

階層ベイズ法を用いた渋滞定着確率推定に関する分析*

Estimation of Probability of Physical Queue Staying at a Sag that uses hierarchical Bayes *

武藤圭祐**・葛西誠***・寺部慎太郎****

By Keisuke MUTO**・Makoto KASAI***・Shintaro TERABE****

1. はじめに

現在、高速道路を管理する道路管理者は、トンネルやサグでみられる単路部交通集中渋滞を解消するために様々な対策を講じている。具体的な例として、付加車線の設置や車線拡幅事業などのハード対策のみならず、LED標識による渋滞先頭情報の提供やWebでの渋滞予測情報の提供などといったソフト対策も有効であることが知られるようになってきている。しかし、対象とするボトルネックの容量が向上すると同時に、直近下流の潜在ボトルネックが顕在化する事例がいくつか見られる。このようなボトルネックの顕在化は、新規路線等の整備によりネットワークフローが変化することによっても観測されるようになってきている。これは顕在化ボトルネック容量向上がネットワーク全体での容量向上に繋がらない可能性のあることを示唆しており¹⁾、潜在ボトルネックの箇所を知ることはTravel Demand Management(TDM)にとって重要なことである。

しかしながら潜在的なボトルネック位置を推定することは容易ではない。単路部ボトルネック現象の存在が知られるようになってから、その容量や位置の推定を目標として多くの取り組みがなされたものの、顕在化したボトルネックのみを対象としてその位置または容量を推定しており、ここでの推定法が潜在ボトルネック位置の推定に利用可能かは自明ではない。そこで本研究では、インシデント渋滞解消後における渋滞上流遷移および定着現象(以下、上流遷移定着現象)に着目し、定着地点と不定着地点の幾何構造データを用い定着確率(以下、渋滞定着確率)の推定を階層ベイズ法に基づいて行なう方法を提案する。

2. 既往研究のレビュー及び本研究の位置付け

単路部における渋滞箇所において、容量が前後に比べて低い地点が存在すること、すなわち「ボトルネック現象」²⁾³⁾が知られるようになって以来、その成因を特定すべく多くの研究がおこなわれてきた。その嚆矢は越³⁾の研究であり、交通流を構成する車両追従挙動にその説明を求めるものであった。越³⁾は渋滞発生メカニズムを次のように仮定した。交通量が増加するにつれて、追越車線に車が集中し、そこで形成された車群の中から生じた減速波が、後方車両に伝播し、停止を強いられるというものである。実際に、顕在化しているボトルネックではサグ近傍において小さな減速波が繰り返し発生し、サグを通り越して伝播していることに言及している⁴⁾。しかしながら、ボトルネック位置を予測するには至っていない。

渋滞の先頭がある特定の位置で留まる経験事実からは、道路幾何構造がボトルネック現象に対して支配的であることは容易に想像される。これに着目した先駆的な研究が大口⁵⁾によってなされ、幾何構造とドライバーの視認性の関係から渋滞が発生するサグ、しないサグを定性的に議論している。また、福島ら⁶⁾のボトルネック交通容量を道路幾何構造の観点から定量的に予測する研究も注目されるが、これらはいずれも顕在化したボトルネックのみを扱っており、潜在ボトルネック位置を推定できるかは検証が必要とされる。

一方で、野中ら⁷⁾の研究では、渋滞発生時に想定される減速波発生伝播現象と、渋滞先頭が特定地点に留まり続ける「定着」現象とはメカニズムが異なるだろうと述べられている。なぜならば、次のような経験事象が得られているからである。事故等による車線閉塞によって一時的な容量低下が生じ、事故処理終了後の車線解放と同時に渋滞先頭が上流へ伝播する「頭崩れ：渋滞遷移」が見られるが、ある地点で渋滞の先頭が留まり続ける現象から、渋滞の先頭が上流に遷移する区間では、潜在ボトルネックは存在しないと考えられ、渋滞の先頭が留まり、かつその地点が顕在化ボトルネックでなければ、潜在ボトルネックであると考えられる。よって、本研究が対象としている上流遷移定着現象は、『潜在ボトルネック』

* キーワーズ：交通渋滞，ボトルネック，ベイズ推定

** 学生会員，学(工)，東京理科大学 理工学研究科
土木工学専攻

(千葉県野田市山崎2641, TEL:04-7124-1501 EXT4058,

E-mail:j7609629@ed.noda.tus.ac.jp)

*** 正会員，博(工)，東京理科大学 理工学部 土木工学科

**** 正会員，博(工)，東京理科大学 理工学部 土木工学科

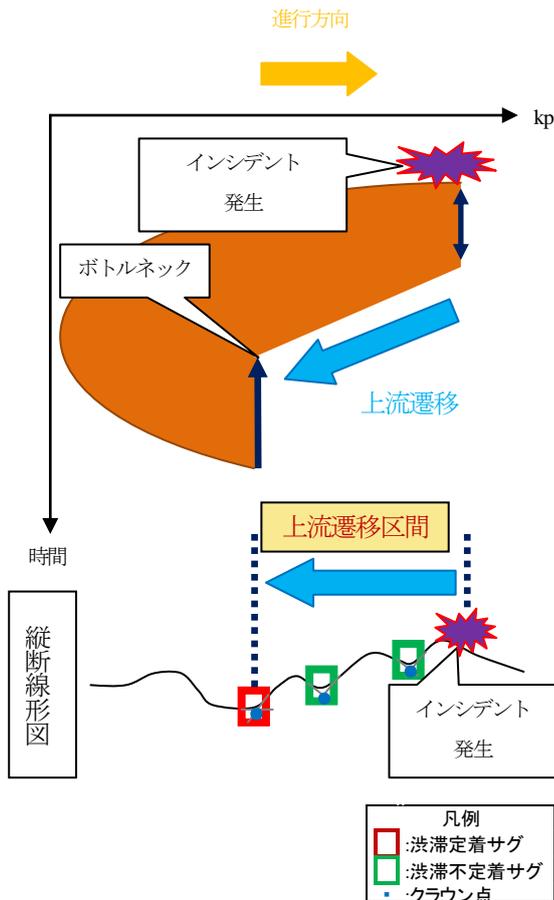


図-1 渋滞先頭上流遷移定着現象

表-1 2007年 東北道(上)
渋滞定着サグ, 不定着サグの抽出結果

サンプルNO.	不定着	定着	月日	サグポイント [kp]	上流側施設	下流側施設	上流勾配長 [km]	下流勾配長 [km]	上流勾配 [%]	下流勾配 [%]	勾配差 [%]	縦断曲線長 (m)
A	●		8月14日	42.2	館林IC (46.0kp)	羽生PA (40.6kp)	1.340	1.440	-1.55	0.29	1.84	1730
		●	8月14日	44.5	館林IC (46.0kp)	羽生PA (40.6kp)	1.980	0.940	-0.30	1.55	1.85	600
B	●		8月17日	6.5	岩槻IC (10.5kp)	浦和IC (4.8kp)	0.62	0.60	-0.25	0.20	0.45	200
		●	8月17日	7.8	岩槻IC (10.5kp)	浦和IC (4.8kp)	0.290	0.660	-0.20	0.27	0.47	280
		●	8月17日	12.4	蓮田SA (18.2kp)	岩槻IC (10.5kp)	0.950	1.282	-0.30	1.07	1.37	1000
C	●		8月19日	30.3	加須IC (33.4kp)	久喜IC (25.5kp)	0.77	0.78	-1.46	0.30	1.76	840
	●		8月19日	31.9	加須IC (33.4kp)	久喜IC (25.5kp)	1.82	0.77	-0.24	1.25	1.49	840
	●		8月19日	34.8	羽生IC (39.4kp)	加須IC (33.4kp)	0.86	1.10	-0.47	0.32	0.79	730
	●		8月19日	36.5	羽生IC (39.4kp)	加須IC (33.4kp)	0.80	0.84	-0.52	0.40	0.92	690
	●		8月19日	38.1	羽生IC (39.4kp)	加須IC (33.4kp)	0.68	0.80	-0.89	0.46	1.35	690
	●		8月19日	39.7	羽生PA (40.6kp)	羽生IC (39.4kp)	1.12	0.88	-0.30	0.69	0.99	790
		●	8月19日	42.2	館林IC (46.0kp)	羽生PA (40.6kp)	1.340	1.440	-1.55	0.29	1.84	1730
		●	8月19日	44.5	館林IC (46.0kp)	羽生PA (40.6kp)	1.980	0.940	-0.30	1.55	1.85	600

表-2 2007年 東北道(下)
渋滞定着サグ, 不定着サグの抽出結果

サンプルNO.	不定着	定着	月日	サグポイント [kp]	上流側施設	下流側施設	上流勾配長 [km]	下流勾配長 [km]	上流勾配 [%]	下流勾配 [%]	勾配差 [%]	縦断曲線長 (m)
D	●		8月14日	44.5	館林IC (46.0kp)	羽生PA (40.6kp)	0.940	1.980	-1.55	0.30	1.85	600
		●	8月14日	42.2	館林IC (46.0kp)	羽生PA (40.6kp)	1.440	1.340	-0.29	1.55	1.84	1730
E	●		11月3日	16.8	岩槻IC (10.5kp)	蓮田SA (18.2kp)	0.500	1.20	-1.30	0.20	1.50	400
		●	11月3日	15.4	岩槻IC (10.5kp)	蓮田SA (18.2kp)	1.100	0.900	-0.23	0.79	1.02	600

位置の推定に繋がると考える。

そこで、本研究では上流遷移定着現象を対象に、少数のサンプル下において、多くのパラメータを推定するのに有力な統計手法として、階層ベイズ推定法を用い、渋滞定着確率推定を行う。

3. 使用データ

(1) 分析対象区間および期間

分析対象区間は、トンネルや付加車線などの要素がなく、かつ多くの交通量を抱える東北自動車道(以下、東北道)の川口JCT-宇都宮IC間の6車線区間の上下線を対象とする。

(2) 使用データ

使用データは、2007年1年間の5分間交通量、速度のデータを有する約2kmピッチの車両感知器データ及び道路線形データを使用する。

(3) 速度コンター図の作成

時々刻々と変化する交通状況を把握するために、渋滞流のみに着色した速度コンター図を作成する。なお、本研究では、渋滞流を70km/h以下のものとする。

(4) 対象サグの抽出

作成された速度コンター図と道路線形データの関連性から、本研究の対象となる渋滞定着サグ、不定着サグを抽出する。なお、本節で扱う『渋滞定着サグ』は、インシデント渋滞解消後、渋滞の先頭となったサグ、『渋滞不定着サグ』は、上流遷移区間(図-1)において、渋滞の先頭とならなかったサグをさす。これらのサグのクラウン点キロポストでの道路幾何構造を以下の方法により抽出する。抽出結果を、表-1、表-2に示す。

a) 渋滞定着サグ

渋滞の先頭となった車両感知器設置断面の直近下流縦断変曲点がサグの場合、そのサグを『渋滞定着サグ』とする。また、車両感知器設置断面が上り坂、かつ直近下流縦断変曲点がクレストの場合、直近上流のサグを抽出する。

b) 渋滞不定着サグ

インシデント現場から渋滞定着サグまでの間、いわゆる『上流遷移区間』にて、サグが存在した場合、そのサグを『渋滞不定着サグ』とする。

4. 階層ベイズ法

階層ベイズ法とは、データ \mathbf{d} に対して、多くのパラメータ $\boldsymbol{\theta} = \{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_i\}$ に関する知識や経験を $\pi(\boldsymbol{\theta} | \omega)$ という事前分布で表現し、ベイズの定理を用いることによって、推論を行う統計手法である。

$$\pi(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{d}) = P(\mathbf{d} | \boldsymbol{\theta}) \pi(\boldsymbol{\theta} | \omega) \quad (1)$$

ここで、 $\pi(\boldsymbol{\theta} | \omega)$: 事前分布

$P(\mathbf{d} | \boldsymbol{\theta}; \omega)$: データ分布モデル

$\pi(\boldsymbol{\theta} | \mathbf{d}; \omega)$: 事後分布

式(1)中の ω は、ハイパーパラメータであり、事前知識の内容やその信頼度を表すパラメータである。

本研究では、渋滞定着サグから下流側に j 番目サグにおける渋滞定着確率 p_j (図-2参照) をパラメータとし、ハイパーパラメータを道路幾何構造から渋滞定着現象に影響を与える『渋滞定着寄与パラメータ』として、分析する。

式(1)より、渋滞定着確率 p_j を推定するために、データ分布モデル及び事前分布を必要とする。そこで本研究では、対象である上流遷移定着現象を、データ分布モデルおよび事前分布にどのように対応させるかを次項より示す。

(2) データ分布モデル及び渋滞定着確率 p_j の定義

本研究では、上流遷移定着現象において、渋滞の定着した確率と定着しなかった確率を同時分布とし、上流遷移定着現象ごとにデータ分布モデルを設定する。(式(2))

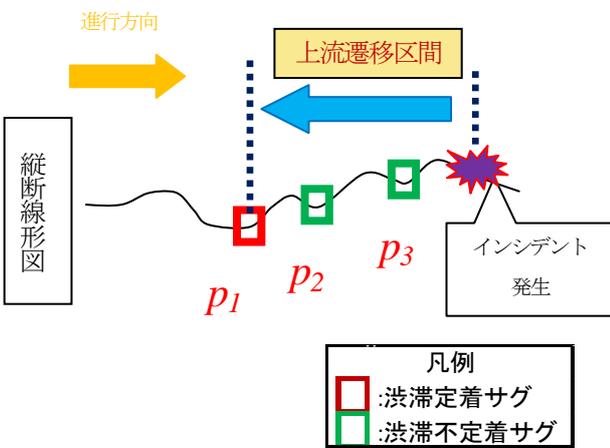


図-2 渋滞上流遷移定着現象における渋滞定着確率 P_j

$$P(\mathbf{D} | \mathbf{p}) = \prod_{j=1}^c p_j^{n(1,j)} (1 - p_j)^{n(0,j)} \quad (2)$$

ここで、 p_j : サグ j における渋滞定着確率

c : 上流遷移現象ごとの対象サグ数

$n(1,j)$: 渋滞定着ダミー(有:1)

$n(0,j)$: 渋滞定着ダミー(無:1)

式(2)での、渋滞定着確率ベクトル \mathbf{p} 及びデータ行列 \mathbf{D} は、以下ようになる。

$$\mathbf{p} = \{p_1, p_2, \dots, p_c\} \quad (3)$$

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} n(1,1), n(1,2), \dots, n(1,j) \\ n(0,1), n(0,2), \dots, n(0,j) \end{bmatrix} \quad (4)$$

0~1の値をとる渋滞定着確率 p_j を、計算の都合上、 $-\infty \sim +\infty$ の値をとる渋滞定着に影響を与えるパラメータ(以下、渋滞定着パラメータ)に置き換え、式(5)を用いて表す。

$$p_j = \frac{\exp(q_j)}{1 + \exp(q_j)} \quad (5)$$

ここで、 q_j : 渋滞定着パラメータ

式(4), (5)より、渋滞定着パラメータ q_j のみで表したものを、式(6)に示す。

$$\begin{aligned} P(\mathbf{d} | \mathbf{q}) &= \prod_{j=1}^c p_j^{n(1,j)} (1 - p_j)^{n(0,j)} \\ &= \prod_{j=1}^c \left\{ \frac{\exp(q_j)}{1 + \exp(q_j)} \right\}^{n(1,j)} \left\{ 1 - \frac{\exp(q_j)}{1 + \exp(q_j)} \right\}^{n(0,j)} \\ &= \prod_{j=1}^c \left\{ \frac{\exp(q_j)}{1 + \exp(q_j)} \right\}^{n(1,j)} \left\{ \frac{1}{1 + \exp(q_j)} \right\}^{n(0,j)} \\ &= \prod_{j=1}^c \frac{\{\exp(q_j)\}^{n(1,j)}}{\{1 + \exp(q_j)\}^{n(1,j) + n(0,j)}} \end{aligned} \quad (6)$$

ここで、 $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, \dots, q_c\}$

c : 上流遷移現象ごとの対象サグ数

渋滞定着確率 p_j に寄与する渋滞定着パラメータ q_j と5.(1)での渋滞定着説明変数とを関連付ける為、渋滞定着パラメータ q_j を式(7)のように表す。

$$q_j = f(\mathbf{s}_{[j]}) + \varepsilon_j \quad (7)$$

ここで、 $\mathbf{s}_{[j]}$:渋滞定着説明変数ベクトル
 ε_j :誤差項

式(7)での関数 $f(\mathbf{s}_{[j]})$ は、下記に示す各々の変数が渋滞定着現象に正の影響を与えると仮定し、式(8)のように表す。

$$f(\mathbf{s}_{[j]}) = si_{L[j]} + l(1 - \Delta_{L[j]}) + cl(1 + C_{L[j]}) + cr(1 - C_{R[j]}) + nN_{[j]} - dS_{[j]} + fDL_{[j]} + \varepsilon_{[j]} \quad (8)$$

$$\text{ここで、 } \mathbf{s}_{[j]} = \begin{bmatrix} i_{L[j]} \\ \Delta_{L[j]} \\ C_{L[j]} \\ C_{R[j]} \\ N_{[j]} \\ S_{[j]} \\ DL_{[j]} \end{bmatrix}$$

渋滞定着説明変数ベクトル $\mathbf{s}_{[j]}$ の各要素については、以下の通りである。

- a)下流側(上り坂)縦断勾配度 $i_{L[j]}$ ^{8),9)}
- b)縦断勾配曲率 $\Delta_{L[j]}$ [1/m]^{5),8),9)}
- c)平面線形要素(左平面曲率 $C_{L[j]}$, 右平面曲率 $C_{R[j]}$)[1/m]⁷⁾
- d)夜ダミー $N_{[j]}$ ⁴⁾
- e)下り→下りダミー $S_{[j]}$ ^{8),9)}
- f)分岐距離 $DL_{[j]}$ [km]

なお、a)下流側(上り坂)縦断勾配度 $i_{L[j]}$ は、渡辺ら^{6),7)}より、『上り坂が急なサグ』において渋滞が顕在化しやすいということを指摘しており、この『上り坂が急』という主観的解釈を客観的な数量にするために、式(9)において算出されたものを、渋滞定着説明変数として取り入れる。

$$i_{c[j]} = \frac{i_{[j]}}{i_s} \quad (9)$$

ここで、 $i_{c[j]}$:下流側(上り坂)縦断勾配度
 $i_{[j]}$:下流側(上り坂)縦断勾配[%]
 i_s :縦断勾配標準値[%]

(3) 事前分布の設定

式(1)を用いるのに、分析者が持っているパラメータに対する事前情報を、事前分布に表す必要がある。そこで本研究では式(7)、(8)より、渋滞定着パラメータ q_j は渋滞定着寄与パラメータの線形和のみで説明できると仮定し、正規分布を設定する。(式(10))なお、事前分布においても、データ分布モデル同様、上流遷移定着現象ごとに設定する。

$$\pi(\mathbf{q} | \boldsymbol{\omega}) = \prod_{j=1}^c \exp \left[-\frac{1}{2w^2} \begin{bmatrix} q_j - < si_{L[j]} + l(1 - \Delta_{L[j]}) \\ + cl(1 + C_{L[j]}) \\ + cr(1 - C_{R[j]}) + nN_{[j]} \\ - dS_{[j]} + fDL_{[j]} > \end{bmatrix} \right] \quad (10)$$

ここで、 $\boldsymbol{\omega} = (w, s, l, cl, cr, n, d, f)$

c :上流遷移現象ごとの対象サグ数

5. 階層ベイズ法による事後分布評価

まず、本研究に用いる渋滞定着説明変数の数値について、表-3、表-4に示す。

本研究では、式(1)より式(11)のようなベイズの公式を用いて、渋滞定着パラメータ $\mathbf{q} = \{q_1, q_2, \dots, q_c\}$ の事後分布を推定し、式(5)より、渋滞定着確率 p_j を推定する。なお、データ分布モデル及び事前分布同様、上流遷移定着現象ごとに事後分布を評価する。

$$\pi(\mathbf{q} | \mathbf{d}; \boldsymbol{\omega}) = \mathbf{P}(\mathbf{d} | \mathbf{q}; \boldsymbol{\omega}) \pi(\mathbf{q} | \boldsymbol{\omega}) \quad (11)$$

ここで、 $\pi(\mathbf{q} | \mathbf{d}; \boldsymbol{\omega})$:事後分布

$\mathbf{P}(\mathbf{d} | \mathbf{q}; \boldsymbol{\omega})$:データ分布モデル

$\pi(\mathbf{q} | \boldsymbol{\omega})$:事前分布

表-3 2007年 東北道(上)
渋滞定着サグ、不定着サグの渋滞定着説明変数

サンプルNO.	不定着	定着	月日	サグNO.	サグポイント[No.]	下流側(上り坂)縦断勾配度 [%/100m]	縦断勾配変化率 [%]	左右	左平面曲率 [1/m]	右平面曲率 [1/m]	夜ダミー	下り→下りダミー	分岐距離 [km]
A	●		8月14日	2	42.2	0.15	0.106	右	0	1.67×10^{-4}	0	0	1.62
		●	8月14日	1	44.5	0.78	0.308	左	-5.00×10^{-4}	0	1	0	3.9
	●		8月17日	3	6.5	0.10	0.225	右	0	0	0	0	1.7
B	●		8月17日	2	7.8	0.13	0.166	右	0	0	0	0	2.98
	●		8月17日	1	12.4	0.64	0.137	右	0	6.25×10^{-4}	1	0	1.932
C	●		8月19日	8	30.3	0.15	0.210	右	0	2.50×10^{-4}	0	0	4.834
	●		8月19日	7	31.9	0.63	0.177	右	0	2.50×10^{-4}	0	0	6.374
	●		8月19日	6	34.8	0.16	0.109	右	0	1.67×10^{-4}	0	0	1.416
	●		8月19日	5	36.5	0.20	0.133	左	-1.67×10^{-4}	0	0	0	3.116
	●		8月19日	4	38.1	0.23	0.196	左	-1.67×10^{-4}	0	0	0	4.716
	●		8月19日	3	39.7	0.35	0.125	左	-1.67×10^{-4}	0	0	0	0.321
	●		8月19日	2	42.2	0.15	0.106	右	0	1.67×10^{-4}	0	0	1.62
	●		8月19日	1	44.5	0.78	0.308	左	-5.00×10^{-4}	0	1	0	3.9

表-4 2007年 東北道(下)
渋滞定着サグ, 不定着サグの渋滞定着説明変数

サンプルNO.	不定着	定着	月日	サグNO.	サグポイント[kp]	下流側(上り坂)勾配度	縦断勾配変化率 [%/100m]	左右	左平面曲率 [1/m]	右平面曲率 [1/m]	波ダミー	下り-下りダミー	分岐距離 [km]
D	●		8月14日	2	445	0.15	0.308	右	0	5.00×10^{-4}	0	0	1.45
		●	8月14日	1	422	0.78	0.106	左	-5.00×10^{-4}	0	0	0	3.78
E	●		11月3日	2	168	0.10	0.375	右	0	2.50×10^{-4}	0	0	1.4
		●	11月3日	1	154	0.39	0.169	右	0	2.00×10^{-4}	0	0	2.8

表-5 東北道(上下線)
渋滞定着寄与とパラメータ 推定値

	8月14日(上)	8月17日(上)	8月19日(上)	8月14日(下)	11月3日(下)
w	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
s	0.936	0.819	0.000	0.811	0.654
l	0.680	1.042	0.011	0.273	0.062
cl	0.638	0.112	0.538	0.520	0.551
cr	0.638	0.113	0.451	0.519	0.551
n	0.982	-0.432	0.002	0.000	0.000
d	0.000	0.000	0.000	0.000	0.000
f	-0.629	-0.068	0.000	-0.241	-0.147

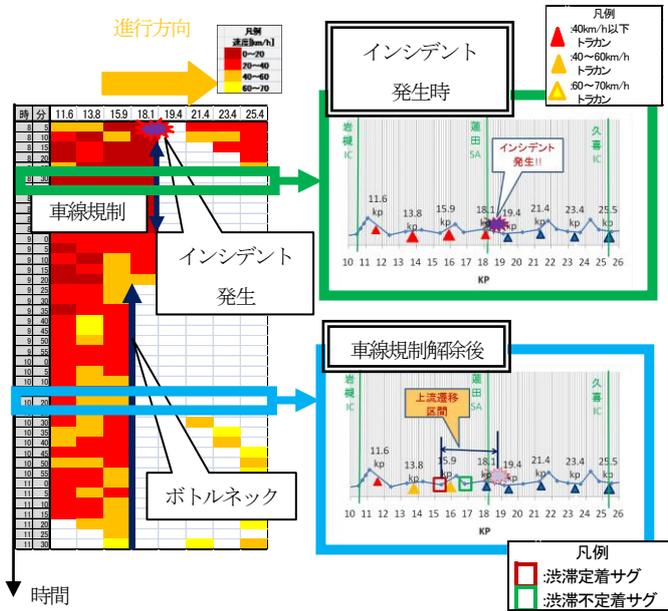


図-3 上流遷移定着現象E
速度コンター図及び縦断線形図
渋滞定着確率推定値

しかし、事前分布及びデータ分布モデル内に、複数のパラメータ及びハイパーパラメータが含まれている。そこで、以下の方法を用いて、ハイパーパラメータ及びパラメータ推定を行うと同時に、事後分布を推定する。

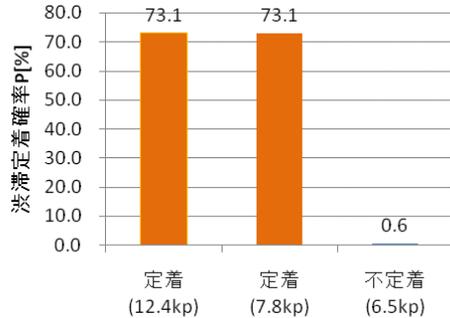
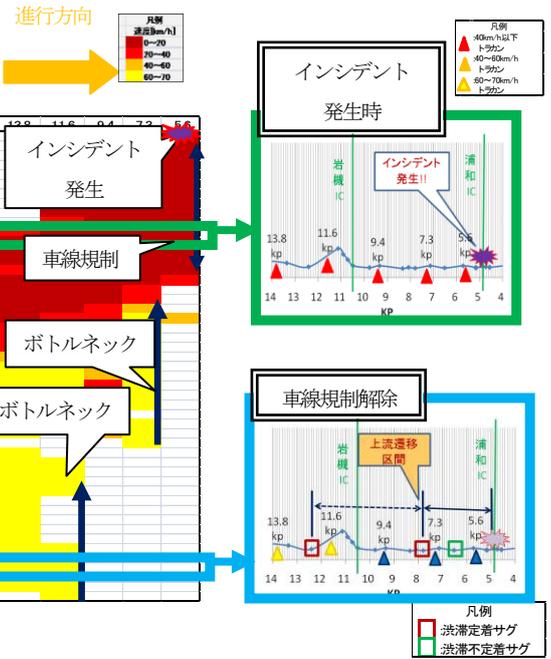
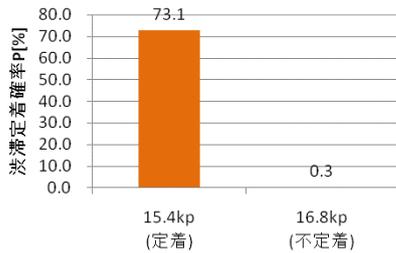


図-4 上流遷移定着現象B
速度コンター図及び縦断線形図
渋滞定着確率推定値



a) ABIC最小化

ABIC最小化とは、第II種の最尤法と呼ばれ、以下のようなABIC定義式により、ABICが最小時のハイパーパラメータ ω を採用する。

$$ABIC \equiv -2 \log \int P(d, q | \omega) dq \quad (12)$$

式(12)の定義式最小化により、推定されたハイパーパラメータである渋滞定着寄与パラメータの推定値は、表-5のようになる。

表-5より下り線では、上り坂が急なサグほど、渋滞定着に寄与していると判断される。また、平面線形においても、直線に近づくほど渋滞定着に寄与し、分岐距離においても、分岐に近いほど渋滞定着に寄与していること

が判明した。それに対し、上り線では、地点ごとにパラメータ推定値にバラつきが見られる。これは、地点特性が大きいと判断できる。それが顕著に表れていたのが夜ダミーにかかるパラメータであり、原因として、照明柱の有無や点灯時間などが考えられる。

b) MAP推定

前項より求められたハイパーパラメータを用いて、MAP推定値 $\log P(\mathbf{d} | \mathbf{q}; \boldsymbol{\omega}) + \log \pi(\mathbf{q} | \boldsymbol{\omega})$ により、対数をとった事後分布が最大になるときの渋滞定着パラメータ \mathbf{q} を求める。

式(11)の最大化により、推定された渋滞定着パラメータ \mathbf{q} を、式(5)に代入し、渋滞定着確率を推定する。推定結果の一例を図-3、図-4に示す。

図-3、図-4より、階層ベイズ法を適用することにより、推定された渋滞定着確率の大小関係からも、渋滞上流遷移及び定着現象を説明できると考えられる。また、定着サグが2つのサンプルに関しても、渋滞定着確率の大小関係より、渋滞上流遷移及び定着現象を説明できていると考えられる。

6. おわりに

本研究では、潜在ボトルネック位置特定を目指し、渋滞先頭の上流遷移定着現象を対象に、渋滞定着確率及び道路幾何構造の関連性について分析を試みたものである。階層ベイズ法を用いることにより、多くのパラメータ推定可能となり、渋滞定着位置推定のための手法として、位置づけられるであろう。

しかし、本研究における事前分布、データ分布モデルにより推定された事後分布の有意性評価手法について、まだ多くの検討の余地は残されている。今後の課題として、複数の事前分布、データ分布モデルを設定し、それらから得られる事後分布を比較することにより、より精度の高い渋滞定着確率モデルを構築すべきであろう。

参考文献

- 1) Akamatsu, T.: A Dynamic Traffic Equilibrium Assignment Paradox, *Transportation Research Part B*, Vol.34, pp.515-531, 2000.
- 2) 越正毅：高速道路トンネルの交通現象，国際交通安全学会誌，Vol.10, No.1, pp.32-38, 1984.
- 3) 越正毅：高速道路のボトルネック容量，土木学会論文集，No.371/IV-5, pp.1-7, 1986.
- 4) 越正毅，桑原雅夫，赤羽弘和：高速道路のトンネル，サグにおける渋滞現象に関する研究，土木学会論文集，No.458/IV-18, pp.65-71, 1993.
- 5) 大口敬：高速道路サグにおける渋滞の発生と道路線形との関係，土木学会論文集，No.524/IV-29, pp.69-78, 1995.
- 6) 福島賢一，Jing Xing，瀬戸稔和，佐藤久長：潜在ボトルネック交通容量の推定及び交通容量の確率分布を用いた年間の渋滞予測検討，土木計画学研究・講演集，Vol.38, pp.122-125, 2008.
- 7) 野中康弘，石田貴志，長井伸太郎：高速道路単路部における渋滞定着地点の幾何構造特性に関する一考察，第23回交通工学研究発表会論文報告集，No.23, pp.5-8, 2003.
- 8) 渡辺亨，山岸将人，安積淳一：高速道路におけるサグ渋滞の要因分析，第20回交通工学研究発表会論文報告集，pp.33-36, 2000.
- 9) 渡辺亨，山岸将人，平井章一，泉正之：高速道路におけるサグ渋滞の顕在化要因分析，土木計画学研究・講演集，vol.25, 2002.
- 10) 越正毅，大口敬：高速道路における渋滞とその対策，道路，Vol.651, pp.65-69, 1995.