多時点で購入可能な通行権取引市場のメカニズム*

Trading Mechanism for Bottleneck Permits with Multiple Time Purchase Opportunities*

王鵬飛**・赤松隆***・和田健太郎****

By Pengfei WANG**・Takashi AKAMATSU***・Kentaro WADA****

1. はじめに

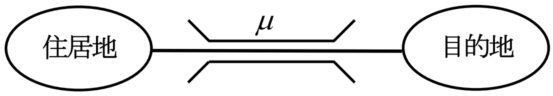
従来の交通需要管理施策（*e.g.*混雑料金制）は，一般に，その実施の際に利用者の詳細な情報を必要とする．しかし，情報の非対称性の問題が存在するため，これらの施策が有効に機能することと保証することは難しい．

これに対して，需要関数情報を必要としない施策“ボトルネック通行権取引制度（TBP）”が赤松ら[1),2)]によって提案されている．この施策は，渋滞が頻発している特定の道路地点を対象として，*i*) その地点を特定の時刻のみ通行できる権利（ボトルネック通行権）を道路管理者が設定・発行し，*ii*) その時間帯別の通行権を自由に売買取引できる市場を創設する，という制度である．この施策の下では，道路管理者はボトルネックの交通容量のみを把握すればよく，情報の非対称性は解消される．

さらに，近年，このTBPのインプリメンテーション法が和田・赤松[3),4)]によって提案された．この研究では，単一ボトルネック/一般ネットワークを対象として，通行権取引市場のオークション・メカニズムを構築し，この市場が次の望ましい性質を持つことを明らかにしている：通行権市場は*i*) 効率的な資源配分を達成し，かつ，*ii*) *strategy-proof* である（*i.e.*どの利用者も市場操作のような戦略的行動を取るインセンティブを持ち得ない）．

上記のオークションでは，利用者が（トリップ前日に）一堂に会するという条件が暗に仮定されている．しかし，現実には，利用者によって行動計画を決定する時点が異なる．これは，利用者のトリップ（通行権）への価値がトリップを行う時点より前の期間で変動することを意味する．特に，非定常的な交通であるレクリエーション・トリップではこの変動が大きいと考えられる．従って，この場合，利用者が通行権を購入できる時点を複数設ければ，従来研究が扱っていた１時点の通行権市場より効率的な状態が実現すると期待される．

*キーワーズ：TDM，交通制御，通行権，オークション
**学生員，東北大学大学院情報科学研究科　博士前期課程
（〒980-8579　宮城県仙台市青葉区荒巻青葉6-6-6,
TEL：022-795-7507；E-mail:ouhouhi@plan.civil.tohoku.ac.jp）
***正員，工博，東北大学大学院情報科学研究科　教授
（同上，E-mail:akamatsu@plan.civil.tohoku.ac.jp）
****学生員，情修，東北大学大学院情報科学研究科
（同上，E-mail:wadaken@plan.civil.tohoku.ac.jp）



図−1　交通空間条件

本稿では，レクリエーション・トリップを対象として，利用者が多時点で入札可能な通行権取引市場のオークション・メカニズムを設計する．具体的には，道路管理者が交通容量分の通行権を多時点の市場へ割振り，利用者は自分の行動計画の決定に基づき市場選択を行う状況を考える．そして，道路管理者が適切に通行権を割り振れば社会的最適状態が達成可能であることを示す．さらに，進化的な通行権の割振りメカニズムを提案し，そのメカニズムが有限回で社会的最適状態へ収束することを明らかにする．

2. 状況設定

(1) 交通空間条件

本稿では，住居地と目的地（*e.g.*観光地）を結ぶ一本の道路を対象とする（図−1）．道路には交通容量μの単一ボトルネックが存在し，全ての道路利用者はトリップする際に，必ずこのボトルネックを通過する．

(2) 行動主体

道路管理者は道路で発生する渋滞を抑制し，社会的余剰の最大化を目指す主体である．渋滞が頻繁に発生しうるボトルネックに対して，“時間帯別ボトルネック通行権”を設定し，通行権取引市場を介して販売する．

利用者は住居地から目的地へ，ボトルネックを通過し，1日にせいぜい1回トリップを行う主体である．各利用者は，通行権取引市場を通して，自分の希望到着時刻に応じた通行権を購入する．

(3) ボトルネック通行権取引制度

道路管理者は，時刻別通行権を，ボトルネック容量μに等しい枚数発行する．時刻別通行権の定義より，利用される時刻別通行権の枚数は，ボトルネック流入率となる．従って，この発行条件下では，交通渋滞は原理的に発生しない．取引市場では，オークションによって通行権購入者と価格が決定される．

(4) 多時点の通行権取引市場

本稿では，多時点mの通行権取引市場を設定する．従来研究とは異なり，道路管理者は通行権の利用者への割当を決定するだけでなく，ボトルネック容量μを超えない範囲で，各時間帯iの通行権枚数μ_iを各時点mの市場へ割振る．一方，利用者も通行権の時間帯iを選ぶだけではなく，自分の行動計画の決定度合いに応じて購入時点mを選択する（例えば，早めにトリップすることを決めた人はその時点で購入を行う）．

3. 実現目標とする通行権配分パターン

本章では，提案メカニズムの導入によって実現すべき通行権配分パターン（*i.e.*社会的最適状態）を定義する．まず，各利用者の交通費用及び効用を定義し，続いて，社会的最適状態を定義する．

(1) 利用者の交通費用及び効用の定義

ボトルネックを通過する利用者が1回のトリップで費やす交通費用は，*i)* 旅行費用，*ii)* スケジュール費用，*iii)* 通行権購入費用，から構成される．*i)* 旅行時間Cは各利用者の希望到着時刻によらず，一定であり，これを金銭換算したものが旅行費用となる．*ii)* スケジュール時間h^{α}は終点への希望到着時刻と実際の到着時刻との差で与えられる． *iii)* 通行権購入費用p_i^mは，購入時点m及び時間帯iによって異なる．

利用者αの時間帯iへの評価額は，以下のように定義される：

$$v_i^{\alpha,m} = w_i^{\alpha,m} - (\gamma^{\alpha} C + \beta^{\alpha} h^{\alpha}) \quad \forall \alpha \ \forall i \ \forall m \tag{1}$$

$w_i^{\alpha,m}$は支払意思額であり，利用者がトリップに対して，どのぐらいの金銭を支払っても良いかを表している．ここで，γ^{α}及びβ^{α}は利用者αの時間価値（*i.e.*金銭換算係数）である．本稿では，各時点mによって利用者の行動計画の決定度合いが異なると仮定する．従って，支払意思額$w_i^{\alpha,m}$，及び，評価額$v_i^{\alpha,m}$は通行権の購入時点mによって異なる．

利用者の効用は準線形効用関数であると仮定する：購入時点mで時間帯iの通行権を購入する利用者αの効用は以下のように定義される：

$$u_i^{\alpha,m} = v_i^{\alpha,m} - p_i^m \quad \forall \alpha \ \forall i \ \forall m \tag{2}$$

(2) 社会的最適状態

道路管理者が目標とする通行権配分パターンは，社会的余剰を最大化する配分パターンである．ここで，社会的余剰とは，利用者及び道路管理者の余剰の和である．従って，利用者から道路管理者への所得移転に過ぎないボトルネック通行権費用（*i.e.*社会全体では費用ではない）は含まれない．そこで，社会的に最適な配分を求める問題[SO]は以下のように表現される：

$$F_{SO}(\mathbf{y}^{\alpha}, \boldsymbol{\mu}) = \max \sum_{m\in M} \sum_{i\in I} \sum_{\alpha\in A} v_i^{\alpha,m} y_i^{\alpha,m} \tag{3}$$

$$s.t. \ \sum_{m\in M} \sum_{i\in I} y_i^{\alpha,m} = 1 \quad \forall \alpha \tag{4}$$

$$\sum_{\alpha\in A} y_i^{\alpha,m} \le \mu_i^m \quad \forall i \ \forall m \tag{5}$$

$$\sum_{m\in M} \mu_i^m = \mu_i \quad \forall i \tag{6}$$

$$y_i^{\alpha,m} = \{0,1\} \quad \forall \alpha \ \forall i \ \forall m \tag{7}$$

問題[SO]は社会的余剰を最大化される最適な通行権発行枚数割振$\boldsymbol{\mu}^*$及び最適な割当$\mathbf{y}^*$を求めるものである．具体的には，目的関数は社会的余剰を表している．一方，式(4)は各利用者が1日1回トリップをする条件であり，式(5)は全ての購入時点での各時間帯の通行権発行枚数がボトルネック容量を超えない条件である．また，式(6)は各時間帯の通行権発行枚数の保存則表しており，式(7)は割当変数の0-1制約条件である．

4. 基本モデルの解析

本章では，制度導入後の均衡状態が社会的最適状態へ一致するかどうかを確認する．具体的には，(1)では均衡状態を表す均衡条件を示す．(2)では等価な最適化問題を導出し，社会的最適状態[SO]と比較する．(3)では基本モデルの適用範囲について議論する．

基本モデルでは，次のような状況を扱う：*i)* 総通行権発行枚数≧総利用者数（*i.e.*全ての利用者がトリップすることができる），*ii)* 通行権購入時点を2つ設定する（*i.e.* $m=0$ ：事前市場， $m=1$ ：当日市場）．

(1) 均衡状態

均衡状態では，利用者は事前及び当日市場の通行権価格を正しく把握できると仮定する．この時，均衡条件は，*i)* 事前及び当日市場の市場内の均衡条件（*e.g.*利用者の効用，通行権価格など），*ii)* 事前及び当日市場の市場間の均衡条件（*e.g.*市場選択など）に分けることができる．

(a) 事前市場，及び，当日市場の市場内の均衡条件

市場内の取引ルールはVCGメカニズムが採用されているとする（詳細な内容は付録1を参照）．この時，以下の条件が成り立つ．

i) 利用者の時間帯選択条件，

$$\begin{cases} v_i^{\alpha,m} - p_i^m = \rho^{\alpha,m} & if \quad y_i^{\alpha,m} = 1 \\ v_i^{\alpha,m} - p_i^m \le \rho^{\alpha,m} & if \quad y_i^{\alpha,m} = 0 \end{cases} \ \forall \alpha \ \forall i \ \forall m = 0,1 \tag{8}$$

式(8)は，均衡状態で，割当てられる時間帯による効用は均衡効用ρ^{α}と等しく，割当てられない時間帯による効用は均衡効用ρ^{α}以下であることを意味する．

ii) 需給均衡条件,

$$\begin{cases}\sum_{\alpha\in A} y_i^{\alpha,m} = \mu_i^m & if \;\; p_i^m \geq 0 \\ \sum_{\alpha\in A} y_i^{\alpha,m} \leq \mu_i^m & if \;\; p_i^m = 0\end{cases} \quad \forall i \;\; \forall m = 0,1 \tag{9}$$

これは，各通行権市場における正の価格がついている時間帯の通行権は需要量と供給量が一致し，価格がゼロなら，供給過剰であることを表している．

iii) 利用者数の保存則については，発行される総通行権枚数は総利用者数より多いため，全ての利用者はどの市場に参加しても必ず割当てられる． 式(10)で表す：

$$\sum_{i\in I} y_i^{\alpha,m} = z^{\alpha,m} \quad \forall\alpha \;\; \forall m = 0,1 \tag{10}$$

ここで， $z^{\alpha,m}$ ：市場参加を表す変数

(b) 各市場間の均衡条件

i) 市場選択については，どの市場に参加して，より大きな効用を得られるかについての選択問題である．通行権購入市場の選択行動は以下のように定式化される：

$$u^{\alpha} = \max\{u^{\alpha,m}\} \quad \forall\alpha \;\; \forall m = 0,1 \tag{11}$$

ここで，$u^{\alpha,m} = \max(v_i^{\alpha,m} - p_i^m)$

式(11)を均衡効用で表現すると，

$$\begin{cases}\rho^{\alpha,m} = \hat{\rho}^{\alpha} & if \;\; z^{\alpha,m} = 1 \\ \rho^{\alpha,m} \leq \hat{\rho}^{\alpha} & if \;\; z^{\alpha,m} = 0\end{cases} \quad \forall\alpha \;\; \forall m = 0,1 \tag{12}$$

ここで， $\hat{\rho}^{\alpha} = \max\{\rho^{\alpha,m}\}$

となる．利用者はより大きな効用が得られる市場に参加する．しかし，利用者は1つの市場のみ参加できるため,

$$\sum_{m\in M} z^{\alpha,m} = 1 \quad \forall\alpha \;\; \forall m = 0,1 \tag{13}$$

を満足しなければならない．

ii) 通行権発行枚数については，時間帯iの各時点の市場の発行枚数の総和はボトルネック容量を超えない．

$$\sum_{m\in M} \mu_i^m = \mu_i \quad \forall i \tag{14}$$

(2) 等価な最適化問題

全ての均衡条件と等価な最適化問題[SO-E]以下の最適化問題として与えられる：

$$f_{SO-E}(\mathbf{y}^{\alpha}, \mathbf{z}^{\alpha} \mid \boldsymbol{\mu}) \equiv \max \sum_{m\in M}\sum_{i\in I}\sum_{\alpha\in A} v_i^{\alpha,m} y_i^{\alpha,m} \tag{15}$$

$$s.t. \sum_{i\in I} y_i^{\alpha,m} = z^{\alpha,m} \quad \forall\alpha \;\; \forall m = 0,1 \tag{16}$$

$$\sum_{m\in M} z^{\alpha,m} = 1 \quad \forall\alpha \tag{17}$$

$$z^{\alpha,m} = \{0,1\} \quad \forall\alpha \;\; \forall m = 0,1 \tag{18}$$

式(5)，式(7)

最適化問題[SO-E]は，社会的最適状態を定義する問題[SO]の通行権の割振$\boldsymbol{\mu}$を表す変数を固定した問題である．すなわち，もし各時点の通行権発行枚数の割振をうまく設定していれば，均衡状態を社会的最適状態へ一致させられる．具体的な割振の調整方法は次章で明らかにする．

(3) 基本モデルの適用範囲の拡張

以下は，基本モデルがより現実的な状況でも適用できることを示す.

(a) 多時点

現実には，事前購入開始日からトリップする時点まで，どの時点でも随時に購入できる市場が望ましい．これは，変数mを$m > 2$とすることで表現できる．そして，多時点モデルは基本モデルへ帰着するのは容易に確かめられる．

(b) 売切れ

総通行権発行枚数は総利用者数より多いという状況が存在するが，全く逆の場合もある．特に，休日のレクリエーション・トリップであれば，交通需要は平日通勤と比べれば，一時的に集中する現象がある．従って，対象時間帯以内に，通行権を購入できず，トリップできない利用者が存在しうる．このような売り切れを表現したモデルも基本モデルと同様に表現できる．唯一違う点は，均衡状態において，どの時点の市場へも参加しないという利用者が生じることのみである．このことは次のように説明できる．均衡状態へ達すれば，通行権取引市場はVCGメカニズムを用いて通行権が販売されており，需給均衡で通行権価格が決定される．すなわち，VCGメカニズムでは，通行権が購入できる利用者の中で最も評価額の低い利用者が正効用を獲得し，購入できない利用者は負の効用を得る水準で価格が決まる．従って，負の効用を持つ利用者は市場に参加するインセンティブを持たない．

5. Week-to-Weekオークション・メカニズム

第4章で述べたように，通行権発行枚数の各時点への割振をうまく設定していれば，制度導入後の均衡状態と社会的最適状態が一致する．しかしながら，通常のオークション理論で扱うような1度きりのオークションで，社会的最適状態へ達成するのが困難である．従って，試行錯誤的な通行権発行枚数割振の設定を繰返しながら，社会的最適状態へ収束させる方法を考える．本章では，その具体的な通行権発行枚数割振の調整方法を示す．

(1) 各主体の長期的な行動

利用者は自分の効用を最大化する主体であると既に仮定した．さらに，全ての利用者は“近視眼的”な主体であると仮定する．すなわち，毎週繰り返されるオークションにおいて，何の先読み，学習もせず，市場選択し，

入札行動を行っている状況を想定している．従って，各時点での効用は式(19)のように再定義される：

$$u_{i,w}^{\alpha,m}(y_{i,w}^{\alpha,m}, p_{i,w}^{m}) = v_{i,w}^{\alpha,m} y_{i,w}^{\alpha,m} - p_{i,w}^{m} \ \forall\alpha \ \forall i \ \forall m = 0,1 \qquad (19)$$

一方，道路管理者が最終的に達成すべき状態は，[SO]で定義されたものと同様である．

(2) メカニズムの枠組み

本稿では，定義された社会最適化問題[SO]は通行権発行枚数割振$\boldsymbol{\mu}$及び割当$\mathbf{y}$に関する2種類の変数を持つ整数計画問題である．結論を先に示せば，本章で示すメカニズムは，整数計画問題の厳密解法であるBendersの分解原理をオークションの文脈で自然に解釈したものなっている．

Benders分解原理の基本的な考え方は2種類の変数（*e.g.* 変数A及び変数B）を分離することであり，変数Aに関する最適化問題[A-Primal]及び変数Bに関する最適化問題[B]を作る．そして，この2つの問題の計算を繰返しながら原問題の最適解を得る．本稿では，Benders分解原理に対応して，[SO]を以下の2種類の変数に関する問題に分解する：*i*) 割当$\mathbf{y}$に関する問題[SO-P]，*ii*) 通行権発行枚数割振$\boldsymbol{\mu}$に関する問題[W-S].

より詳しくBendersの分解原理を見ていこう．Bendersの分解原理では，まず，原問題の変数Bを固定した問題[A-Primal]を解き，変数Aの最適解を得る．ここで，Bendersの分解原理がDual分解法かつ頂点列挙型の方法であることを考えれば，求めるべき頂点の集合は変数Aに関する双対問題[A-Dual]の解であることがわかる．そして逐次的に求まる頂点を変数Bに関する問題[B]に追加しながら，変数Bを調整していく．Benders分解原理に対応して，まず，通行権発行枚数割振$\boldsymbol{\mu}$を固定した上で，割当$\mathbf{y}$に関する問題[SO-P]とその双対問題[SO-D]を解く．そして，この最適双対変数を頂点情報として集合に追加する．続いて，逐次的に更新される頂点情報集合に基づいて，通行権発行枚数割振$\boldsymbol{\mu}$を計算する．最適解へ収束するまで以上の計算がWeek-to-Weekで繰り返される．これが提案メカニズムの概要である．

以上の分析により，提案された"Week-to-Weekオークション・メカニズム"は，*i*) 割当$\mathbf{y}$に関する問題[SO-P]及び双対問題[SO-D]に対応するオークション段階，*ii*) 通行権発行枚数割振$\boldsymbol{\mu}$に関する問題に対応する通行権発行枚数割振の調整段階から構成される．この2つの段階はメカニズムが収束するまでWeek-to-Weekで繰り返される．以下は各計画問題の具体的な数式を示す．

(3) オークション段階

まず，各時点の通行権発行枚数が固定した上で，最適な通行権を配分する．

(a) **割当及び通行権価格決定問題**

Week wにおいて，時点mの通行権市場における通行権発行枚数割振が固定されている時，通行権割当問題は次の最適化問題[SO-P]として定式化される：

$$f_{SO-P}(\mathbf{y}_w^{\alpha} \mid \boldsymbol{\mu}_w) \equiv \max \sum_{i\in I}\sum_{\alpha\in A} v_{i,w}^{\alpha,m} y_{i,w}^{\alpha,m} \qquad (20)$$

$s.t.$ 式(4)，式(5)，式(7)

ここで，容易に確かめられるのは，等価な最適化問題[SO-E]と各市場の問題[SO-P]を結合した問題とが一致することである．続いて，[SO-P]の双対問題[SO-D]を考えよう．具体的には次の最適化問題で与えられる：

$$f_{SO-D}(\mathbf{p}_w \mid \boldsymbol{\mu}_w) = \min \sum_{i\in I}\sum_{\alpha\in A} \mu_{i,w}^{m} p_{i,w}^{m} + \sum_{\alpha\in A} \rho_w^{\alpha} \qquad (21)$$

$$s.t. \ \rho_w^{\alpha} \geq v_{i,w}^{\alpha,m} - p_{i,w}^{m} \quad \forall\alpha \ \forall i \ \forall m = 0,1 \qquad (22)$$

$$p_{i,w}^{m} \geq 0 \quad \forall i \ \forall m = 0,1 \qquad (23)$$

$$\rho_w^{\alpha} \geq 0 \quad \forall\alpha \qquad (24)$$

この最適化問題[SO-P]及び[SO-D]問題を解き，通行権の最適配分と通行権価格が得られる．

(b) 競上げオークション

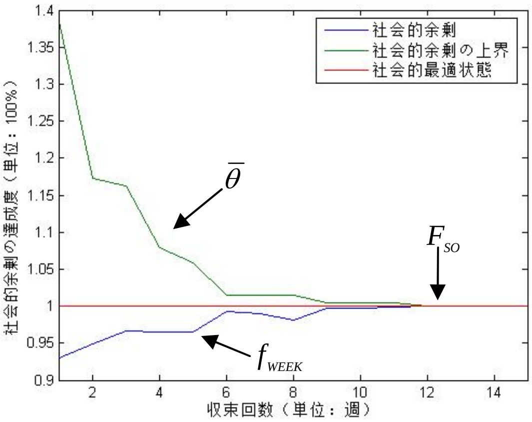
(a)で示した最適化問題をインプリメントするVCGメカニズムは，入札者は全ての財に対して買値を申告しなければならず，利用者の手続きの煩雑さという点では，依然に課題として残されている．この課題に対する解決法として，Demange et al.[5]によって提案された競上げオークション・メカニズムにおいては，利用者は自分の欲する財のみに申告するのみでよい．各利用者の正直な選好表明はナッシュ均衡となる．従って，競上げオークションの配分結果とVCGメカニズムの配分結果は，常に一致する．また，最終価格が各利用者は虚偽の選好表明を行うインセンティブが働かない価格へ収束する．（厳密な証明はDemange et al.[5]を参照）．すなわち，次の命題1が成立する：

命題 1：競上げオークションにより実現する通行権の割当は効率的であり，利用者にとって正直な選好表明はすることはナッシュ均衡である．

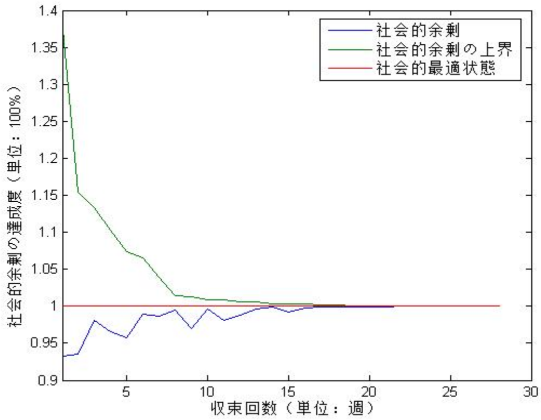
(4) 通行権発行枚数割振の調整段階

次に，各週で得られた双対情報（*e.g.*利用者の利得，通行権価格）を利用し，徐々に通行権発行枚数の割振$\boldsymbol{\mu}$を調整する段階を分析する．

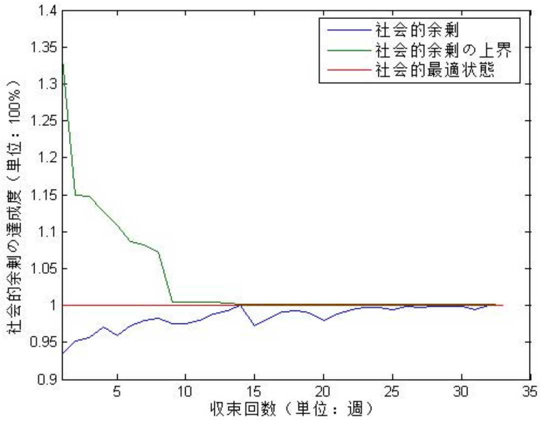
道路管理者は，各週のオークションで得られる双対情報：利用者の利得$\boldsymbol{\rho}_w$及び通行権価格$\mathbf{p}_w$を蓄積（その集合を$\mathbf{E}$と書く）し，その情報に基づいて各市場の通行権発行枚数割振を調整する．具体的には，次の１変数の最適化問題[W-S]を解くことになる：



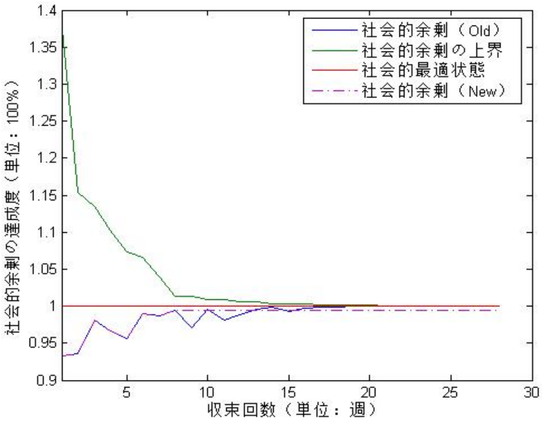
図－2　収束過程（**2000**人，同一）



図－3　収束過程（**6000**人，同一）



図－4　収束過程（**2000** 人，一様）



図－5　新たな収束判定基準導入前後
のメカニズムの収束過程の比較

$$\max \quad \bar{\theta} \tag{25}$$

$$s.t.\ \bar{\theta} \le \sum_{\alpha \in A} \rho_w^\alpha + \sum_{i \in I} \sum_{\alpha \in A} \mu_{i,w+1}^m p_{i,w}^m \tag{26}$$

$$\forall w \in \mathbf{E}\ \forall \alpha\ \forall i\ \forall m = 0,1$$

$$\sum_{m \in M} \mu_{i,w+1}^m = \mu_i \quad \forall i \tag{27}$$

$$\mu_{i,w+1}^m \ge 0 \quad \forall \alpha\ \forall i\ \forall m = 0,1 \tag{28}$$

ここで，$(\boldsymbol{\rho}_w, \mathbf{p}_w)$ と式(22)~(24)で構成される許容領域の頂点が有限個であるため，全ての頂点が既知ならば，[W-S]は道路管理者の目標である[SO]と等価になる．すなわち，[W-S]は[SO]の上界を与えており，遂次得られる頂点情報を式(27)へ追加し，上界を改善していくのがスキームの調整戦略である．

(5)　メカニズムの収束性について

メカニズムは，各週で得られた情報$(\boldsymbol{\rho}_w, \mathbf{p}_w)$ を逐次的に集合$\mathbf{E}$ に追加し，その上で[W-S]を解き，新たな$\boldsymbol{\mu}_{w+1}$ を得る．$\boldsymbol{\mu}_{w+1}$ を用いることで，新たな情報$(\boldsymbol{\rho}_{w+1}, \mathbf{p}_{w+1})$ を得られる．社会的余剰の最大値へ到達するまで前述の計算が繰り返す．頂点が有限個であるため，最悪のケースでも，高々有限個の情報を列挙すればメカニズムが収束する．すなわち，命題2が成立する（証明は紙面の制約上省略）：

命題 2：メカニズムは有限なステップで，社会的余剰の最大値へ厳密に収束できる．

6.　数値実験

(1)　メカニズム収束過程

Week-to-Weekメカニズムは社会的最適状態に収束することが理論的に保証されている．ここでは，メカニズムがどのような過程を経て収束するかを見てみよう．まず，ベンチマーク・ケースとして，利用者数が2000人，希望到着時刻が同一の場合の一例を図－2に示す．縦軸は社会的余剰の達成度を表しており，横軸は繰返し回数を表している．この図より，社会的余剰の上界（緑線）とメカニズムにより実現する社会的余剰の達成度（青線）が各々最適値（赤線）に収束する様子がわかる．

続いて，収束回数に影響を与えると考えられる以下の要因：*i)* ボトルネック容量と総利用者数の大小関係,

表－1　新たな収束判定基準導入前後の
メカニズムの効率性及び収束性の比較

収束判定基準	効率性	収束性
100%	100%	28.9（週）
95%	99.3%	8.2（週）

ii) 利用者の希望到着時刻の分布を特定化し，数値実験の結果を図－3と図－4に示す．図－3は利用者数を6000人と設定した場合であり，ベンチマーク・ケースと比べて，収束回数が増加していることがわかる．一方，図－4は利用者の希望到着時刻が分布にしている場合である．この場合も，同様に，収束回数が大幅に増加している．また，いずれのケースも，最適解近傍において，繰り返し回数が多いことは収束回数を増やす原因になっている．

(2)　収束判定基準妥当性の検討

より実用性を高めるために，ここでは，新たな収束判定基準を考えよう．具体的には，達成度95%以上であれば，収束したと見なす．現実的に考えれば，社会的余剰の達成度δ_{WEEK}が95%以上であれば，社会的余剰は概ね最大化されているといえる．

ただし，社会的余剰の最大値F_{SO}を直接計算することはできないことに注意が必要である（利用者の評価額を把握することができないため）．そこで，本稿では，メカニズムにより実現する社会的余剰f_{WEEK}と社会的余剰の上界$\bar{\theta}$の比率を収束判定基準する：

$$\xi_{NEW} = f_{WEEK} / \bar{\theta} = 95\% \tag{29}$$

新たな収束判定基準ξ_{NEW}の導入前後の違いを理解するために数値実験の一例を示す（図－5）．この図より，収束回数が大幅に削減していることがわかる（*i.e.* 新たな判定基準8回，厳密解28回）．また，20回の数値実験の結果の平均値よりも同様の結果が得られた（表－1）．さらに，達成される社会的余剰も十分大きいことがわかる．以上より，次の性質を得る：

性質 1：新たな収束判定基準ξ_{NEW}の導入によりメカニズム収束回数は導入前と比べて，大幅に減少するそして，同時に，非常に高い社会的余剰を実現する．

7.　おわりに

本稿では，レクリエーション・トリップを対象として，利用者が多時点で入札可能な通行権取引市場のオークション・メカニズムを設計した．具体的には，道路管理者が交通容量分の通行権を多時点の市場へ割振り，利用者は自分の行動計画の決定に基づき市場選択を行う状況を考え，そして，道路管理者が適切に通行権を割り振れば社会的最適状態が達成可能であることを示した．さらに，Week-to-Weekオークション・メカニズムを提案し，そのメカニズムが次のような性質を持つことを明らかにした：*i*) 各週で行われる各時点の通行権取引市場では，効率的な資源配分を達成し，かつ，*strategy-proof*である．*ii*) メカニズムは有限回で収束し，実現される社会的余剰は社会的余剰の最大値へ厳密に収束する．*iii*) 提案メカニズムの実用性を高めるために，新たな収束判定基準を示し，数値実験により，少ない収束回数で高い社会的余剰の達成度が実現することを確認した．

その他，本研究では，社会的余剰の最大値へ近似的に収束するよりシンプルなスキームを提案した．紙面の制約上省略するが，その具体的な方法と計算結果については研究会にて報告する予定である．

付録1.　通行権取引市場のVCGメカニズム

VCGメカニズムの定義は次に示すとおりである：*i*) 入札者は入札しうる全ての財に対して入札（選好表明）を行う，*ii*) オークション管理者は入札者の入札を受けて，自らの売却額が最大になるように入札者に対して財を割当てる，*iii*) 財を落札した入札者の支払意志額は，自分が入札することによって生じる他者の社会的余剰の減少分とする．

VCGメカニズムは，次の望ましい性質を持つ：*i*) 効率的な資源配分を達成できる，*ii*) 利用者にとって，自分の選好を正直に表明することが支配戦略となる．

通行権取引市場のVCGメカニズムは以下の2つの部分から構成される：*i*) 割当決定問題（勝者決定問題）：道路管理者は，利用者によって申告される各時間帯への評価額の総和を最大化するように通行権の割当を決定する．*ii*) 通行権価格決定問題：各利用者が支払う通行権価格は，Vickrey paymentにより計算される．Vickrey paymentはVCGメカニズムの性質*ii*)を保証できる．

参考文献

1)　赤松隆，佐藤慎太郎，Nguyen Xuan Long：時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究，土木学会論文集D，Vol.62，pp.605-620，2006.

2)　赤松隆：一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度，土木学会論文集D，Vol.63，pp.287-301，2007.

3)　和田健太郎，赤松隆：単一ボトルネックにおける渋滞と混雑を解消する情報効率的メカニズムの設計，土木学会論文集D，Vol.66，pp.160-170，2010.

4)　和田健太郎：ネットワーク通行権取引市場のオークション・メカニズム，土木計画学研究・講演集41，249(CD-ROM)，2010.

5)　Demange, G, Gale, D. and Sotomayor, M.: Multi-Item auctions, Journal of Political Economy, Vol.94, pp.863-872, 1986.