交通ネットワークとの相互作用を考慮した
サプライチェーンネットワーク均衡モデルに関する基礎的研究*
A Supply Chain Network Equilibrium Model Incorporating the Interaction with Transport Network*

今井康治**・山田忠史***・谷口栄一****
By Koji IMAI**・Tadashi YAMADA***・Eiichi TANIGUCHI****

1．はじめに

近年，消費要求の多様化や国際的な販売競争の激化に伴い，サプライチェーンマネジメントが企業の重要な長期的戦略の一つになっている．その主たる目的は，企業および組織間の有効なネットワーク形成，すなわち，サプライチェーンネットワーク(Supply Chain Network: SCN)の効率的な形成である．このような状況下において，SCN 上での商品の流動や活動主体の行動を記述することは，行政側が物資流動の発生メカニズムや物流施策の効果を適切に把握することに寄与するだけでなく，企業側の施策理解にもつながる．

複数主体の分権的な意思決定や主体間の行動の相互作用を考慮したうえで，多段階の SCN 上で生じる現象，すなわち，SCN 上の商品の取引量（および，生産量）や価格などを記述する手法として，サプライチェーンネットワーク均衡(SCNE: Supply Chain Network Equilibrium)モデル（例えば，文献 1),2)）が挙げられる．しかし，既存の SCNE モデル [1]は，輸送費用や運賃の決定過程が必ずしも内生化されておらず，それに言及したモデル [2]においても，交通ネットワーク上の交通状態は明示的に考慮されていない．したがって，SCN 上の行動変化と交通ネットワーク上の交通状態が相互に影響を及ぼす場合には，既存の SCNE モデルは不適である．

本研究では，サプライチェーンと交通を統合したネットワーク(supernetwork)を対象に（図1），物流業者の行動を考慮した5主体のSCNEモデル[2]を基にして，SCN上での物流業者の行動と交通ネットワーク上での交通状態を関連づけることにより，SCN上で生じる現象（例えば，物資流動の発生や量）と交通ネットワーク上で生じる交通状態（例えば，経路所要時間）の相互作用を明示的に考慮したSCNEモデルについて考究する．

*キーワーズ：物流計画，ｻﾌﾟﾗｲﾁｪｰﾝﾈｯﾄﾜｰｸ，交通ﾈｯﾄﾜｰｸ
**正会員，工修，国土交通省
***正会員，博士（工学），京都大学大学院工学研究科
（京都市西京区京都大学桂C1，
TEL075-383-3230，FAX075-950-3800）
****フェロー，工博，京都大学大学院工学研究科

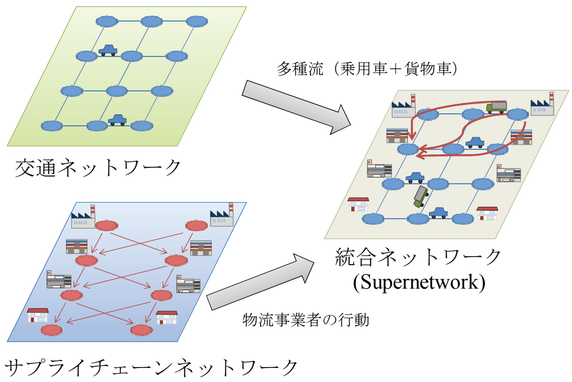

図 1　モデルの基本構造

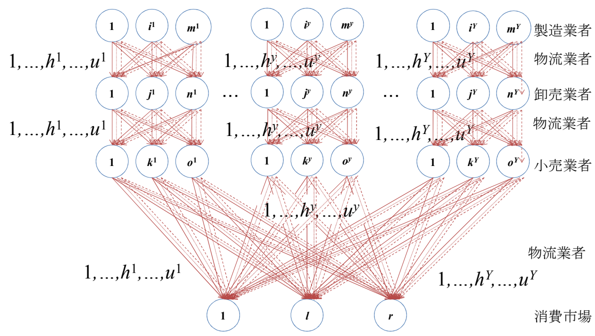

図 2　モデル化の対象とする SCN

2．モデルの概要

交通ネットワーク上のノード集合をV，リンク集合をAとする．図2のように，寡占的で単一の流通段階を有するSCNが，交通ネットワーク$G(V, A)$上にY種類存在しており，商品（すなわち，財）y (y=1,...,y,...,Y)を供給すると想定する．商品yのSCN上には，m^y個の製造業者，n^y個の卸売業者，o^y個の小売業者，u^y個の物流業者が存在し，r個の消費市場でY種類の商品を消費する．

各SCN上の製造業者，卸売業者，小売業者，および消費市場が，交通ネットワークのノード上に存在するとし，各主体間の商品の取引に伴い，各ノードから貨物交通が発生・集中する．また，各ノードからは，上述の貨物交通以外にも交通が発生・集中する．これらすべての交通の起点集合を$R \subseteq N$，終点集合を$S \subseteq N$とする．なお，同一のノード上に，同一の商品を扱う業者は複数存

在しないものとする．

（1）製造業者の行動

商品yを扱う製造業者i^yの行動は，利潤最大化を目的として，以下のように表される．ここに，式中の*は均衡解を表す．なお，交通ネットワーク上のODペア$i^y j^y$ $\left(i^y \in R, j^y \in S\right)$間の経路 $p_{i^y j^y} \in E_{i^y j^y}$ （$E_{i^y j^y}$ は$i^y j^y$間の経路集合）について，$\dim p_{i^y j^y} = e^{1y}$とする．

$$\underset{q_{i^y}}{\text{Max}} \sum_{j^y=1}^{n^y} \rho^{1*}_{i^y j^y} \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{p_{i^y j^y} \in E_{i^y j^y}} q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y} - f_{i^y}\left(Q^{1y}\right) - g_{i^y}\left(Q^{1y}\right)$$
$$- \sum_{j^y=1}^{n^y} c_{i^y j^y}\left(Q^{1y}\right) - \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{j^y=1}^{n^y} \rho^{5*}_{h^y i^y j^y} \sum_{p_{i^y j^y} \in E_{i^y j^y}} q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y} \tag{1}$$

$$\text{subject to } \ q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y} \geq 0 \ \ \forall h^y, j^y, p_{i^y j^y} \tag{2}$$

ここに，

$\rho^1_{i^y j^y}$ ：製造業者i^yから卸売業者j^yへの販売価格
$q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}$ ：経路$p_{i^y j^y}$での物流業者h^yの輸送量
q_{i^y} ：$q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}$を要素とする$u^y n^y e^{1y}$次元ベクトル
Q^{1y} ：$q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}$を要素とする$u^y m^y n^y e^{1y}$次元ベクトル
$f_{i^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：製造業者i^yの生産費用
$g_{i^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：製造業者i^yの施設費用
$c_{i^y j^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：製造業者i^yと卸売業者j^yの取引費用
$\rho^5_{h^y i^y j^y}$ ：$i^y j^y$間の輸送における物流業者h^yの運賃

（2）卸売業者の行動

商品yを扱う卸売業者j^yの行動は，利潤最大化を目的として，以下のように定式化できる．なお，ODペア$j^y k^y$ $\left(j^y \in R, k^y \in S\right)$間の経路 $p_{j^y k^y} \in E_{j^y k^y}$ （$E_{j^y k^y}$ は$j^y k^y$間の経路集合）について，$\dim p_{j^y k^y} = e^{2y}$とする．

$$\underset{q_{i^y}, q_{j^y}}{\text{Max}} \ \rho^{2*}_{j^y} \sum_{k^y=1}^{o^y} \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{p_{j^y k^y} \in E_{j^y k^y}} q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y} - c_{j^y}\left(Q^{1y}\right) - g_{j^y}\left(Q^{1y}\right)$$
$$- \sum_{k^y=1}^{o^y} c_{j^y k^y}\left(Q^{2y}\right) - \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{k^y=1}^{o^y} \rho^{6*}_{h^y j^y k^y} \sum_{p_{j^y k^y} \in E_{j^y k^y}} q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y} \tag{3}$$
$$- \sum_{i^y=1}^{m^y} \rho^{1*}_{ij} \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{p_{i^y j^y} \in E_{i^y j^y}} q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}$$

$$\text{subject to } \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{k^y=1}^{o^y} \sum_{p_{j^y k^y} \in E_{j^y k^y}} q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y} \leq \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{i^y=1}^{m^y} \sum_{p_{i^y j^y} \in E_{i^y j^y}} q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y} \tag{4}$$

$$q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y} \geq 0 \ \forall h^y, i^y, p_{i^y j^y}, \ q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y} \geq 0 \ \forall h^y, k^y, p_{j^y k^y} \tag{5}$$

ここに，

$\rho^2_{j^y}$ ：卸売業者j^yから小売業者への販売価格
$q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}$ ：経路$p_{j^y k^y}$での物流業者h^yの輸送量
q_{j^y} ：$q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}$を要素とする$n^y o^y e^{2y}$次元ベクトル
Q^{2y} ：$q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}$を要素とする$u^y n^y o^y e^{2y}$次元ベクトル
$c_{j^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：卸売業者j^yの保管費用
$g_{j^y}\left(Q^{1y}\right)$ ：卸売業者j^yの施設費用
$c_{j^y k^y}\left(Q^{2y}\right)$ ：卸売業者j^yと小売業者k^yの取引費用
$\rho^6_{h^y j^y k^y}$ ：$j^y k^y$間の輸送における物流業者h^yの運賃

（3）小売業者の行動

商品yを扱う小売業者k^yの行動は，卸売業者と同様に，利潤最大化のもと，以下のように定式化できる．なお，ODペア$k^y l$ $\left(k^y \in R, l \in S\right)$間の経路， $p_{k^y l} \in E_{k^y l}$ （$E_{k^y l^y}$ は$k^y l$間の経路集合）について，$\dim p_{k^y l} = e^{3y}$とする．

$$\underset{q_{j^y}, q_{k^y}}{\text{Max}} \ \rho^{3*}_{k^y} \sum_{l=1}^{r} \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{p_{k^y l} \in E_{k^y l}} q^{p_{k^y l^y}}_{h^y k^y l} - c_{k^y}\left(Q^{2y}\right) - g_{k^y}\left(Q^{2y}\right) - \sum_{l=1}^{r} c_{k^y l}\left(Q^{3y}\right) \tag{6}$$
$$- \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{l=1}^{r} \rho^{7*}_{h^y k^y l} \sum_{p_{k^y l} \in E_{k^y l}} q^{p_{k^y l^y}}_{h^y k^y l} - \sum_{j^y=1}^{n^y} \rho^{2*}_{j^y} \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{p_{j^y k^y} \in E_{j^y k^y}} q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}$$

$$\text{subject to } \ \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{l=1}^{r} \sum_{p_{k^y l^y} \in E_{k^y l}} q^{p_{k^y l^y}}_{h^y k^y l} \leq \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{j^y=1}^{n^y} \sum_{p_{j^y k^y} \in E_{j^y k^y}} q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y} \tag{7}$$

$$q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y} \geq 0 \ \forall h^y, j^y, p_{j^y k^y} \qquad q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l} \geq 0 \ \forall h^y, l, p_{k^y l} \tag{8}$$

ここに，

$\rho^3_{k^y}$ ：小売業者k^yの販売価格
$q^{p_{k^y l^y}}_{h^y k^y l}$ ：経路$p_{k^y l^y}$での物流業者h^yの輸送量
q_{k^y} ：$q^{p_{k^y l^y}}_{h^y k^y l}$を要素とする$u^y r e^y$次元ベクトル
Q^{3y} ：$q^{p_{k^y l^y}}_{h^y k^y l}$を要素とする$u^y o^y r e^y$次元ベクトル
$c_{k^y}\left(Q^{2y}\right)$ ：小売業者k^yの保管費用
$g_{k^y}\left(Q^{2y}\right)$ ：小売業者k^yの施設費用
$c_{k^y l}\left(Q^{3y}\right)$ ：小売業者k^yと消費市場lの取引費用
$\rho^7_{h^y k^y l}$ ：$k^y l^y$間の輸送における物流業者h^yの運賃

（4）消費市場の均衡条件

需要関数が連続であるとし，消費市場lでは以下の均衡条件（相補性条件）が成立すると仮定する．

$$\rho^{3*}_{k^y} \begin{cases} = \rho^{4y*}_l & \text{if } q^{p_{k^y l}\,*}_{h^y k^y l} > 0 \\ \geq \rho^{4y*}_l & \text{if } q^{p_{k^y l}\,*}_{h^y k^y l} = 0 \end{cases} \tag{9}$$

$$d^y_l\left(\rho^{4y*}\right) \begin{cases} = \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{k^y=1}^{o^y} \sum_{p_{k^y l} \in E_{k^y l}} q^{p_{k^y l}\,*}_{h^y k^y l} & \text{if } \rho^{4y*}_l > 0 \\ \leq \sum_{h^y=1}^{u^y} \sum_{k^y=1}^{o^y} \sum_{p_{k^y l} \in E_{k^y l}} q^{p_{k^y l}\,*}_{h^y k^y l} & \text{if } \rho^{4y*}_l = 0 \end{cases} \tag{10}$$

ここに，

$\rho^{4y}{}_l$ ：消費市場lでの商品yの市場価格
ρ^{4y} ：$\rho^{4y}{}_l$を要素とするr次元ベクトル
$d^y_l(\rho^{4y})$ ：消費市場lの商品yの需要関数

（5）物流業者の行動

物流業者 h^y の行動は，利潤最大化を目的として，以下のように表される．

$$\underset{q_{i^y}, q_{j^y}, q_{k^y}}{\text{Max}} \sum_{i=1}^{m^y} \sum_{j=1}^{n^y} \rho^{5*}_{h^y i^y j^y} \sum_{p_{i^y j^y} \in E_{i^y j^y}} q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y} + \sum_{j=1}^{n^y} \sum_{k=1}^{o} \rho^{6*}_{h^y j^y k^y} \sum_{p_{j^y k^y} \in E_{j^y k^y}} q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}$$
$$+ \sum_{k=1}^{o^y} \sum_{l=1}^{r} \rho^{7*}_{h^y k^y l} \sum_{p_{k^y l} \in E_{k^y l}} q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l} - g_{h^y}\left(Q^{1y}, Q^{2y}, Q^{3y}\right)$$
$$- \sum_{p_{i^y j^y} \in E_{i^y j^y}} \sum_{i=1}^{m^y} \sum_{j=1}^{n^y} q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y} C^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}\left(Q^1, Q^2, Q^3, X\right) \tag{11}$$

$$
-\sum_{p_{j^y k^y}\in E_{j^y k^y}}\sum_{j=1}^{n^y}\sum_{k=1}^{o^y} q_{h^y j^y k^y}^{p_{j^y k^y}} C_{h^y j^y k^y}^{p_{j^y k^y}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)
$$

$$
-\sum_{p_{k^y l}\in E_{k^y l}}\sum_{k=1}^{o^y}\sum_{l=1}^{r} q_{h^y k^y l}^{p_{k^y l^y}} C_{h^y k^y l}^{p_{k^y l}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)
$$

$$
\text{subject to}\quad q_{h^y i^y j^y}^{p_{i^y j^y}} \geq 0\ \ \forall i^y, j^y, p_{i^y j^y}, \tag{12}
$$

$$
q_{h^y j^y k^y}^{p_{j^y k^y}} \geq 0\ \ \forall j^y, k^y, p_{j^y k^y},\quad q_{h^y k^y l}^{p_{k^y l}} \geq 0\ \ \forall k^y, l, p_{k^y l}
$$

ここに,

$g_{h^y}\left(Q^{1y},Q^{2y},Q^{3y}\right)$ ：物流業者 h^y の施設費用

$C_{h^y i^y j^y}^{p_{i^y j^y}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)$ ：経路 $p_{i^y j^y}$ における物流業者 h^y の単位輸送量あたりの運行費用

$C_{h^y j^y k^y}^{p_{j^y k^y}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)$ ：経路 $p_{j^y k^y}$ における物流業者 h^y の単位輸送量あたりの運行費用

$C_{h^y k^y l}^{p_{k^y l}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)$ ：経路 $p_{k^y l}$ における物流業者 h^y の単位輸送量あたりの運行費用

Q^1 ：Q^{1y} を要素とする $z^1\left(=\sum_{y=1}^{Y}\left(u^y m^y n^y e^{1y}\right)\right)$ 次元ベクトル

Q^2 ：Q^{2y} を要素とする $z^2\left(=\sum_{y=1}^{Y}\left(u^y n^y o^y e^{2y}\right)\right)$ 次元ベクトル

Q^3 ：Q^{3y} を要素とする $z^3\left(=\sum_{y=1}^{Y}\left(u^y o^y r e^{3y}\right)\right)$ 次元ベクトル

単位輸送量あたりの運行費用は，以下のように定式化できる．一例として，$i^y j^y$ 間での定式化を示す．

$$
C_{h^y i^y j^y}^{p_{i^y j^y}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\eta * t_{h^y i^y j^y}^{p_{i^y j^y}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)/(\iota * \kappa) \tag{13}
$$

ここに,

η ：単位時間あたりの運行費用（円/時間/台）

$t_{h^y i^y j^y}^{p_{i^y j^y}}(\bullet)$ ：経路 $p_{i^y j^y}$ の所要時間（時間）

ι ：貨物車の積載容量（量/台）

κ ：貨物車の平均積載率

（6）道路ネットワーク上の乗用車の行動

交通ネットワークとして道路ネットワークを想定し，その利用者は，対象SCN上の物流業者が運行する貨物車交通と，それ以外の交通（以下，乗用車交通と称する）の2種類とする．乗用車交通は，需要変動型利用者均衡条件に従うと仮定する．それゆえ，OD間の乗用車交通の需要は，OD間の最短経路上の交通費用（本研究では，所要時間）に応じて変化する．また，経路所要時間は，OD交通量や商品取引量（すなわち，生産量，物資流動量，輸送量）に応じて変化する．経路所要時間は，物流業者の行動を介してSCN上の輸送量（すなわち，生産量，物資流動量，商品取引量）に影響を及ぼすので，結果的に貨物車交通の需要も変動する．

このとき，道路ネットワーク上の乗用車の行動は以下のように定式化される．なお，乗用車交通の発生ノード（起点）を $r \in R$，集中ノード（終点）を $s \in S$ とする．また，ODペア rs 間の経路 $p_{rs} \in E_{rs}$（E_{rs} は rs 間の経路集合）について，$\dim p_{rs} = e^4$ とする．

$$
\begin{cases}
t_{rs}^{p_{rs}}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)=c_{rs}^* & \text{if } x_{rs}^{p_{rs}*}>0\\
t_{rs}^{p_{rs}}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)\geq c_{rs}^* & \text{if } x_{rs}^{p_{rs}*}=0
\end{cases} \tag{14}
$$

$$
d_{rs}\left(c_{rs}^*\right)
\begin{cases}
=\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{p_{rs}\in E_{rs}} x_{rs}^{p_{rs}*} & \text{if } c_{rs}^*>0\\
\leq\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{p_{rs}\in E_{rs}} x_{rs}^{p_{rs}*} & \text{if } c_{rs}^*=0
\end{cases} \tag{15}
$$

ここに,

$$
t_{rs}^{p_{rs}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\sum_{a\in A} t_a\left(x_a\right)\delta_{a,p}^{rs} \tag{16}
$$

$$
\begin{aligned}
x_a = &\sum_{p_{rs}\in E_{rs}}\delta_{a,p}^{rs}x_{rs}^{p_{rs}} + \nu\sum_{p_{i^y j^y}\in E_{i^y j^y}}\delta_{a,p_{i^y j^y}}^{i^y j^y}\frac{q_{h^y i^y j^y}^{p_{i^y j^y}}}{\iota\kappa}\\
&+\nu\sum_{p_{j^y k^y}\in E_{j^y k^y}}\delta_{a,p_{j^y k^y}}^{j^y k^y}\frac{q_{h^y j^y k^y}^{p_{j^y k^y}}}{\iota\kappa}+\nu\sum_{p_{k^y l}\in E_{k^y l}}\delta_{a,p_{k^y l}}^{k^y l}\frac{q_{h^y k^y l}^{p_{k^y l}}}{\iota\kappa}
\end{aligned} \tag{17}
$$

ここに,

$x_{rs}^{p_{rs}}$ ：rs 間での経路 p_{rs} の交通量

X ：$x_{rs}^{p_{rs}}$ を要素とする $e^5e^6e^4$ 次元ベクトル

e^5 ：乗用車交通の発生ノード（起点）数

e^6 ：乗用車交通の到着ノード（終点）数

$t_{rs}^{p_{rs}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)$ ：経路 p_{rs} の所要時間

c_{rs}^* ：rs 間での最小交通費用（最短経路所要時間）

$d_{rs}(c_{rs}^*)$ ：rs 間の交通需要関数

$\delta_{a,p_{rs}}^{rs}$ ：rs 間のパス - リンク接続行列

$\delta_{a,p_{i^y j^y}}^{i^y j^y}$ ：$i^y j^y$ 間のパス - リンク接続行列

$\delta_{a,p_{j^y k^y}}^{j^y k^y}$ ：$j^y k^y$ 間のパス - リンク接続行列

$\delta_{a,p_{k^y l}}^{k^y l}$ ：$k^y l$ 間のパス - リンク接続行列

$t_a(x_a)$ ：リンク a のリンク所要時間

x_a ：リンク a の交通量

ν ：乗用車換算係数

リンク交通量は，乗用車交通量に，SCNの各主体間の商品取引量を乗用車交通量に換算した値を加算することで求められる（式(17)）．したがって，式(16),(17)より，乗用車交通の経路所要時間には，貨物車の経路交通量が影響を及ぼす．

物流業者の運行費用の算定に必要となる経路 $p_{i^y j^y}$ の所要時間は，以下のように求められる．

$$
t_{h^y i^y j^y}^{p_{i^y j^y}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\sum_{a\in A} t_a\left(x_a\right)\delta_{a,p_{i^y j^y}}^{i^y j^y} \tag{18}
$$

$$
t_{h^y j^y k^y}^{p_{j^y k^y}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\sum_{a\in A} t_a\left(x_a\right)\delta_{a,p_{j^y k^y}}^{j^y k^y} \tag{19}
$$

$$
t_{h^y k^y l}^{p_{k^y l}}\left(Q^1,Q^2,Q^3,X\right)=\sum_{a\in A} t_a\left(x_a\right)\delta_{a,p_{k^y l}}^{k^y l} \tag{20}
$$

式(11)および(16)～(20)により，SCN上の物資流動量（すなわち，生産量，商品取引量，輸送量）には，乗用

車の交通量が影響を及ぼす．

（７）ネットワーク全体の均衡条件

製造業者，卸売業者，小売業者，物流業者の各種関数（生産費用関数，施設費用関数，取引費用関数，保管費用関数，運行費用関数）が連続かつ凸であれば，均衡状態においては，すべての商品に関する製造業者，卸売業者，小売業者，物流業者の最適性条件，全ての消費市場についての均衡条件（式(9),(10)），道路ネットワーク上の乗用車の均衡条件（式(14),(15)）が同時に成り立つ．したがって，SCNと交通ネットワーク全体の均衡条件は，以下の変分不等式の解と等価である．

$$
\begin{aligned}
&\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{u^y}\sum_{i^y=1}^{m^y}\sum_{j^y=1}^{n^y}\sum_{p_{i^y j^y}\in E_{i^y j^y}}\Bigg[\frac{\partial f_{i^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}}+\frac{\partial g_{i^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}}+\frac{\partial c_{i^y j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}}\\
&+\frac{\partial c_{j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}}+\frac{\partial g_{j^y}\left(Q^{1y*}\right)}{\partial q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}}+\frac{\partial g^y_h\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}}\\
&+C^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)+q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}\frac{\partial C^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}}\\
&+\sum_{p_{j^y k^y}\in E_{j^y k^y}}\sum_{j^y=1}^{n^y}\sum_{k^y=1}^{o^y}q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}\frac{\partial C^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}}\\
&+\sum_{p_{k^y l}\in E_{k^y l}}\sum_{k^y=1}^{o^y}\sum_{l=1}^{r}q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}\frac{\partial C^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}}-\gamma^*_{j^y}\Bigg]\\
&\times\left[q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}-q^{p_{i^y j^y}*}_{h^y i^y j^y}\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{u^y}\sum_{j^y=1}^{n^y}\sum_{k^y=1}^{o^y}\sum_{p_{j^y k^y}\in E_{j^y k^y}}\Bigg[\frac{\partial c_{k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q^{p_{j^y k^y}}_{hjk}}+\frac{\partial g_{k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q^{p_{j^y k^y}}_{hjk}}\\
&+\frac{\partial c_{j^y k^y}\left(Q^{2y*}\right)}{\partial q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}}+\frac{\partial g_h\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}}\\
&+C^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)+q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}\frac{\partial C^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}}\\
&+\sum_{p_{i^y j^y}\in E_{i^y j^y}}\sum_{i^y=1}^{m^y}\sum_{j^y=1}^{n^y}q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}\frac{\partial C^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}}\\
&+\sum_{p_{k^y l}\in E_{k^y l}}\sum_{k^y=1}^{o^y}\sum_{l=1}^{r}q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}\frac{\partial C^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}}+\gamma^*_{j^y}-\delta^*_{k^y}\Bigg]\\
&\times\left[q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}-q^{p_{j^y k^y}*}_{h^y j^y k^y}\right]\\
&+\sum_{j^y=1}^{n^y}\left[\sum_{h^y=1}^{u^y}\left(\sum_{i^y=1}^{m^y}\sum_{p_{i^y j^y}\in E_{i^y j^y}}q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}-\sum_{k^y=1}^{o^y}\sum_{p_{j^y k^y}\in E_{j^y k^y}}q^{p_{j^y k^y}*}_{h^y j^y k^y}\right)\right]\\
&\times\left[\gamma^y_j-\gamma^{y*}_j\right]\\
&+\sum_{k^y=1}^{o^y}\left[\sum_{h^y=1}^{u^y}\left(\sum_{j^y=1}^{n^y}\sum_{p_{j^y k^y}\in E_{j^y k^y}}q^{p_{j^y k^y}*}_{h^y j^y k^y}-\sum_{l=1}^{r}\sum_{p_{k^y l}\in E_{k^y l}}q^{p_{k^y l^y}}_{h^y k^y l}\right)\right]\\
&\times\left[\delta^y_k-\delta^{y*}_k\right]\\
&+\sum_{l=1}^{r}\left[\sum_{h^y=1}^{u^y}\sum_{k^y=1}^{o^y}\sum_{p_{k^y l}\in E_{k^y l}}q^{p_{k^y l}*}_{h^y k^y l}-d_l\left(\rho^{4*}\right)\right]\\
&\times\left[\rho^{4y}_l-\rho^{4y*}_l\right]\\
&+\sum_{y=1}^{Y}\sum_{h^y=1}^{u^y}\sum_{k^y=1}^{o^y}\sum_{l=1}^{r}\sum_{p_{k^y l}\in E_{k^y l}}\Bigg[\frac{\partial c_{k^y l^y}\left(Q^{3y*}\right)}{\partial q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}}+\frac{\partial g_{h^y}\left(Q^{1y*},Q^{2y*},Q^{3y*}\right)}{\partial q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}}\\
&+C^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)\\
&+q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}\frac{\partial C^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}}\\
&+\sum_{p_{i^y j^y}\in E_{i^y j^y}}\sum_{i^y=1}^{m^y}\sum_{j^y=1}^{n^y}q^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}\frac{\partial C^{p_{i^y j^y}}_{h^y i^y j^y}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}}\\
&+\sum_{p_{j^y k^y}\in E_{j^y k^y}}\sum_{j^y=1}^{n^y}\sum_{k^y=1}^{o^y}q^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}\frac{\partial C^{p_{j^y k^y}}_{h^y j^y k^y}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)}{\partial q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}}+\delta^*_{k^y}\\
&-\rho^{4y*}_l\Bigg]\times\left[q^{p_{k^y l}}_{h^y k^y l}-q^{p_{k^y l}*}_{h^y k^y l}\right]\\
&+\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\sum_{p_{rs}\in E_{rs}}\left[t^{p_{rs}}_{rs}\left(Q^{1*},Q^{2*},Q^{3*},X^*\right)-c^*_{rs}\right]\times\left[x^{p_{rs}}_{rs}-x^{p_{rs}*}_{rs}\right]\\
&+\sum_{r\in R}\sum_{s\in S}\left[\sum_{p_{rs}\in E_{rs}}x^{p_{rs}*}_{rs}-d_{rs}\left(c^*_{rs}\right)\right]\times\left[c_{rs}-c^*_{rs}\right]\geq 0
\end{aligned}
\tag{19}
$$

$$
\forall\left(Q^1,Q^2,Q^3,\gamma,\delta,\rho^4,X,c_{rs}\right)\in R_+^{z^1+z^2+z^3+nY+oY+r+e^5e^6e^4+e^5e^6}
$$

γ^y_j は式(4)についてのラグランジェ乗数であり，γ は γ^y_j を要素とする nY 次元列ベクトルである．δ^y_k は式(7)についてのラグランジェ乗数であり，δ は δ^y_k を要素とする oY 次元列ベクトルである．また，ρ^4 は ρ^{4y}_l を要素とする rY 次元ベクトルである

この変分不等式の解の存在と一意性については，既存のSCNEモデル[2)]と同様の方法で証明することができる．解法については，Meng *et al.*[3)]の方法を用いる．

３．おわりに

本研究では，SCN 上で生じる現象と交通ネットワーク上での交通状態との相互作用が分析可能な，サプライチェーンと交通の双方を考慮したネットワーク均衡モデルの定式化を試みた．

このモデルを用いた数値計算例や，それに必要な関数形やパラメータ値については，講演時に詳細を示す．

参考文献

1) Nagurney, A., Dong, J. and Zhang, D.: A supply chain network equilibrium model, Transportation Research Part E, Vol.38, pp.281-303, 2002.
2) 山田忠史，今井康治，谷口栄一：物流業者の行動を考慮したサプライチェーンネットワーク均衡分析，土木学会論文集D，Vol.65，No.2，pp.163-174，2009.
3) Meng, Q., Huang, Y.K. and Cheu, R.L.: A note on supply chain network equilibrium models, Transportation Research Part E, Vol.43, pp.60-71, 2007.