

旅行時間のパーセンタイル値に基づく利用者均衡配分モデルの構築と金沢市道路ネットワークへの適用*

A development of a traffic assignment model based on percentile value and its application to the road network of Kanazawa City *

今村悠太**・中山晶一郎***・高山純一****

By Yuta IMAMURA**・Shoichiro NAKAYAMA***・Jun-ichi TAKAYAMA****

1. はじめに

実際の道路ネットワークでは、様々な要因により交通需要や旅行時間は変動している。特にピーク時には円滑な交通流が妨げられ、目的地までの所要時間は平常時に比べ大幅に増加すると考えるのが自然である。また、ピーク時の交通の多くは通勤・通学などの到着時刻に制約のあるトリップが多く、道路利用者は旅行時間のばらつきを考慮して、目的地までの所要時間を認識していると考えられる。

中山ら¹⁾は交通量が正規分布に従う確率分布に従うものとして表現し、旅行時間の不確実性を考慮した配分モデルとして、利用者のリスク態度を考慮した旅行時間に基づく配分モデルを構築した。これにより、所要時間の不確実性（分散）が大きくなる道路に配分される交通量が減少するものとして、利用者の交通行動を表現している。

このモデルで用いられている実効旅行時間は、旅行時間の平均値、標準偏差、標準偏差に関するパラメータから構成されるものである。確率・統計理論の観点から、ばらつきの指標としての標準偏差は取り扱いが容易であるが、分散や標準偏差が必ずしも人が認知するばらつきの尺度と一致するとは限らず、その大きさを直感的に理解することは難しい。

そこで本研究では、所要時間のばらつきの尺度として、直感的な理解が容易なパーセンタイル値（以下、%タイトル値）を採用し、前述のような道路利用者の交通行動を表現するモデルとして、所要時間の信頼性を考慮し、旅行時間の%タイトル値に基づく均衡配分モデルを構築する。

*キーワード：交通ネットワーク分析

**学生員，金沢大学大学院自然科学研究科

（金沢市角間町，TEL:076-234-4614，

E-mail: imamura@stu.kanazawa-u.ac.jp）

***正会員，博(工)，金沢大学環境デザイン学系

（金沢市角間町，TEL: 076-234-4614，

E-mail: snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp）

****フェロー，工博，金沢大学環境デザイン学系

（金沢市角間町，TEL: 076-234-4613，

E-mail: takayama@t.kanazawa-u.ac.jp）

2. モデル概要

(1) 交通量の分布

本研究では、正規分布の確率分布を持ったOD交通量をネットワークに配分する。

このような配分を実際の道路ネットワークに適用するに際して、ひとつの問題が生じる。現在のところ、確定的なOD交通量のデータについては各種調査結果から算出でき、それをOD交通量の平均として捉えることができる。

しかし、交通量の分散に関してはデータを得ることが極めて困難である。そこで本研究では、中山ら^{1),2)}の提案した考え方にに基づき、以下で示すように、道路ネットワークの経路交通量が互いに独立な正規分布に従い、その分散は平均値の定数倍であると仮定する。

ODペア rs 間のOD交通量を確率変数 Q^{rs} とし、その平均と分散をそれぞれ $E[Q^{rs}]$ 、 $Var[Q^{rs}]$ とする。ここで、 $Var[Q^{rs}]$ は $\eta E[Q^{rs}]$ とし、 η は正のパラメータである。

次に、経路交通量は互いに独立であると仮定する。また、ODペア rs 間の経路交通量の平均を μ_k^{rs} 、分散 $(\sigma_k^{rs})^2$ を $\eta\mu_k^{rs}$ と仮定する。

ODペア rs 間の経路 k の集合を K^{rs} 、起点ノードの集合を R 、 S とすると、経路交通量の分布は以下の確率分布で示すことができる。

$$F_k^{rs} \sim N[\mu_k^{rs}, \eta\mu_k^{rs}] \quad (1)$$

ここで、 F_k^{rs} はODペア rs 間の経路 k の経路交通量の確率変数である。

このような仮定を置くことによって、OD交通量と経路交通量の間には、次式に示すようなフロー保存則が成立する。

$$Q^{rs} = \sum_{k \in K^{rs}} F_k^{rs} \quad \forall r \forall s \forall k \quad (2)$$

$$E[Q^{rs}] = \sum_{k \in K^{rs}} \mu_k^{rs}, \quad Var[Q^{rs}] = \sum_{k \in K^{rs}} (\sigma_k^{rs})^2 \quad \forall r \forall s \forall k \quad (3)$$

上で述べたように経路交通量は独立であると仮定したが、リンク間では同一の経路交通量が流れるため、本来ならばリンク交通量は独立ではないが、実際のネットワ

ークへの適用上、計算量の削減やモデルの簡便性などを考え、各リンク交通量は独立であると仮定する。このとき、独立な正規変数の和は正規変数になるため、以下の(4)式のようにリンク a の交通量の確率変数 X_a は、正規分布に従う独立な経路交通量 F_k^{rs} の和となり、(5)式のようになる。

$$X_a = \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K} \delta_{a,k}^{rs} F_k^{rs} \quad (4)$$

$$X_a \sim N \left[\sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K} \delta_{a,k}^{rs} F_k^{rs}, \eta \sum_{r \in R} \sum_{s \in S} \sum_{k \in K} \delta_{a,k}^{rs} F_k^{rs} \right] \quad (5)$$

ここで、 $\delta_{a,k}^{rs}$ はODペア rs 間第 k 経路がリンク a を含むときは1、そうでないときは0である。

(2) 旅行時間の期待値と分散

道路リンクの走行時間がBPR関数に従うとすると、自動車のリンク旅行時間 t_a^c は $t_{a0}\{1+\alpha(x_a/C_a)^\beta\}$ であらわされる。ただし、 t_a^c はリンク a のリンク旅行時間、 t_{a0} は自由旅行時間、 C_a は交通容量、 x_a は自動車交通量、 α 、 β はBPR関数のパラメータである。リンク a の期待旅行時間は X を交通量の確率変数として $E[t_{a0}\{1+\alpha(X_a/C_a)^\beta\}]$ とあらわされる。この計算には、 $E[X^\beta]$ を計算できればよく、積率母関数 $M_a(s)$ を用いることができる。積率母関数の性質から $E[(X_a)^\beta] = d^\beta M_a(s) / ds^\beta |_{s=0}$ として計算される。ゆえに、期待リンク旅行時間は以下のとおりになる。

$$E[T_a] = t_{a0} + \alpha \cdot \frac{1}{C_a^\beta} \cdot \frac{d^\beta M_a(s)}{ds^\beta} \Big|_{s=0} \quad (6)$$

ただし、 T_a はリンク旅行時間の確率変数である。

すでに述べたとおり、交通量は正規分布に従うため、 X_a は正規変数であり、正規分布の積率母関数 $M_a(s)$ は $\exp(\mu_a s + \sigma_a^2 s^2 / 2)$ である。ただし、 μ_a は交通量の平均、 σ_a^2 は交通量の分散である。

また、リンク旅行時間の分散は以下の式で算出される。

$$\text{Var}[T_a] = E[(T_a)^2] - E[T_a]^2 \quad (7)$$

これも積率母関数を用いれば計算することができる。

経路旅行時間の期待値 $E[T_k^{rs}]$ は次式で表される。

$$E[T_k^{rs}] = \sum_{a \in A} \delta_{a,k}^{rs} E[T_a] \quad (8)$$

ここで A はリンクの集合である。

リンク交通量の独立性を仮定する場合、経路旅行時間の分散は以下の式で算出される。

$$\text{Var}[T_k^{rs}] = \sum_{a \in A} \delta_{a,k}^{rs} \text{Var}[T_a] \quad (9)$$

(3) 旅行時間の%タイル値

先述したとおり、このモデルでは旅行時間の期待値に加え、その分散も算出できることが大きな特徴となつて

いる。本研究では、この利点を生かし、期待値と分散を基に算出される%タイル値を用いた均衡配分モデルを構築する。

%タイル値を算出するためには、まず旅行時間が従う分布形を仮定せねばならない。後述するとおり、本研究では旅行時間の従う分布形として、正規分布1（通常の正規分布）と正規分布2（BPR関数にテイラー展開を施したもの）、対数正規分布の3つを仮定した。このときのODペア rs 間の k 番目経路の旅行時間の%タイル値は以下の式で算出される。

a) 旅行時間分布が正規分布に従うと仮定した場合

$$T_{k,I_x}^{rs} = E[T_k^{rs}] + I_x \sqrt{\text{Var}[T_k^{rs}]} \quad (10)$$

b) 旅行時間分布が対数正規分布に従うと仮定した場合

$$T_{k,I_x}^{rs} = \exp(I_x \zeta + \lambda) \quad (11)$$

ここで、

$$\zeta^2 = \ln \left(1 + \frac{\text{Var}[T_k^{rs}]}{E[T_k^{rs}]^2} \right) \quad (12)$$

$$\lambda = \ln(E[T_k^{rs}]) - \frac{1}{2} \zeta^2 \quad (13)$$

である。

ただし、 T_{k,I_x}^{rs} はODペア rs 間の k 番目経路の旅行時間の%タイル値、 I_x は標準正規分布表などから得られる標準正規分布の x %タイル値である。

3. 単純なネットワークへの適用

(1) 単純ネットワークの概要

以下の図-1に示すような1OD1Linkのネットワークにおいて、旅行時間の%タイル値を算出する。リンクパフォーマンス関数には通常のBPR関数 ($\alpha=0.15$, $\beta=2$) を用い、道路リンクの自由走行時間は10分、交通容量は1000台である。

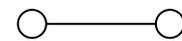


図-1 1OD1Linkのネットワーク

実際の道路ネットワークのような複雑なネットワークでは、旅行時間の%タイル値を厳密に計算することは非常に困難であり、実用上、%タイル値を簡便に算出することが望まれる。%タイル値の簡便な算出法としては、旅行時間が従う分布形を仮定し計算する方法があり、本モデルでは、あらかじめ旅行時間が従う分布形を仮定した上で、それぞれの分布形における旅行時間の%タイル値を算出する式を導出し、モデルを構築している。

そこで、旅行時間の分布形を以下で示す3つの分布形

で仮定し、旅行時間の分布形としてどの分布形が最もよく当てはまるか検証を行った。

a) 正規分布1

旅行時間は通常の正規分布に従うと仮定する。

b) 正規分布2 (テイラー展開)

旅行時間関数を以下のように交通量の2次式としているため、正規分布の再生性から旅行時間が正規分布に従うとはいえない。そこで、以下の(14)式で示すBPR関数を(15)式のように平均値周りに1次のテイラー展開を施すことにより、交通量の1次式として表現し、交通量が正規分布に従うという仮定に対して、数学的な根拠を与えるものである。

$$t_a(x_a) = t_{a0} \left\{ 1 + \alpha \left(\frac{x_a}{c_a} \right)^2 \right\} \quad (14)$$

$$t_a(x_a) \approx t_a(\bar{x}_a) + \frac{dt_a}{dx_a} \Big|_{x_a=\bar{x}_a} (x_a - \bar{x}_a) \quad (15)$$

c) 対数正規分布 (パラメータ: 平均値, 分散)

正規分布は $-\infty$ まで定義されているが、実際には所要時間が負の値をとることはなく、0以上で定義された対数正規分布を仮定することで、より正確に、またより現実に近い形で分布形を仮定する。

このような単純なネットワークの場合、旅行時間の%タイル値はBPR関数に交通量の%タイル値を代入することにより、容易に厳密な値を求めることができる。

(2) 単純ネットワークでの計算結果

以下の表-1及び図-2に計算結果の一例を示す。なお、今回の計算では95%タイル値を用いて計算を行った。

図-2は、交通量と各分布形を仮定した場合の旅行時間の95%タイル値の真値との誤差を示したものである。交通量が大きくなるにつれて、旅行時間が正規分布に従うと仮定した正規分布1及び正規分布2は交通量の増加とともに真値との誤差が大きくなっていき、2600台から誤差は減少していく。旅行時間が対数正規分布に従うと仮定した場合には、交通量の増加とともに真値との誤差は増加していき、交通容量を超える交通量が流れた場合、誤差は減少に転ずる。

今回の結果から、旅行時間の分布形としては3つのうちで対数正規分布が最もよく当てはまるということがわかった。

表-1 旅行時間の95%タイル値と真値との誤差

| | 旅行時間の95%タイル値 | 真値との誤差 |
|-------|--------------|--------|
| 真値 | 13.466 | — |
| 正規分布1 | 13.249 | 1.614 |
| 正規分布2 | 13.211 | 1.900 |
| 対数正規 | 13.315 | 1.128 |

($\eta = 40$, リンク交通量1000台)

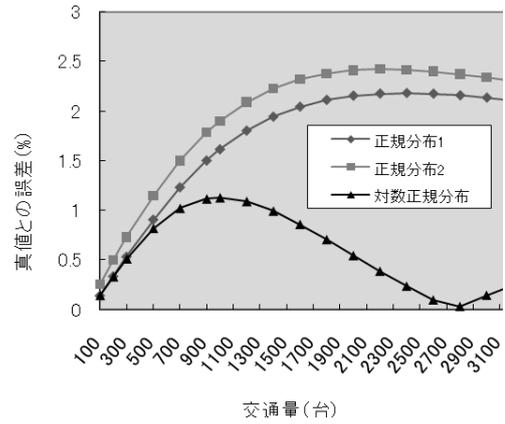


図-2 交通量と%タイル値の真値との誤差の関係

4. 金沢都市圏道路ネットワークへの適用

(1) ネットワーク概要

本研究の均衡配分モデルを金沢都市圏の道路ネットワークに適用し、現況再現性を検証する。

以下の図-3に適用ネットワークを示す。セントロイド数は58, ノード数は140, リンク数は467である。OD交通量の平均は、平成7年第3回金沢都市圏PT調査における平日の朝7時台のデータを基に設定した。OD交通量の分散はリンク交通量の実測値からパラメータ η を推定することによって設定するが、金沢市内の交通量の実測値から $\eta = 42.0$ とした。

また、旅行時間関数は通常のBPR関数に従うものとし、自由走行時間 t_{a0} 及び交通容量 C_a は、制限速度、車線数や車線幅をもとに設定した。

なお、今回の計算においては、旅行時間の95%タイル値を用いた配分を行っている。

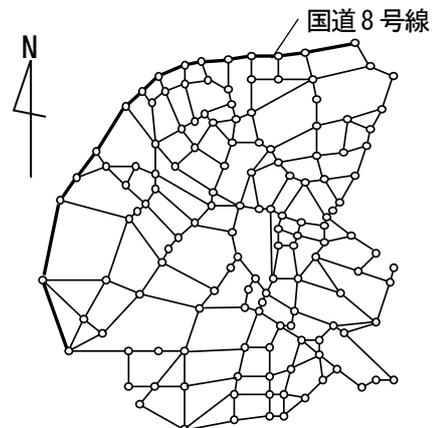


図-3 金沢都市圏道路ネットワーク

(2) 適用結果

以下の表-2は、実際のリンク交通量と配分結果の相関係数を示したものである。また以下の表-3に、各分布形

を仮定した場合のリンク旅行時間の%タイル値とその真値との誤差の平均を示す。

旅行時間の分布形の違いによって、実際のリンク交通量との相関係数に多少の変化が見られた。

正規分布を仮定した2つの分布形を比較すると、BPR関数にテイラー展開を施した分布形では、観測リンク交通量と配分結果の相関係数は0.807と通常の正規分布を仮定した正規分布1（相関係数0.926）と比べ、相関は低くなった。これは1次のテイラー展開を施したことで2次以上の項を無視しているため、その分誤差が大きくなっていると考えられる。また、対数正規分布を仮定した場合、相関係数は0.926と正規分布1（相関係数0.926）と同じ結果となった。

今回の計算結果では、正規分布1と対数正規分布が実際の交通との適合度が良く、正規分布2の適合度が比較的低い結果となった。

これは表-3より、正規分布1と対数正規分布を仮定した場合には、旅行時間の%タイル値の計算精度が比較的高く、正規分布2では1次のテイラー展開により、計算誤差が大きくなったことが原因であると考えられる。

表-2 観測リンク交通量と配分結果の相関係数

| | 正規分布1 | 正規分布2 | 対数正規分布 |
|------|-------|-------|--------|
| 相関係数 | 0.926 | 0.807 | 0.926 |

表-3 リンク旅行時間の%タイル値と真値との誤差の平均

| | 正規分布1 | 正規分布2 | 対数正規分布 |
|------------|-------|-------|--------|
| 真値との誤差 (%) | 5.5 | 19.5 | 5.6 |

また、表-3では正規分布1の誤差(5.5%)が対数正規分布の誤差(5.6%)よりも小さくなっている。これは、配分リンク交通量や交通容量との関係によっては誤差が比較的大きく計算されることがあり、今回適用したネットワークではそうしたリンクが対数正規分布を仮定した場合に多く見られたため、真値との誤差の平均値は、対数正規分布を仮定した場合に若干大きくなったと考えられる。

参考のために、図-4及び図-5に、正規分布1と対数正規分布を仮定したときの、配分リンク交通量と交通容量の差と真値との誤差の関係を示す。

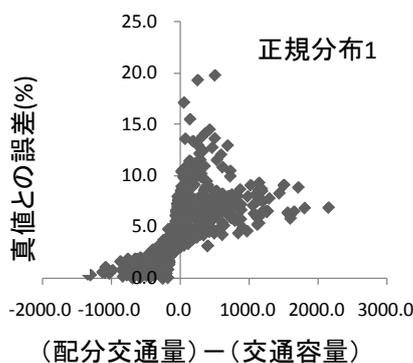


図-4 配分リンク交通量と交通容量の差と真値との誤差

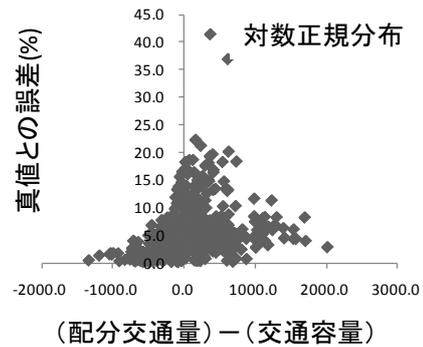


図-5 配分リンク交通量と交通容量の差と真値との誤差

5. おわりに

本研究では、交通量が正規分布の確率分布を持つという仮定を置いて、旅行時間の%タイル値に基づく均衡配分モデルの構築を行い、IODILinkのネットワークおよび金沢都市圏の道路ネットワークに適用した。

IODILinkのネットワークへの適用では、旅行時間の従う分布形を検証するために、旅行時間の分布形を正規分布1（通常の正規分布）と正規分布2（BPR関数に1次のテイラー展開を施したもの）、対数正規分布の3つの分布形を仮定して、旅行時間の95%タイル値の真値との誤差を計算した。その結果、今回仮定した3つの分布形の中では、対数正規分布を仮定した場合の誤差が1.0%程度以下となっており、対数正規分布が旅行時間の分布形として最もよく当てはまっていることがわかった。

また、金沢市道路ネットワークへの適用では、旅行時間の分布形として上記の3つの分布形を仮定したモデルを構築し、それぞれの計算結果を観測リンク交通量と比較した。今回仮定した3つの分布形の中では、正規分布（相関係数0.926）と対数正規分布を仮定した場合（相関係数0.926）の適合度が最もよく当てはまり、テイラー展開を施したものは、相関係数が0.807という結果となった。実際の道路ネットワークでの適合度は比較的良好で、本モデルを適用することで、道路建設などの政策評価において、より精緻な評価が可能になると期待できる。

参考文献

- 1) 中山晶一郎, 高山純一, 長尾一輝: 道路利用者のリスク態度を考慮した金沢道路ネットワークの均衡分析, 第59回土木学会年次学術講演会講演概要集, on CD-ROM, 2004.
- 2) 中山晶一郎, 高山純一, 長尾一輝, 所俊宏: 現実道路ネットワークの時間信頼性評価のための確率的交通均衡モデル及びそれを用いた情報提供効果分析, 土木学会論文集D, Vol.4, pp.526-536, 2006.
- 3) 中山晶一郎: 交通ネットワークの連結効果と信頼性指標: 統一的な指標としてのパーセンタイル値, 第38回土木計画学研究発表会・講演集 on CD-ROM#302,2008