収できる場合に、2つの回収システムの動学的性質がどのように異なるのかを明らかにする。

本研究で提案するモデルは農産物の生産量の変動、在庫、価格との関係を分析するための Competitive Storage モデルを拡張したものである。農産物は作付けから収穫まで多くの時間を費やし、その間に天候、作物の病気などの影響を受けるため、事前に計画した作物がとれるとは限らず、確率的に変動している点の使用済み製品における硬直的な回収量の供給構造に似ているからである。Competitive Storage モデルを使用した代表的な研究には、Samuelson⁹⁾、Scheinkman and Schectman¹²⁾、Wright and Williams¹⁶⁾ Williams and Wright¹⁴⁾、Wright¹⁶⁾、Deaton and Laroque^{3),4)}、Chambers and Bailey¹⁾、Routledge⁸⁾、Osborne⁷⁾があげられる。これらの研究は農産物の実データに見られる価格変動と、生産量の確率的変動、在庫との関係の分析を主として発展してきた。本研究では、これらの中でも Deaton and Laroque³⁾によって提案されたモデルに、硬直的な回収量と、回収業者または問屋が自由に調整可能な自発的回収量の2種類の回収量がある場合に拡張して用いる。また、本来、Competitive Storage モデルは在庫を持つ主体のみが分析対象であるが、本研究では回収業者と問屋との相互関係を捉えることが可能なモデルへと拡張する。

本稿では、まず2章において市場回収システムにおける回収業者、問屋の各主体の行動を定式化する。続く第3章において問屋が回収、集荷を行う直接回収システムを定式化し、第4章では、これら2つの回収システムにおける在庫方策、総回収量などの動学的性質を数値解析によって明らかにする。最後に第5章において結論を述べる。

2. 市場回収システムの定式化

(1) モデルの枠組み

本章では、市場を通して使用済み製品を回収する市場回収システムの定式化を行う。本モデルでは回収業者と問屋がそれぞれ代表的な一社だけ存在し、離散時間の中で無限期間に渡って行動する。回収業者は市中に排出された使用済み製品を回収し、問屋の買入れ市場において供給者として行動する。モデル全体の枠組みは図-1のようになる。

本研究ではサプライプッシュ型の供給構造を性質の異なる2種類の回収量によって表現する。一つめは、回収業者が買入れ市場の状況に応じて決めることができる自発的回収量とし、 t 期の値を x_t^m とする。2つ目は行政回収や資源回収サービスなど回収業者の意志によって自由に調整することができない硬直的な回収量と考え、 z_t^g で表す。硬直的な回収量として、例えば、1997年の雑誌古紙の逆有償化により市中の古紙が回収されなくなるのを防ぐために行政が補助金を出すなどして古紙の回収量を維持し、古紙価格が下がっても古紙の回収量はほとんど減少しなかった。古紙をはじめとした使用済み製品は回収されないことによって外部不経済が発生するため、市場価格が低下しても行政などが回収量を維持しようとする。そのため、たとえ市場回収システムにより回収されていたとしても、市場メカニズムによらない回収が行われることが数多く見られる。本研究ではそのような市場によらない回収を市場価格に対して硬直的という意味で硬直的な回収量とする。また硬直的な回収量と自発的回収量を合計したものを総回収量とする。

硬直的な回収量は、排出源から一方的に排出されるため、回収業者では調整できない外生的な変動が生じる。そこで硬直的な回収量 z_t^g は、外生的に変動(以下、排出量変動)しているものとし、回収業者および問屋は t 期の期初に正確な硬直的な回収量が明らかになると仮定する。

問屋は、買入れ市場と販売市場で同時に取引を行う。買入れ市場は問屋が買入れ価格を決める需要独占市場とする。これは回収業者に比べて問屋は少数、大規模であり市場支配力が強い点を考慮している。回収業者から買入れた使用済み製品の一部は、販売市場において当該期に問屋からリサイクル企業に販売される。ここで、国内の市場価格と輸送費用を除いた海外の市場価格が同一であるとし、国内と海外の販売市場を区別せず、一つの販売市場で取引されるとする。当該期に販売されなかった分は在庫として問屋が保管する。問屋の在庫に関する意思決定は、販売市場における現時点での価格と将来の期待価格を下に合理的に行われる

とする．ここで販売市場は競争的な市場であり，問屋は価格受容者として行動する場合を考える．また，販売市場におけるリサイクル企業の需要は，景気や流行などの外生的な要因の影響を受け，確率的に変動する場合を考える．

(2) 回収業者の行動

t 期において回収業者は，使用済み製品を問屋に販売することによって得られる収益と発生源に回収サービスを提供することによって得られる収益の和から，回収費用 $C(x_t^m)$ を差し引いた利潤 π_t^c を最大化するように自発的回収量 x_t^m を決める．具体的には，回収業者は買入れ価格 p_t^{gm} を与件とし，自発的回収量 x_t^m を制御変数として利潤を最大化するものとし次のように最適化問題 [M-C] として定式化する．

$$\max_{x_t^m} \pi_t^c \equiv p_t^{gm} X_t^m - C(x_t^m) \quad (1)$$

ただし，

$$X_t^m \equiv x_t^m + z_t^g \quad (2)$$

$$C(x_t^m) \equiv \frac{c_1}{2} (x_t^m)^2 \quad (3)$$

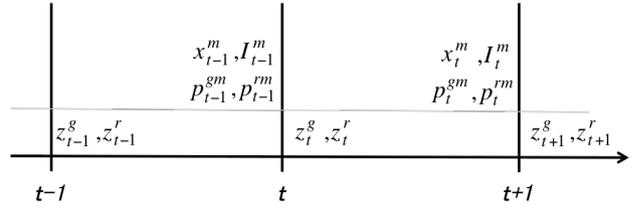
ただし c_1 はパラメータである．式 (2) の X_t^m は総回収量とし，自発的回収量 x_t^m と硬直的回収量 z_t^g との和とする．式 (1) の第 1 項は回収量の性質に関わらず同一の価格で問屋が買入れたときに回収業者が得る収益を示している．右辺第 2 項は回収費用であり，自発的回収量に関して費用が逓増するものとする．これは発生源や行政からの依頼による硬直的回収 z_t^g は回収場所が明確であるのに対して，市中を巡回することによる自発的な回収は回収量 x_t^m が増えるに従って追加的な使用済み製品を見つけにくくなると仮定している．使用済み製品は回収業者の意志ではなく，家計の消費行動など外生的な要因によって発生すると考え，硬直的回収量は確率的に変動すると仮定する．ここで，回収業者は t 期の期初に初めて正確な t 期の硬直的回収量を知ることができ， $t+1$ 期以降については確率的に把握しているとする．

最適化問題 [M-C] から得られる t 期の総回収量 X_t^m は，

$$X_t^m = \frac{p_t^{gm}}{c_1} + z_t^g \quad (4)$$

となる．式 (4) から買入れ価格が 0 の場合でも，硬直的回収量 z_t^g が十分に多ければ，問屋への供給量が 0 にならないという使用済み製品特有の現象を表現することができる．また回収費用のパラメータ c_1 が大きくなるほど回収費用は逓増しやすくなり，総回収量は減ることがわかる．

図-2 外生変数の決定と意志決定のタイミング



(3) 問屋の行動

問屋は期待利潤の割引現在価値を無限期間にわたって合計した値を最大化するように買入れ価格，期末在庫量を決める．問屋の利潤は，使用済み製品の販売による収益から買入れ費用と在庫費用をひいたもので定義される．販売市場は完全競争市場であり，問屋は販売価格を与件として行動する．また t 期において問屋は期初在庫量 I_{t-1}^m と t 期の期初に既知となる排出量変動 z_t^g を与件とした上で意思決定を行い，以下の最適化問題 [M-W] を解く．

$$V(p_t^{rm}, I_{t-1}^m, z_t^g) = \max_{p_t^{gm}, I_t^m} E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} \{ p_{\tau}^{rm} Y_{\tau}^m - p_{\tau}^{gm} X_{\tau}^m - c I_{\tau}^m \} \quad (5)$$

subject to

$$Y_t^m = I_{t-1}^m + X_t^m(p_t^{gm}, z_t^g) - I_t^m \quad (6)$$

$$I_t^m \geq 0 \quad (7)$$

ここで $E_t[\cdot]$ は t 期の期待オペレータ， β は割引率 ($0 < \beta < 1$) であり， c は期末在庫量の 1 単位の保持にかかる在庫費用を表す非負のパラメータである．式 (5) の右辺第 1 項は問屋がリサイクル企業に使用済み製品を販売することによって得られる収益を表し， t 期において販売価格 p_t^{rm} に販売量 Y_t^m をかけたものである．右辺第 2 項は買入れ費用を表し，前節で導いた式 (6) の買入れ量に買入れ価格をかけた値である．右辺第 3 項は在庫費用を表し， t 期の期末在庫量に対して線形の在庫費用を考える．式 (7) は t 期における問屋の販売量 Y_t^m が t 期の期初在庫量に t 期の買入れ量を足した値 $I_{t-1}^m + X_t^m(p_t^{gm}, z_t^g)$ から， t 期の期末在庫量 I_t^m をひいたものである．式 (7) は期末在庫量に関する非負制約であり， $I_t^m = 0$ のときには在庫切れが生じ，超過需要分は販売できないとする．

以上から，本モデルにおける t 期の回収業者が自発的回収量 x_t^m ，問屋が買入れ価格 p_t^{gm} ，期末在庫量 I_t^m を決定するタイミングと硬直的回収量 z_t^g と販売価格 p_t^{rm} ，および需要変動 z_t^g が既知となるタイミングをまとめると図-2 のようになる．図 1 は t 期の期初に既知となる外生変数を与件として，回収業者と問屋の制御変数が決まり，期末在庫量が $t+1$ 期の外生変数となることを

意味している．このとき $t+1$ 期の販売価格，硬直的回収量は未知であり， $t+1$ 期の期初に初めて既知になるものとする．

問屋の最適化問題 [M-W] について買入れ価格 p_t^{gm} に関する一階条件より，

$$p_t^{gm} = \frac{1}{2}(p_t^{rm} - c_1 z_t^g) \quad (8)$$

となり， t 期における最適な買入れ価格が求まる．式 (8) より，硬直的回収量が多いほど，回収費用 c_1 が高いほど買入れ価格が下がることがわかる．式 (4)，(8) より，販売価格と総回収量との関係は，

$$X_t^m = \frac{1}{2} \left(\frac{p_t^{rm}}{c_1} + z_t^g \right) \quad (9)$$

となる．すなわち，販売価格が高く，硬直的回収量が多いほど総回収量は増えるが，回収費用の増大に伴って減少する．

次に問屋の最適化問題 [M-W] から，期末在庫量に関する一階条件を導出する．最適化問題 [M-W] から相補性問題として次の条件式を導くことができる．

$$\begin{cases} p_t^{rm} > \beta E_t[p_{t+1}^{rm}] - c & \text{if } I_t^m = 0 \\ p_t^{rm} = \beta E_t[p_{t+1}^{rm}] - c & \text{if } I_t^m > 0 \end{cases} \quad (10)$$

式 (10) は， t 期において 1 単位の使用済み製品を c だけの費用をかけて期末在庫として次期に販売したときの期待収益が， t 期の販売価格より小さければ回収した全ての使用済み製品を販売し，そうでなければ期末在庫として保持するという行動を表している．ここで t 期における問屋の販売量 Y_t^m と販売市場における需要の変動 z_t^r を変数とした需要関数 $P^{rm}(Y_t^m, z_t^r)$ によって販売価格が決まると仮定すると，式 (10) は，

$$\begin{cases} P^{rm}(Y_t^m, z_t^g) > \beta E_t[P^{rm}(Y_{t+1}^m, z_{t+1}^g)] - c & \text{if } I_t^m = 0 \\ P^{rm}(Y_t^m, z_t^g) = \beta E_t[P^{rm}(Y_{t+1}^m, z_{t+1}^g)] - c & \text{if } I_t^m > 0 \end{cases} \quad (11)$$

となり，式 (11) は販売市場における均衡条件式となる．ここで需要関数を次のように仮定する．

$$\begin{aligned} p_t^{rl} &\equiv P^r(Y_t^l, z_t^r) \\ &= d_0^r - d_1^r Y_t^l + z_t^r \end{aligned} \quad (12)$$

ただし， d_0, d_1 は非負のパラメータ，添字 l は $l \in \{m, d\}$ であり，市場回収システム ($l = m$) が次章で説明する直接回収システム ($l = d$) を示すインデックスである．ここで，価格の単位で表されている販売価格変動 z_t^r が，販売量に換算したときにどれくらいの需要変動に相当するのかわかることを示すために， z_t^r を

$$z_t^r \equiv d_1 \epsilon_t^r \quad (13)$$

とおく．

式 (6),(8),(12) を式 (4) に代入すると，総回収量

$$X_t^m = \frac{d_0 - d_1(I_{t-1} - I_t) + c_1 z_t^g + d_1 \epsilon_t^r}{2c_1 + d_1} \quad (14)$$

が求まる．式 (14) より， t 期の硬直的回収量，需要変動が大きい程，総回収量は多くなることがわかる．式 (12)，(14) を式 (15) に代入し，整理すると次のような相補性問題を導くことができる．

$$\begin{cases} A^m > s_t^m - I_t^m - \beta E_t[s_{t+1}^m - I_{t+1}^m] & \text{if } I_t^m = 0 \\ A^m = s_t^m - I_t^m - \beta E_t[s_{t+1}^m - I_{t+1}^m] & \text{if } I_t^m > 0 \end{cases} \quad (15)$$

ただし，

$$A^m \equiv (1 - \beta) \frac{d_0}{d_1} + \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{2c_1} \right) c \quad (16)$$

$$s_t^m \equiv I_{t-1}^m + \frac{1}{2} z_t^g - \epsilon_t^r \quad (17)$$

とおいた．式 (15) からは t 期の均衡在庫量を求めることができる． s_t^m は t 期の期初在庫量に硬直的回収量 z_t^g を足した供給可能量から需要変動 ϵ_t^r をひいた変数である．すなわち s_t^m は外生的な要因による供給可能量を表す．式 (15) から得られる期末在庫量の最適解を I_t^{m*} とおくと，販売市場における問屋の均衡販売価格 p_t^{rm*} は，

$$p_t^{rm*} = \frac{2c_1 \{d_0 - d_1(I_{t-1}^{m*} - I_t^{m*}) - \frac{d_1}{2} z_t^g + d_1 \epsilon_t^r\}}{2c_1 + d_1} \quad (18)$$

となる．このとき，均衡買入れ価格 p_t^{gm*} は，

$$p_t^{gm*} = \frac{c_1 \{d_0 - d_1(I_{t-1}^{m*} - I_t^{m*}) - (c_1 + d_1) z_t^g + d_1 \epsilon_t^r\}}{2c_1 + d_1} \quad (19)$$

このとき均衡販売量 Y_t^{r*} は，

$$Y_t^{m*} = \frac{d_0 + 2c_1(I_{t-1}^{m*} - I_t^{m*}) + c_1 z_t^g + d_1 \epsilon_t^r}{2c_1 + d_1} \quad (20)$$

となる．式 (14) の在庫量 I_t^m を I_t^{m*} で置き換えたときと，式 (20) を比較するとわかるように，総回収量と販売量との違いは，硬直的回収量，需要変動によって決まるのではなく，在庫量変化 ($I_t^{m*} - I_{t-1}^{m*}$) に対する反応の違いによって生じることがわかる．具体的には，総回収量と販売量の在庫量変化に対する反応は，それぞれ

$$\frac{\partial X_t^{m*}}{\partial \Delta I_t^{m*}} = \frac{1}{1 + \frac{2c_1}{d_1}} \quad (21)$$

$$\frac{\partial Y_t^{m*}}{\partial \Delta I_t^{m*}} = -\frac{1}{1 + \frac{d_1}{2c_1}} \quad (22)$$

ただし，

$$\Delta I_t^{m*} \equiv I_t^{m*} - I_{t-1}^{m*} \quad (23)$$

となる．式 (21) から回収費用 c_1 が大きくなるほど，在庫量変化 ΔI_t^{m*} に対する総回収量の変化は小さくなることわかる．また総回収量の変化は需要関数の傾き d_1 から影響を受けており， d_1 が大きくなり，販売量に対して販売価格が変化しやすくなるほど，在庫量変化に対する総回収量の変化も大きくなる．一方，式 (22) より，需要関数の傾きが大きくなるほど，絶対値でみたときの販売量の変化は小さくなり，回収費用が大きくなるほど販売量の変化は大きくなる．これは回収費用が大きくなるほど自発的回収量の調整にかかる費用が大きくなり販売量の方が相対的に調整しやすくなるためである．逆に回収費用が小さければ販売量よりも自発的回収量を調整する．

次に，買入れ量と販売量との変動の違いを見るため，式 (20) の分散との差をとると，

$$\begin{aligned} & \text{Var}(Y_t^{m*}) - \text{Var}(X_t^{m*}) \\ &= \frac{1}{2c_1 + d_1} \left\{ (2c_1 - d_1) \text{Var}(\Delta I_t^{m*}) \right. \\ & \quad \left. - 2c_1 \text{Cov}(\Delta I_t^{m*}, z_t^g) - 2d_1 \text{Cov}(\Delta I_t^{m*}, \epsilon_t^r) \right\} \quad (24) \end{aligned}$$

したがって，買入れ量が販売量よりも変動が大きくなる条件は，

$$\frac{c_1 \text{Cov}(\Delta I_t^{m*}, z_t^g) + d_1 \text{Cov}(\Delta I_t^{m*}, \epsilon_t^r)}{\text{Var}(\Delta I_t^{m*})} > c_1 - \frac{d_1}{2} \quad (25)$$

となる．ここで，使用済み製品のマテリアルフローにおいて下流側にある販売市場に生じた変動が，上流側の買入れ市場に伝播する条件を考える．硬直的回収量がなく ($\epsilon_t^g = 0$)，需要変動のみがあった場合，式 (25) は，

$$\frac{\text{Cov}(\Delta I_t^{m*}, \epsilon_t^r)}{\text{Var}(\Delta I_t^{m*})} > \frac{c_1}{d_1} - \frac{1}{2} \quad (26)$$

となり，需要変動に対する期末在庫量の性質がわかれば総回収量と販売量のどちらが変動しやすいか判明する．式 (15) から最適な期末在庫量 I_t^{m*} の解析解を導出することは一般に困難であることから，本研究では数値的に最適解を導出する．

3. 直接回収システムの定式化

(1) モデルの枠組み

直接回収システムにおいては問屋のみが代表的一社だけ存在し，自らが使用済み製品の回収，リサイクル企業への販売を行う．直接回収システムにおける回収費用，在庫費用，リサイクル企業の需要関数および硬直的回収量，需要変動に関するパラメータは市場回収システムの場合と同様の値を仮定する．これは直接回収システムにおける総回収量，販売量，販売価格，期末在庫量と市場回収システムにおける，それらの変数との比較を行うためである．直接回収システムにおい

ても前章と同様に販売市場における競争的市場を考え，問屋に価格支配力はないとする．具体的に， t 期において期初在庫量，硬直的回収量 z_t^g および販売価格 p_t^r を与件とし，使用済み製品の自発的回収量 x_t^d ，期末在庫量 I_t^d を決める．ただし，前章の市場回収システムと区別するため直接回収システムにおける変数は添字 d を用いる．

(2) 問屋の行動

直接回収システムにおける問屋は，割引現在価値に換算された期待利潤を将来の無限期間に渡って合計したものを最大化するように，各期の自発的回収量 x_t^d ，期末在庫量 I_t^d を決めるとし，次の最適化問題 [D-W] として定式化する．

$$\begin{aligned} & V(p_t^{rd}, I_{t-1}^d, z_t^g) = \\ & \max_{x_t^d, I_t^d} E_t \sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{\tau-t} \{ p_{\tau}^{rd} Y_{\tau}^d - \frac{1}{2} (x_{\tau}^d)^2 - c I_{\tau}^d \} \quad (27) \end{aligned}$$

subject to

$$Y_t^d = I_{t-1}^d + X^d(x_t^d, z_t^g) - I_t^d \quad (28)$$

$$X_t^d \equiv x_t^{gd} + z_t^{gd} \quad (29)$$

$$I_t^d \geq 0 \quad (30)$$

式 (27) より，第 1 項が販売市場における使用済み製品の販売による収益，第 2 項目が回収費用であり自発的回収量 x_t^d にのみかかるとする．第 3 項目は期末在庫量の保持にかかる費用である．式 (28) は， t 期における問屋の期末在庫 1 量を決めることによって，販売量が決まることを示している．式 (29) は， t 期の総回収量 $X^g(x_t^d, z_t^g)$ が，自発的回収量と硬直的回収量によって決定することを示す．式 (30) は期末在庫量の非負制約である．

最適化問題 [D-W] における自発的回収量 x_t^d に関する一階条件より，総回収量は，

$$X_t^c = \frac{p_t^{rd}}{c_1} + z_t^d \quad (31)$$

となる．式 (31) より，総回収量は販売価格，硬直的回収量の増大に伴い増加するが，回収費用の増大に伴い減少することがわかる．ここで式 (12), (28) を式 (31) に代入し， p_t^{rd} について整理すると，

$$p_t^{rd} = \frac{c_1 \{ d_0 - d_1 (s_t^c - I_t^c) \}}{c_1 + d_1} \quad (32)$$

ただし，

$$s_t^d \equiv I_{t-1}^d + z_t^g - \epsilon_t^r \quad (33)$$

である． s_t^d は t 期の期初在庫量に硬直的供給量を足したもから需要変動を引いたものとして定義され， t 期に外生的な供給可能量である．式 (33) から，期初在庫

量，硬直的回収量が大きいほど販売価格は小さくなる
ことがわかる．

次に最適化問題 [D-W] の期末在庫量 I_t^c に関する一
階条件式より，

$$\begin{cases} p_t^{rd} > \beta E_t[p_{t+1}^{rd}] - c & \text{if } I_t^d = 0 \\ p_t^{rd} = \beta E_t[p_{t+1}^{rd}] - c & \text{if } I_t^d > 0 \end{cases} \quad (34)$$

が導ける．式 (34) は，使用済み製品を次期に持ち越した
ときに得られる期待販売価格から在庫費用を引いた
値が，現在の販売価格よりも低ければ当該期に期末在
庫は保持しないことを意味している．ここで式 (31) を
式 (34) に代入して整理すると，

$$\begin{cases} A^d > s_t^d - I_t^d - \beta E_t[s_{t+1}^d - I_{t+1}^d] & \text{if } I_t^d = 0 \\ A^d = s_t^d - I_t^d - \beta E_t[s_{t+1}^d - I_{t+1}^d] & \text{if } I_t^d > 0 \end{cases} \quad (35)$$

ただし，

$$A^d \equiv (1 - \beta) \frac{d_0}{d_1} + \left(\frac{1}{d_1} + \frac{1}{c_1} \right) c \quad (36)$$

が導ける．式 (35) は期末在庫量 I_t^d に関する相補性問題
となっている．市場回収システムのとときと同様に，式
(35) から解析解を導くことは一般に困難である．ここ
では式 (35) から得られる最適な期末在庫量を I_t^{d*} とお
くと，式 (31),(32) から，最適な総回収量 X_t^{d*} は，

$$X_t^{d*} = \frac{d_0 - d_1(I_{t-1}^d - I_t^{d*}) + c_1 z_t^g + d_1 \epsilon_t^r}{c_1 + d_1} \quad (37)$$

となる．式 (28) に式 (37) を代入すると，最適な販売量
 X_t^{c*} は，

$$Y_t^{d*} = \frac{d_0 + c_1(I_{t-1}^d - I_t^{d*}) + c_1 z_t^g + d_1 \epsilon_t^r}{c_1 + d_1} \quad (38)$$

となる．式 (37)，式 (38) から，総回収量と販売量との
違いは在庫量変化 ($I_{t-1}^d - I_t^{d*}$) に対する反応の違いに
よって決まることがわかる．具体的には，

$$\frac{\partial X_t^{d*}}{\partial \Delta I_t^{d*}} = \frac{1}{1 + \frac{c_1}{d_1}} \quad (39)$$

$$\frac{\partial Y_t^{d*}}{\partial \Delta I_t^{d*}} = -\frac{1}{1 + \frac{c_1}{d_1}} \quad (40)$$

ただし，

$$\Delta I_t^{d*} \equiv I_t^{d*} - I_{t-1}^{d*} \quad (41)$$

となる．式 (39) から回収費用が小さく，販売市場にお
ける需要関数の傾きが大きくなるほど在庫量変化に対
する販売量の変化は大きくなる．以上から，硬直的回
収量，需要変動に関する直接回収システムにおける総
回収量，販売量および販売価格の性質を明らかにした．
次章以降で，これらの確率的な変動に対する在庫の性

表-1 数値計算の設定

パラメータ	値	パラメータ	値
c_1	1.0	d_0	100
μ	10.0	d_1	1.0
σ_g	2.0	β	0.98
σ_r	0	c	0.1

質を明らかにすることによって，回収システムの違い
による市場で生じる変動の違いを明らかにしていく．

4. 硬直的回収量，需要変動に対する総回収 量，販売量の反応

(1) 数値解析方法

無限期間における動的計画法の解法としてよく用いら
れる手法に Collocation 法がある⁶⁾．この方法は t 期の
最適解を決めるときに $t+1$ 期の関数形が未知である期
待販売価格などの変数に対して Spline 補間法やチェビ
シェフの多項式補間法を適用し，均衡条件式を満たすよ
うに未知の関数形を近似させる手法である．本研究では，
式 (11) と式 (35) に対して Collocation 法を適用し，そ
れぞれの回収システムにおける最適な期末在庫量を導出
する．本研究では，状態変数 s_t^{gm} または s_t^{gd} に対する最
適な在庫方策の関数形が未知であるため，式 (11)，(35)
のそれぞれの右辺の期待オペレータ $E_t[s_{t+1}^m - I_{t+1}^m]$ ，ま
たは $E_t[s_{t+1}^d - I_{t+1}^d]$ を Collocation 法によって近似し，
状態変数に対する最適な期末在庫量を導出する．また，
需要変動と硬直的回収量の変動は正規分布に従う場合
を考える．

(2) 最適在庫方策，総回収量，販売量の比較

はじめに需要変動がなく硬直的回収量にのみ変動が
あるとしたときに ($\sigma_r = 0$)，期初の在庫量と硬直的
回収量に対する期末在庫量の最適方策を明らかにする．
図-3 は表-1 の数値設定の下での市場回収システムにつ
いて，横軸に硬直的回収量 ϵ_t^z と期初在庫量 I_{t-1} をと
り，縦軸に期末在庫量 I_t をとったものである．図-3 中
の黒いメッシュは市場回収システム，青いメッシュは
直接回収システムの最適在庫方策を表している．この
図から，市場回収システム，直接回収システムともに，
硬直的回収量，期初在庫量が多いほど，期末在庫量は
多くなるのが最適在庫方策であることがわかる．また
2つの回収システムにおける最適在庫方策は硬直的
回収量の期待値周辺 ($\epsilon_t^z = E_t[\epsilon_t^z] = 0$) で交差している．
これは硬直的回収量が期待値よりも大きくなった場合
($\epsilon_t^z > 0$)，同じ硬直的回収量と期初在庫量に対して直
接回収システムの方がより多くの期末在庫量を持つこ

図-3 2つの回収システムにおける最適在庫方策

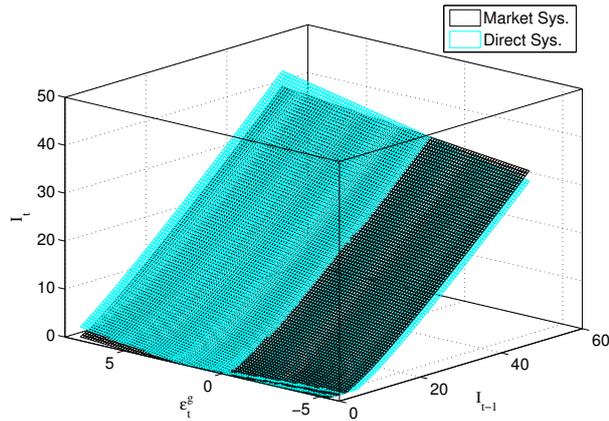
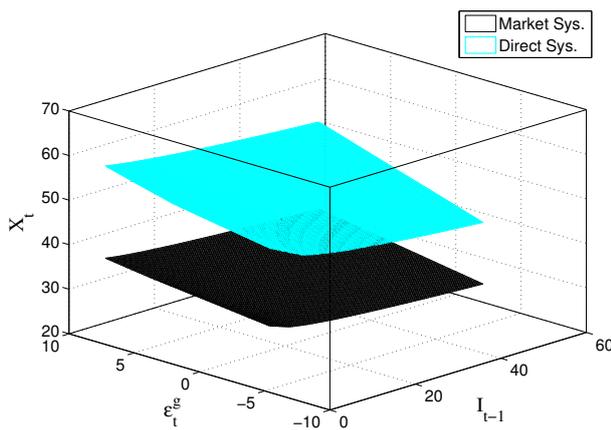


図-4 2つの回収システムにおける総回収量



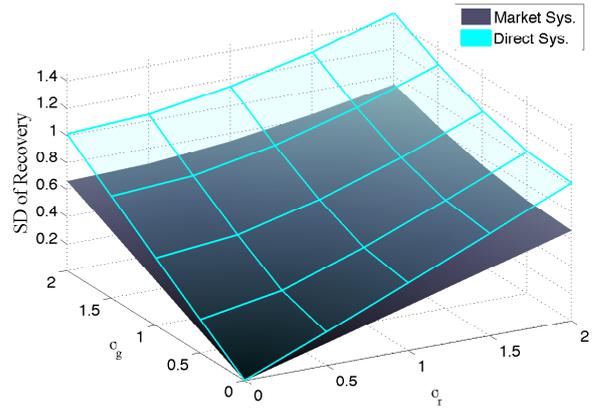
とを意味する。逆に、硬直的回収量が期待値よりも少ない場合 ($e_t^g < 0$) には、同じ硬直的回収量と期初在庫量の値に関して、市場回収システムの方が在庫を持ちやすい。

表-1 の設定の下で、それぞれの回収システムにおける t 期の期初在庫量、硬直的回収量と総回収量との関係を図-4 に示す。図-4 中の黒いメッシュは市場回収システム、青いメッシュは直接回収システムにおける最適な総回収量を表している。この図から、どちらの回収システムにおいても硬直的回収量が多いときほど総回収量は多く、期初在庫量が多いときほど当該期の総回収量は少なくなることがわかる。また期初在庫量と硬直的回収量がどのような値でも、直接回収システムの方がより多くの使用済み製品が回収されていることがわかる。

a) 硬直的回収量，需要変動に対する総回収量，販売量の反応

図-5 は、表-1 の設定の下で需要変動と硬直的回収量の変動の分散 (σ_r, σ_g) を、それぞれ 0 から 2 の範囲で変

図-5 硬直的回収量，需要変動の大きさと総回収量の標準偏差との関係



化させ、合計で 25 個の σ_r, σ_g の組み合わせ ($[\sigma_g \sigma_r] = [0 \ 0], [0 \ 0.5], [0 \ 1.0], \dots, [2.0 \ 1.5], [2.0 \ 2.0]$) のそれぞれについて、300 期のシミュレーションを 3000 回行ったときの総回収量 (硬直的回収量と自発的回収量の合計) を示している。各シミュレーションについて総回収量の標準偏差を算出し、その平均値をとったものを図-5 の標準偏差として示している。ただし算出したシミュレーションの平均値が初期値に依存して変わることを防ぐため、101 期から 300 期までのデータを使用して総回収量の標準偏差を算出している。

図-5 から、需要変動と硬直的回収量の分散が大きくなるほど、総回収量の変動も大きくなることが確認できる。また、需要変動と硬直的回収量の分散が同じ場合には、市場回収システムよりも直接回収システムの総回収量の方が、より大きく変動していることがわかる。

(3) 回収業者が回収システムにもたらす影響

市場回収システムにおいては、回収業者が回収を専門に行っているため、直接回収システムよりも回収費用は安いことが考えられる。図-6 は、直接回収システムと市場回収システムにおける回収費用の比率 c_1^m / c_1^d 、需要関数の傾きと総回収量の平均値との関係を示したものである。ただし、図-5 と同様に 300 期 3000 回のシミュレーションを行い、それぞれのシミュレーションにおける総回収量の平均値を平均した値を表示している。ここでは表-1 の設定の下で直接回収システムの回収費用を固定し ($c_1^d = 1.0$)、市場回収システムの回収費用を 0 から 1 の範囲 ($0 \leq c_1^m \leq 1$) で変えたものを需要関数の傾き d_1 の大きさごとに示している。図-6 から直接回収システムに対して市場回収システムの回収費用が小さい場合、市場回収システムにおいてより多くの総回収量が達成される。このとき、直接回収システムよ

図-6 費用比率，需要関数の傾きと総回収量の関係

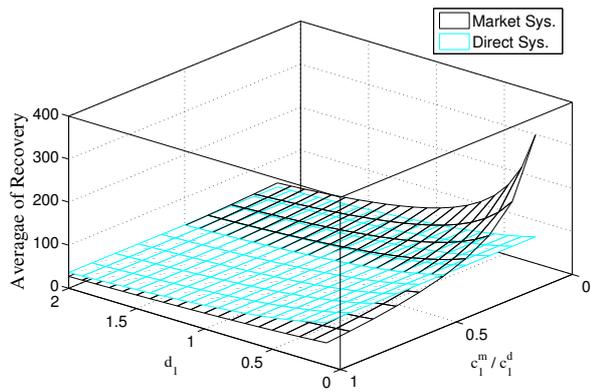
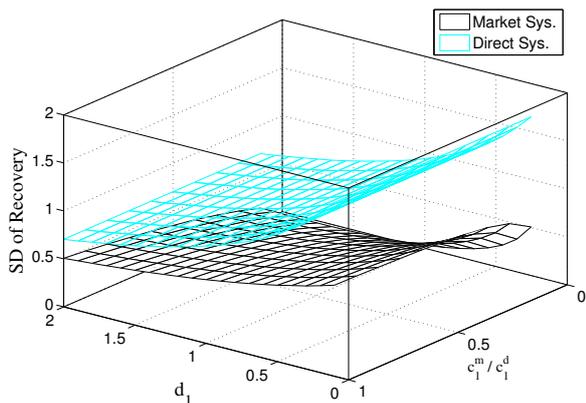


図-7 費用比率，需要関数の傾きと総回収量の標準偏差の関係



りも市場回収システムにおける総回収量の変動は小さく，より安定した回収がなされていることが確認できる（図-7）．すなわち，回収業者が専門的に回収を行うことによって，問屋が回収を行うときよりも回収費用が小さくてすむ場合は，市場回収システムによって安定し，より多くの総回収量を達成できるといえる．

5. 結論

本研究では市場を通じて使用済み製品の回収を行う市場回収システムと，問屋が直接回収する直接回収システムの性質の違いを明らかにした．特に，市場や問屋の意志によって自由に調整することができない硬直的回収量の外生的な変動に着目することによって，

- (a) 硬直的回収量が多い場合は直接回収システムの方が在庫を持ちやすく，少ない場合は市場回収システムの方が在庫を持ちやすい．
- (b) 市場回収システムよりも直接回収システムの方が，需要変動や，硬直的回収量の変動に対して総回収量が大きく変動する傾向にある．
- (c) 問屋よりも回収業者の方が低コストで回収できる場合に，市場回収システムの方がより多く，かつ

硬直的回収量の変動に対して，より安定した総回収量が達成できる可能性ある．

の3点が明らかになった．

参考文献

- 1) Chambers, M. J. and Bailey, R.E. A Theory of Commodity Price Fluctuation/. *The Journal of Political Economy* 104 924-957, 1996.
- 2) Calcott, P. and Walls, M. 2005. Waste, Recycling, and "Design for Environment": Roles for markets and Policy Instruments. *Resource and Energy Economics* 27, 287-305, 2005.
- 3) Deaton, A. and Laroque, G. On the Behaviour of Commodity Prices. *The Review of Economic Studies* 59, no. 1, 1-23, 1992.
- 4) Deaton, A. and Laroque, G. Competitive Storage and Commodity Price Dynamics. *The Journal of Political Economy* 104, no. 5, 896-923, 1996.
- 5) Lavee, D., Regev, U., and Zemel, A. The Effect of Recycling Price Uncertainty on Municipal Waste Management Choices, *Journal of Environmental Management* 90, 3599-3606, 2009.
- 6) Miranda, M.J., and Fackler. *Applied Computational Economics and Finance*, MIT Press, 2002.
- 7) Osborne, T. Market News in Commodity Price Theory: Application to the Ethiopian Grain Market. *Review of Economic Studies* 71, 133-164, 2004.
- 8) Routledge, B. R. R., Duane J. S., and Chester S. S. Equilibrium Forward Curves for Commodities. *The Journal of Finance* 55, no. 3, 1297-1338, 2000.
- 9) Samuelson, P. A. Stochastic Speculative Price. *Proceedings of the National Academy of Sciences* 68, no.2, 335-337, 1971.
- 10) Savaskan, R. C., Bhattacharya, S., and Van Wassenhove, L. N. Closed-Loop Supply Chain Models with Product Remanufacturing. *Management Science*, 50, 239-252, 2004.
- 11) Savaskan, R. C. and Van Wassenhove, L. N. Reverse Channel Design: The Case of Competing Retailers. *Management Science* 52,1-14, 2006.
- 12) Scheinkman J. A., and Schectman, J. A Simple Competitive Model with Production and Storage. *Review of Economic Studies* 50, 427-441, 1983.
- 13) Stromberg, P. Market Imperfections in Recycling Markets: Conceptual Issues and Empirical Study of Price Volatility in Plastics. *Resources, Conservation and Recycling* 41, 339-364, 2004.
- 14) Williams, J. C. and Wright, B. D. *Storage and Commodity Markets*. Cambridge University Press,1991.
- 15) Wright, B. D., and Williams, C.J. The Economic Role of Commodity Storage. *The Economic Journal* 92, 596-614, 1982.
- 16) Wright, B. Storage and Price Stabilization. *Handbook of Agricultural Economics*, 1, 817-861, 2001.
- 17) 大窪和明, 稲村肇, 加河茂美. 古紙市場における価格決定メカニズムの検討. *土木学会論文集 G* 63, no.1 77-86, 2007.

(2011. 5. 6 受付)