相対評価モデルを用いた舗装構造の劣化診断*

INVESTIGATING PAVEMENT STRUCTURE DETERIORATION WITH A RELATIVE EVALUATION MODEL*

貝戸清之** ・森悠*** ・藤原栄吾**** ・小林潔司***** ・橋本拓己*6
by Kiyoyuki KAITO**, Hisashi MORI***, Eigo FUJIWARA****,
Kiyoshi KOBAYASHI***** and Takumi HASHIMOTO*6

1. はじめに

舗装の劣化は，路面の劣化と舗装全体の耐荷力の低下(舗装構造の劣化と呼ぶ) が複合する複雑な現象である．舗装構造の劣化が進展すれば，路面の劣化が加速する．路面の劣化は道路利用者に対するサービス水準に直接影響を及ぼす．このため，道路舗装マネジメントでは，路面のサービス水準を維持することが重要な課題となる．ライフサイクル費用の低減化を図るためには，基層以下の耐荷力の低下が路面の劣化速度に影響を及ぼすため，舗装構造全体の劣化過程を考慮に入れたマネジメント方策を考えることが必要となる．

路面の劣化状態に関しては，日常巡回や目視点検により直接観察することが可能である．さらに，路面性状調査により，路面の健全度を定量的に評価できる．一方，舗装の耐荷力に関しては，FWD によるたわみ量調査 (以下，FWD 調査と呼ぶ) 等の非破壊試験を通じて計測することができる．路面性状調査は，路面性状測定車を用いることにより路面の損傷状態の効率的な調査が可能となる．一方，FWD 調査は，対象区間の交通規制に伴う交通渋滞が発生したり，調査範囲が広範囲になれば調査費が膨大になる．このため，管区内すべての道路区間を対象として，単に健全度のみを評価するために FWD 調査を実施することは現実的ではない．

本研究では，路面性状調査と FWD 調査を用いて，効率的に舗装構造の劣化診断を実施するための方法論を提案する．舗装の耐荷力が低下すれば，路面の劣化速度に影響を及ぼす．このため，路面性状調査の結果と補修履歴データから，混合マルコフ劣化ハザードモデル[1)]を用いて，路面の平均的パフォーマンス曲線を推計する．さらに，平均的パフォーマンスカーブをベンチマーキングとして，各道路区間の劣化速度を相対評価することにより，舗装の早期劣化が発生している区間を抽出する．早期劣化の原因を重点的に調査すべき重点管理区間が抽出できれば，FWD 調査等による舗装構造の診断を効率的に実施することが可能となる．

以上の問題意識のもと，本研究では路面性状調査データ等に基づいて路面の劣化速度に介在する異質性を相対評価することにより，早期劣化の原因を重点的に調査すべき重点管理区間を抽出する方法論を提案する．以下，**2.** では，本研究の基本的な考え方について述べる．**3.** で混合マルコフ劣化ハザードモデルを説明し，**4.** において劣化速度の異質性を相対評価する方法論を提案する．

2. 本研究の基本的考え方

土木施設の統計的劣化予測モデルとしてマルコフ推移確率モデルが提案されている．マルコフ推移確率は，ハザードモデルを用いて推計が可能である．津田等[2)]は，2 つ以上の任意の健全度間における推移状態を表現する多段階指数ハザードモデルを提案し，マルコフ推移確率を体系的に推計する方法を提案している．その後，マルコフ劣化ハザードモデルに関して，さまざまな拡張が試みられている．舗装の劣化過程のモデル化に適用され，その有効性について分析されている．ただし，これらのハザードモデルは，いずれも確定的なハザード関数を用いており，個別施設に特有なハザード率の異質性を考慮できないという限界がある．このような観点から，貝戸等[3)]はハザード率の異質性を考慮したような混合ワイブル劣化ハザードモデルを提案し，交通管制システムのマネジメントに適用している．さらに，マルコフ劣化ハザード率の異質性に着目した混合マルコフ劣化ハザードモデル[1)]が提案されている．混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いれば，対象とする土木施設の平均的な劣化予測

*キーワーズ：舗装マネジメント，ベンチマーク，相対評価，補修政策，劣化予測

**正会員 大阪大学大学院工学研究科 特任講師
(〒565-0871 吹田市山田丘 2-1
e-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp)
***正会員　株式会社パスコ インフラマネジメント事業部
(〒227-0062 横浜市青葉区青葉台 2-6-17
email: hiirso9549@pasco.co.jp)
****正会員 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻
(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂
email: eigo-fujiwara@obayashi-road.co.jp)
*****フェロー 京都大学経営管理大学院経営管理講座 教授
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町
e-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp)
*6非会員 国土交通省 近畿地方整備局道路部
(〒540-8586 大阪市中央区大手前 1-5-44
email: hashimoto-t86gb@kkr.mlit.go.jp)

曲線を作成することが可能であり，個別の施設の劣化速度に関する相対評価が可能になるという利点がある．さらに，小濱等[1)]は混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いて橋梁床版の劣化予測のベンチマーキングを試みている．また，青木等[4)]は混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いて舗装のベンチマーキング解析を試みている．しかし，そこでは路面の劣化過程のベンチマーキング分析に留まっている．これに対して，本研究では，路面性状調査の結果を用いて路面の劣化速度に関する相対評価を実施することにより舗装構造の重点的な管理区間を絞り込むとともに，FWD 調査に基づいて舗装構造全体の効率的な劣化診断を実施するための実用的な方法論を提案することを目的としている．筆者らの知る限り，路面の劣化速度の違いに基づいて，耐荷力不足が発生している可能性がある区間を抽出するような方法論は提案されていない．

3. 混合マルコフ劣化ハザードモデル

(1) モデル化の前提条件

カレンダー時刻 s_0 を初期時点とする離散的時間軸 $t = 0, 1, 2, \cdots$ を考え，離散的時間軸上の点を時点と呼び，カレンダー時刻と区別する．単位時間幅を1に基準化する．舗装の健全度を I 個の健全度 i $(i = 1, \cdots, I)$ で表現する．i の値が大きくなるほど，劣化が進展している．時点 t における舗装の健全度を状態変数 $h(t) = i$ $(i = 1, \cdots, I; t = 0, 1, \cdots)$ を用いて表現する．施設の劣化過程がマルコフ連鎖に従うと仮定し，離散時間軸上の単位時間間隔における健全度間の推移確率をマルコフ推移確率を用いて表現する．推移確率は，時点 t における健全度 $h(t) = i$ を与件とし，次の時点 $t+1$ における健全度 $h(t+1) = j (j \geq i)$ が生起する条件付確率

$$\mathrm{Prob}[h(t+1) = j | h(t) = i] = p_{ij} \tag{1}$$

を用いて定義される．このような推移確率をすべての健全度ペア (i, j) に対して定義することにより，マルコフ推移確率行列

$$\boldsymbol{p} = \begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_{II} \end{pmatrix} \tag{2}$$

を定義することができる．マルコフ推移確率 (1) は所与の2つの時点 t，$t+1$ の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり，当然のことながら，対象とする測定間隔が異なれば推移確率の値は異なる．補修がない限り常に劣化が進行するので，$p_{ij} = 0$ $(i > j)$ が成立する．また，推移確率の定義より $\sum_{j=i}^{I} p_{ij} = 1$ が成立する．すなわち，マルコフ推移確率に関して，

$$\left.\begin{array}{l} p_{ij} \geq 0 \ (i, j = 1, \cdots, I) \\ p_{ij} = 0 \ (i > j \text{の時}) \\ \sum_{j=i}^{I} p_{ij} = 1 \end{array}\right\} \tag{3}$$

が成立しなければならない．状態 I は，補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり，$p_{II} = 1$ が成立すると考える．なお，マルコフ推移確率は過去の劣化履歴には依存しない．マルコフ推移確率モデルでは，健全度が $i-1$ から i に推移した時点にかかわらず，時点 t から時点 $t+1$ の間に推移する確率は時点 t における健全度のみに依存するという性質（マルコフ性）を満足する．マルコフ推移確率を用いれば，前回の観測時点 t から，r 期経過した時点 $t+r$ に至る期間の間に生起する劣化過程を推移確率行列

$$\boldsymbol{p}(r) = \{\boldsymbol{p}\}^r \tag{4}$$

を用いて表現できる．また，r 期推移確率行列 $\boldsymbol{p}(r)$ の各要素を $p_{ij}(r)$ $(i, j = 1, \cdots, I)$ と表す．

(2) 混合マルコフ劣化ハザードモデル

舗装劣化速度の相対評価にあたっては，小濱らが提案した混合マルコフ劣化ハザードモデル[1)]を用いる．その詳細に関しては参考文献に譲るが，ここでは読者の便宜を図るため，同モデルについて簡単に紹介しておく．本研究では路面性状調査の結果に基づいて，各道路区間における舗装路面の劣化速度を相対評価することを目的としている．このため，相対評価を実施する S 個の単位区間を対象として，平均的な劣化特性を示す平均的パフォーマンス曲線を推計する．さらに，これら S 個の単位区間を舗装構造，舗装材料や建設補修履歴に基づいて，同質的な道路区間で構成される K 個のグループ k $(k = 1, \cdots, K)$ に分類する．本研究では，路面性状調査で得られたひび割れ度，MCI 値に基づいて劣化速度の相対評価を試みるが，分析目的によりグルーピングの方法が異なることは言うまでもない．グループ k $(k = 1, \cdots, K)$ には，合計 L^k 個の単位区間が含まれる．グループ k に含まれる単位区間を l^k $(l^k = 1, \cdots, L^k)$ と表記する．S 個の単位区間は，K 個のグループの内，いずれか1つのグループに必ず含まれる．

いま，グループ k $(k = 1, \cdots, K)$ に固有なハザード率の変動特性を表すパラメータ（以下，異質性パラメータと呼ぶ）ε^k を導入する．この時，グループ k に含まれる単位区間 l^k $(l^k = 1, \cdots, L^k)$ の健全度 i $(i = 1, \cdots, I-1)$ のハザード率を，混合マルコフ劣化ハザードモデル

$$\lambda_i^{l^k} = \tilde{\lambda}_i^{l^k} \varepsilon^k$$
$$(i = 1, \cdots, I-1; k = 1, \cdots, K; l^k = 1, \cdots, L^k) \tag{5}$$

を用いて表す．ここに，$\tilde{\lambda}_i^{l^k}$ はグループ k の単位区間 l^k が有する健全度 i の平均的なハザード率（以下，基準ハザード率と呼ぶ）である．異質性パラメータ ε^k は，グループ k の基準ハザード率 $\tilde{\lambda}_i^{l^k}$ からの乖離の程度を表す確率変数であり，$\varepsilon^k \geq 0$ が成立すると仮定する．異質性パラメータ ε^k の値が大きくなるほど，当該グループ k に含まれるすべての単位区間の劣化速度が，基準ハザード

率に対して速いことを表す．式(5)において，すべてのハザード率に，同一の確率変数ε^kが含まれることに留意しよう．これにより，ある健全度において劣化速度が速い場合，他の健全度の劣化速度も相対的に速くなることを表すことができる．いま，異質性パラメータε^kが，ガンマ分布$f(\varepsilon^k:\alpha,\gamma)$

$$f(\varepsilon^k:\alpha,\gamma)=\frac{1}{\gamma^\alpha\Gamma(\alpha)}\left(\varepsilon^k\right)^{\alpha-1}\exp\left(-\frac{\varepsilon^k}{\gamma}\right) \tag{6}$$

から抽出された確率標本であると考えよう．ガンマ分布$f(\varepsilon^k:\alpha,\gamma)$の平均は$\alpha\gamma$で，分散は$\alpha\gamma^2$である．さらに，$\alpha=1$の場合は，指数分布に一致する．

ここで，グループk $(k=1,\cdots,K)$の異質性パラメータε^kの値を$\bar{\varepsilon}^k$に固定しよう．この時，グループkに属する道路区間l^kにおける健全度iの寿命が$y_i^{l^k}$以上となる確率は，指数ハザード関数(5)を用いて，

$$\tilde{F}_i(y_i^{l^k})=\exp(-\tilde{\lambda}_i^{l^k}\bar{\varepsilon}^k y_i^{l^k}) \tag{7}$$

と書き換えることができる．さらに，道路区間l^kの調査時点$\tau_A^{l^k}$において健全度がiと判定され，次の調査時点$\tau_B^{l^k}=\tau_A^{l^k}+z^{l^k}$においても健全度が$i$と判定される確率$\pi_{ii}^{l^k}(z^{l^k}:\bar{\varepsilon}^k)$は，

$$\pi_{ii}^{l^k}(z^{l^k}:\bar{\varepsilon}^k)=\exp(-\tilde{\lambda}_i^{l^k}\bar{\varepsilon}^k z^{l^k}) \tag{8}$$

となる．また，調査時点$\tau_A^{l^k}$と$\tau_B^{l^k}=\tau_A^{l^k}+z^{l^k}$の間で健全度が$i$から$j\ (>i)$に推移するマルコフ推移確率$\pi_{ij}^{l^k}(z^{l^k}:\bar{\varepsilon}^k)$は，(5)より，

$$\begin{aligned}\pi_{ij}^{l^k}(z^{l^k}:\bar{\varepsilon}^k)&=\sum_{s=i}^{j}\prod_{m=i,\neq s}^{j-1}\frac{\tilde{\lambda}_m^{l^k}}{\tilde{\lambda}_m^{l^k}-\tilde{\lambda}_s^{l^k}}\exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k}\bar{\varepsilon}^k z^{l^k})\\&=\sum_{s=i}^{j}\psi_{ij}^s(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k})\exp(-\tilde{\lambda}_s^{l^k}\bar{\varepsilon}^k z^{l^k}) \qquad (9)\\&(i=1,\cdots,I-1;j=i+1,\cdots,I;k=1,\cdots,K\\&l^k=1,\cdots,L^k)\end{aligned}$$

と表すことができる．ただし，$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k}=(\tilde{\lambda}_1^{l^k},\cdots,\tilde{\lambda}_{I-1}^{l^k})$である．また，$\psi_{ij}^s(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k})$は，

$$\psi_{ij}^s(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k})=\prod_{m=i,\neq s}^{j-1}\frac{\tilde{\lambda}_m^{l^k}}{\tilde{\lambda}_m^{l^k}-\tilde{\lambda}_s^{l^k}} \tag{10}$$

となり，基準ハザード率のみの関数で表される．また，$\pi_{iI}^{l^k}(z^{l^k}:\bar{\varepsilon}^k)$に関しては，マルコフ推移確率の条件により

$$\pi_{iI}^{l^k}(z^{l^k}:\bar{\varepsilon}^k)=1-\sum_{j=i}^{I-1}\pi_{ij}^{l^k}(z^{l^k}:\bar{\varepsilon}^k) \tag{11}$$

と表せる．

つぎに，パラメータε^kがガンマ分布(6)に従って分布する場合を考えよう．記述の簡便化のために，本節では上付き添え字k, l^kを省略する．まず，健全度iの寿命がy_i以上となる確率は，生存関数(7)を用いて，

$$\begin{aligned}\tilde{\pi}_{ii}(z)&=\int_0^\infty \pi_{ii}(z:\varepsilon)f(\varepsilon:\alpha,\gamma)d\varepsilon\\&=\frac{1}{\gamma^\alpha\Gamma(\alpha)}\int_0^\infty\exp\left\{\left(-\tilde{\lambda}_iz-\frac{1}{\gamma}\right)\varepsilon\right\}\varepsilon^{\alpha-1}d\varepsilon\\&(i=1,\cdots,I-1) \qquad (12)\end{aligned}$$

と表すことができる．ここで，$u_i=(\tilde{\lambda}_iz+\frac{1}{\gamma})\varepsilon$と置き，確率密度関数の変数変換を行えば

$$\tilde{\pi}_{ii}(z)=\frac{1}{(\tilde{\lambda}_i\gamma z+1)^\alpha} \tag{13}$$

を得る．マルコフ推移確率$\tilde{\pi}_{ii}(z)$は，ハザード率の確率分布を考慮した調査間隔zの平均的なマルコフ推移確率（以下，基準マルコフ推移確率と呼ぶ）を表している．さらに，調査間隔zの下で健全度iから健全度jへ推移する基準マルコフ推移確率は，

$$\begin{aligned}\tilde{\pi}_{ij}(z)&=\int_0^\infty\pi_{ij}(z:\varepsilon)f(\varepsilon:\alpha,\gamma)d\varepsilon\\&=\sum_{s=i}^{j}\frac{\psi_{ij}^s(\tilde{\boldsymbol{\lambda}})}{(\tilde{\lambda}_s\gamma z+1)^\alpha} \qquad (14)\end{aligned}$$

と表せる．ガンマ分布(6)の平均は$\mu=\alpha\gamma$で，分散は$\sigma^2=\alpha\gamma^2$である．いま，異質性パラメータεが，ハザード率の期待値が基準ハザード率$\tilde{\lambda}_i$に一致するように分布していると考えよう．そこで，平均1，分散$1/\phi$のガンマ分布

$$\bar{f}(\varepsilon:\phi)=\frac{\phi^\phi}{\Gamma(\phi)}\varepsilon^{\phi-1}\exp(-\phi\varepsilon) \tag{15}$$

を仮定すると，基準マルコフ推移確率は下式となる．

$$\tilde{\pi}_{ii}(z)=\frac{\phi^\phi}{(\tilde{\lambda}_iz+\phi)^\phi} \tag{16a}$$

$$\tilde{\pi}_{ij}(z)=\sum_{s=i}^{j}\frac{\psi_{ij}^s(\tilde{\boldsymbol{\lambda}})\phi^\phi}{(\tilde{\lambda}_sz+\phi)^\phi} \tag{16b}$$

$$(i=1,\cdots,I-1;j=i+1,\cdots,I)$$

(3) 混合マルコフ劣化ハザードモデルの推計

ある道路区間に対して，2つの異なる時点において路面性状調査が実施された場合を考える．その上で，2つの異なる時点における健全度情報に基づいて，混合マルコフ推移確率を推計する問題をとりあげる．あるいは，当該区間において舗装が補修され，路面性状調査がはじめて実施された場合でも，供用開始時点と路面性状調査時点という2つの時点における健全度情報を獲得することができる．いま，グループk $(k=1,\cdots,K)$の単位区間l^k $(l^k=1,\cdots,L^k)$に関して，初回の路面性状調査が実施された時点を$\bar{\tau}_A^{l^k}$と表す．つぎに，時間$\bar{z}^{l^k}$が経過した時点$\bar{\tau}_B^{l^k}=\bar{\tau}_A^{l^k}+\bar{z}^{l^k}$に，2度目の路面性状調査が実施されたと考える．記号「$\bar{\cdot}$」は実測値であることを表す．$\sum_{k=1}^K L^k=L$個の調査サンプルには，初回から2回目の路面性状調査が実施された時刻までの期間長$\bar{z}^{l^k}$と，2回の路面性状調査で計測された結果$h(\bar{\tau}_A^{l^k})$, $h(\bar{\tau}_B^{l^k})$に関する情報が利用可能である．ここで，路面性状調査で計測された劣化状態に基づいて，ダミー変数$\bar{\delta}_{ij}^{l^k}$ $(i=1,\cdots,I-1,j=i,\cdots,I;l^k=1,\cdots,L_K;k=1,\cdots,K)$を

$$\bar{\delta}_{ij}^{l^k}=\begin{cases}1 & h(\bar{\tau}_A^{l^k})=i,h(\bar{\tau}_B^{l^k})=j\text{の時}\\0 & \text{それ以外の時}\end{cases} \tag{17}$$

と定義する．さらに，ダミー変数ベクトルを$\bar{\boldsymbol{\delta}}^{l^k} = (\bar{\delta}_{11}^{l^k},\cdots,\bar{\delta}_{I-1,I}^{l^k})$，道路単位区間の劣化速度に影響を及ぼす舗装特性や環境条件を表す特性行ベクトルを$\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k} = (\bar{x}_1^{l^k},\cdots,\bar{x}_M^{l^k})$と表す．ただし，$\bar{x}_m^{l^k}$ $(m=1,\cdots,M)$はグループkの単位区間l^kの調査サンプルに関するm番目の説明変数の観測値を表す．また，第1番目の説明変数は定数項に該当する変数であり，恒等的に$x_1^{l^k}=1$である．定期的な路面性状調査で得られるグループkの調査サンプルl^kが有する情報を$\bar{\boldsymbol{\xi}}^{l^k} = (\bar{\boldsymbol{\delta}}^{l^k}, \bar{z}^{l^k}, \bar{\boldsymbol{x}}^{l^k})$と表す．また，路面性状調査データ全体を$\boldsymbol{\Xi}$と表す．

さらに，調査サンプルl^k $(l^k=1,\cdots,L^k)$の劣化過程をハザード関数$\lambda_i^{l^k}(y_i^{l^k}) = \tilde{\lambda}_i^{l^k}\varepsilon^k$ $(i=1,\cdots,I-1)$を用いて表現する．健全度Iはマルコフ連鎖の吸収状態であり，$\pi_{II}^{l^k}=1$が成立するためにハザード率$\tilde{\lambda}_I^{l^k}$は必然的に$\tilde{\lambda}_I^{l^k}=0$となる．土木施設の劣化過程を特徴づける基準ハザード率$\tilde{\lambda}_i^{l^k}$ $(i=1,\cdots,I-1;l^k=1,\cdots,L^k)$は道路区間の特性ベクトルに依存すると考え，基準ハザード率$\tilde{\lambda}_i^{l^k}$を特性ベクトル$\boldsymbol{x}^{l^k}$を用いて，

$$\tilde{\lambda}_i^{l^k} = \exp(\boldsymbol{x}^{l^k}\boldsymbol{\beta}_i') \tag{18}$$

と表す．ただし，$\boldsymbol{\beta}_i = (\beta_{i,1},\cdots,\beta_{i,M})$は未知パラメータ$\beta_{i,m}$ $(m=1,\cdots,M)$による行ベクトル，記号「$'$」は転置操作を表す．また，$x_1^{l^k}=1$より，$\beta_{i,1}$は定数項を表す．平均マルコフ推移確率は，式(16a),(16b)で示したように，各健全度における基準ハザード率$\tilde{\lambda}_i^{l^k}$ $(i=1,\cdots,I-1;l^k=1,\cdots,L^k)$と異質性パラメータの確率分布の分散パラメータ$\phi$を用いて表現できる．

平均マルコフ推移確率は，施設の特性ベクトル$\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}$を用いて式(19)で表現できる．また，推移確率はデータが観察された調査間隔$\bar{z}^{l^k}$にも依存する．これらのことを明示的に表すために平均マルコフ推移確率$\tilde{\pi}_{ij}^{l^k}$を路面性状調査による実測データ$(\bar{z}^{l^k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k})$と未知パラメータ$\boldsymbol{\theta} = (\boldsymbol{\beta}_1,\cdots,\boldsymbol{\beta}_{I-1},\phi)$の関数として$\tilde{\pi}_{ij}^{l^k}(\bar{z}^{l^k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}:\boldsymbol{\theta})$と表す．いま，$\sum_{k=1}^{K}L^k$個の橋梁部材の劣化現象が互いに独立であると仮定すれば，全調査サンプルの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す尤度関数は

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\Xi}) = \prod_{i=1}^{I-1}\prod_{j=i}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{l^k=1}^{L^k}\left\{\tilde{\pi}_{ij}^{l^k}(\bar{z}^{l^k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}:\boldsymbol{\theta})\right\}^{\bar{\delta}_{ij}^{l^k}} \tag{19}$$

と定式化できる??)．ただし，$\boldsymbol{\theta}=(\boldsymbol{\beta},\phi)$である．また，$\tilde{\pi}_{ij}^{l^k}(\bar{z}^{l^k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}:\boldsymbol{\theta})$は，前回の調査時点に健全度が$i$であるという条件の下で，今回の健全度が$j$となる健全度推移確率であり，

$$\tilde{\pi}_{ii}^{l^k}(\bar{z}^{l^k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}:\boldsymbol{\theta}) = \frac{\phi^{\phi}}{\{\exp(\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}\boldsymbol{\beta}_i')\bar{z}^{l^k}+\phi\}^{\phi}} \tag{20a}$$

$$\tilde{\pi}_{ij}^{l^k}(\bar{z}^{l^k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}:\boldsymbol{\theta}) = \sum_{s=i}^{j}\frac{\psi_{ij}^{s}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k})\phi^{\phi}}{\{\exp(\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}\boldsymbol{\beta}_s')\bar{z}^{l^k}+\phi\}^{\phi}} \tag{20b}$$

$$(i=1,\cdots,I-1;j=i,\cdots,I;l^k=1,\cdots,L^k; k=1,\cdots,K)$$

と表される．ただし，

$$\psi_{ij}^{s}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k}) = \prod_{m=i,\neq s}^{j-1}\frac{\exp(\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}\boldsymbol{\beta}_m')}{\exp(\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}\boldsymbol{\beta}_m')-\exp(\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}\boldsymbol{\beta}_s')} \tag{21}$$

である．調査データ$\bar{\delta}_{ij}^{l^k},\bar{z}^{l^k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}$はすべて確定値であり，対数尤度関数は未知パラメータ$\boldsymbol{\beta},\phi$の関数である．最尤法では，この尤度関数(19)を最大にするようなパラメータ値$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\boldsymbol{\beta}},\hat{\phi})$を推計することになる．ここで，尤度(19)の対数尤度関数

$$\ln\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\Xi}) = \sum_{i=1}^{I-1}\sum_{j=i}^{I}\sum_{k=1}^{K}\sum_{l^k=1}^{L^k}\bar{\delta}_{ij}^{l^k}\ln\tilde{\pi}_{ij}^{l^k}(\bar{z}^{l^k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}:\boldsymbol{\theta}) \tag{22}$$

を定義する．対数尤度関数(22)を最大にするようなパラメータ値$\boldsymbol{\theta}$の最尤推計量は

$$\frac{\partial\ln\mathcal{L}(\boldsymbol{\theta},\boldsymbol{\Xi})}{\partial\theta_i} = 0, \quad (i=1,\cdots,(I-1)M+1) \tag{23}$$

を同時に満足するような$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_{(I-1)M+1})$として与えられる．

(4) 異質性パラメータの推計

グループkの調査サンプル$\boldsymbol{\xi}^{l^k}$ $(l^k=1,\cdots,L^k)$に着目する．調査サンプルl^kの1回目の路面性状調査による健全度を$i(l^k)$ $(l^k=1,\cdots,L^k)$，2回目の路面性状調査の結果を$j(l^k)$と表す．さらに，パラメータの最尤推計量$\hat{\boldsymbol{\theta}} = (\hat{\boldsymbol{\beta}}_1,\cdots,\hat{\boldsymbol{\beta}}_{I-1},\hat{\phi})$を与件とする．このとき，異質性パラメータがガンマ分布$\bar{f}(\varepsilon:\hat{\phi})$（式(15)を参照）に従い，グループ$k$に属する$L^k$個の調査サンプル$\boldsymbol{\xi}^{l^k}$ $(l^k=1,\cdots,L^k)$が得られた場合，これらL^k個の調査サンプルが得られる異質性パラメータε^kに関する同時生起確率密度関数（部分尤度）は，

$$\begin{aligned}\rho^k(\varepsilon^k:\hat{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{\xi}^k) &= \left\{\pi_{i(l^k)j(l^k)}^{l^k}(\bar{z}^{l^k},\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}: \hat{\boldsymbol{\beta}},\varepsilon^k)\right\}^{\bar{\delta}_{i(l^k)j(l^k)}^{l^k}}\bar{f}(\varepsilon^k,\hat{\phi})\\ &\propto \prod_{l^k=1}^{L^k}\Bigl\{\sum_{m=i(l^k)}^{j(l^k)}\psi_{i(l^k)j(l^k)}^{m}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k}(\hat{\boldsymbol{\theta}}))\\ &\quad \exp(-\tilde{\lambda}_m^{l^k}(\hat{\boldsymbol{\theta}})\varepsilon^k\bar{z}^{l^k})\Bigr\}^{\bar{\delta}_{i(l^k)j(l^k)}^{l^k}}\\ &\quad \left\{(\varepsilon^k)^{\hat{\phi}-1}\exp(-\hat{\phi}\varepsilon^k)\right\}\end{aligned} \tag{24}$$

と表される．ただし，$\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k}(\hat{\boldsymbol{\theta}}) = (\tilde{\lambda}_1^{l^k}(\hat{\boldsymbol{\theta}}),\cdots,\tilde{\lambda}_{I-1}^{l^k}(\hat{\boldsymbol{\theta}}))$であり，基準ハザード率ベクトルである．ここでは，基準ハザード率$\tilde{\lambda}_i^{l^k}$が，パラメータ$\hat{\boldsymbol{\theta}}$に依存していることを明示的に表現するために$\tilde{\lambda}_i^{l^k}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$と表している．式(24)の両辺の対数をとることにより，部分対数尤度は，

$$\begin{aligned}&\ln\rho^k(\varepsilon^k:\hat{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{\xi}^k)\\ &\propto \sum_{l^k=1}^{L^k}\bar{\delta}_{i(l^k)j(l^k)}^{l^k}\ln\Bigl\{\sum_{m=i(l^k)}^{j(l^k)}\psi_{i(l^k)j(l^k)}^{m}(\tilde{\boldsymbol{\lambda}}^{l^k}(\hat{\boldsymbol{\theta}}))\\ &\quad \exp(-\tilde{\lambda}_m^{l^k}(\hat{\boldsymbol{\theta}})\varepsilon^k\bar{z}^{l^k})\Bigr\} + \left\{(\hat{\phi}-1)\ln\varepsilon^k - \hat{\phi}\varepsilon^k\right\}\end{aligned} \tag{25}$$

と表せる．したがって，異質性パラメータε^k $(k=$

$1,\cdots,K)$ の条件付き最尤推計量は，条件付対数尤度最大化問題

$$\max_{\varepsilon^k}\left\{\ln \rho^k(\varepsilon^k:\hat{\boldsymbol{\theta}},\boldsymbol{\xi}^k)\right\} \tag{26}$$

の最適解$\hat{\varepsilon}^k$として求めることができる．以上の方法で求めた異質性パラメータの条件付最尤推計量は，パラメータ$\hat{\boldsymbol{\theta}}=(\hat{\boldsymbol{\beta}}_1,\cdots,\hat{\boldsymbol{\beta}}_{I-1},\hat{\phi})$ を与件として求めた条件付最尤推計量である．このことを明示的に表現するために，問題 (26) の解を，$\hat{\varepsilon}^k(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ $(k=1,\cdots,K)$ と表す．さらに，以上で求めた異質性パラメータ$\hat{\varepsilon}^k(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ とパラメータ$\boldsymbol{\theta}$の最尤推計量$\hat{\boldsymbol{\theta}}$を用いて定義された基準ハザード率$\tilde{\lambda}_i^{l_k}$を$\tilde{\lambda}_i^{l_k}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ と表す．この時，各道路区間l^k $(l^k=1,\cdots,L_k;k=1,\cdots,K)$ のハザード率は,

$$\hat{\lambda}_i^{l_k}(\hat{\boldsymbol{\theta}})=\hat{\varepsilon}^k(\hat{\boldsymbol{\theta}})\hat{\tilde{\lambda}}_i^{l_k}(\boldsymbol{\theta}) \tag{27}$$

と表すことができる．以下，$\hat{\lambda}_i^{l_k}(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ を個別ハザード率と呼ぶ．また，表記の簡便化のために式 (27) を

$$\hat{\lambda}_i^{l_k}=\hat{\varepsilon}^k\hat{\tilde{\lambda}}_i^{l_k} \tag{28}$$

と表記する．

4. ベンチマーキングと評価指標

(1) ベンチマーキング評価

本研究では，路面性状調査と FWD 調査を用いて，舗装構造の劣化状態を調査し，効率的に舗装マネジメントを実施するための方法論を提案する．基層部以下の各層の劣化が進展すれば，路面の劣化速度に影響を及ぼす．このため，路面性状調査の結果に基づいて，混合マルコフ劣化ハザードモデルと異質性パラメータ値を推計し，基層部以下の構造的劣化に関する重点管理区間を選定する．重点管理区間が抽出できれば，FWD 調査等による舗装構造の診断を効率的に実施することが可能となる．

ステップ 1　路面性状調査とベンチマーキング：

路面性状調査により路面の性能指標を測定する．複数年次の測定結果をデータベースとして整備する．データベースに基づいて混合マルコフ劣化ハザードモデルを推計し，平均的な劣化過程を表す基準パフォーマンスカーブを設定する．基準パフォーマンスカーブの作成方法に関しては **4.(2)** で言及する．

ステップ 2　相対評価と重点管理区間の抽出：

劣化速度の相対評価を実施するために，対象とする道路区間をグルーピングする．混合マルコフ劣化ハザードモデルの推計パラメータを与件として，各グループの異質性パラメータを推計する．異質性パラメータの推計量を用いて，劣化速度の大きい道路区間を重点管理区間として抽出する．**4.(3)** において，重点区間の抽出手順を説明する．

ステップ 3　FWD 調査と舗装構造の劣化診断：

劣化速度の大きい重点管理区間に対して FWD 調査 (**4.(4)** 参照) を実施し，舗装全体の耐荷力を診断し，舗装全体の補修の必要性に関して検討する．

(2) 路面性状調査とベンチマーキング

路面性状調査では，路面性状測定車を用いて路面のひび割れ率，わだち掘れ，平たん性等が計測される．本車両は，通常の車両と同じように走行させながら路面性状を計測することができるため，交通規制を行う必要がなく混雑等の社会費用の発生を最小限に抑制することが可能である．いま，道路管理者が定期的に路面性状調査を実施し，測定結果をデータベースとして整備している状況を想定する．路面性状調査がはじめて実施された場合でも，直近に道路舗装の補修を実施した時点に関する情報が入手できれば，補修時点における劣化状態を健全度 $i=1$ (もっとも健全な状態) に設定することにより，少なくとも 2 時間断面のデータを作成することができる．

いま，以上のデータベースを用いて混合マルコフ劣化ハザードモデルを推計し，混合マルコフ劣化ハザードモデルの未知パラメータの最尤推計量$\hat{\boldsymbol{\theta}}$を獲得できたと考える．グループ kに属する道路区間 l^kの舗装特性変数$\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}$ と劣化状態 i のハザード関数のパラメータ最尤推計量$\hat{\boldsymbol{\beta}}_i$を用いれば，当該区間における劣化状態 i $(i=1,\cdots,I-1)$ の平均的劣化速度を表す基準ハザード率は,

$$\tilde{\lambda}_i^{l^k}=\exp(\bar{\boldsymbol{x}}^{l^k}\hat{\boldsymbol{\beta}}_i') \tag{29}$$

と定義できる．式 (29) は，混合マルコフ劣化ハザードモデルにおいて，異質性パラメータを$\varepsilon=1$に設置した場合に他ならない．このように異質性パラメータの値を 1 に設置することにより，路面の平均的な劣化過程を表現することができる．さらに，基準ハザード率$\tilde{\lambda}_i^{l^k}$を用いれば，当該区間における各劣化状態の寿命 (劣化状態がさらに進展するまでの所要時間) $ET_i^{l^k}$は，式 (7) を用いて,

$$\begin{aligned} ET_i^{l^k} &= \int_0^\infty d\tilde{F}_i(y_i^{l^k}) \\ &= \int_0^\infty \exp(-\tilde{\lambda}_i^{l^k}y_i^{l^k})dy_i^{l^k}=\frac{1}{\tilde{\lambda}_i^{l^k}} \end{aligned} \tag{30}$$

と表される．また，舗装が補修された時刻から，劣化状態 i $(i=2,\cdots,I)$ に進展するまでに要する平均的所要時間 $E[T](i)$ は,

$$E[T](i)=\sum_{j=1}^{i}\frac{1}{\tilde{\lambda}_j^{l^k}} \tag{31}$$

と定義できる．式 (31) は，舗装の補修時点から，劣化状態が i $(i=2,\cdots,I)$ に進展するまでに要する平均的所要時間を表しており，基準パーフォーマンスカーブと呼んでいる．

(3) 相対評価と重点管理区間の抽出

各グループの異質性パラメータの推計量$\hat{\varepsilon}^k(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ に基づいて，劣化の進行が早いグループの集合を定義する．い

ま，全グループの中で，劣化速度の速いグループの上位 $\alpha\times 100\%$ の中に入るようなグループの集合$\overline{\Omega}_\alpha$（重点監視集合$\overline{\Omega}_\alpha$と呼ぶ）を

$$\overline{\Omega}_\alpha = \{k \in (1,\cdots,K) | \hat{\varepsilon}^k(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \geq \overline{\varepsilon}_\alpha\} \tag{32}$$

と定義する．ここに，$\overline{\varepsilon}_\alpha$は，信頼度 $(1-\alpha)\times 100\%$ とした場合の異質性パラメータの上限値（以下では，臨界的異質性パラメータ値と呼ぶ）であり

$$\overline{\varepsilon}_\alpha = \min_c \left\{ c \left| \int_c^\infty \bar{f}(\varepsilon : \hat{\phi}) d\varepsilon \leq \alpha \right. \right\} \tag{33}$$

で定義される．異質性パラメータの推計量が信頼度 $(1-\alpha)\times 100\%$ の重点監視集合$\overline{\Omega}_\alpha$に属する場合，当該グループに属する道路区間は信頼度 $(1-\alpha)\times 100\%$ で，劣化の進行が速いと判断することができる．さらに，個別ハザード率$\hat{\lambda}_i^{l^k} = \hat{\tilde{\lambda}}_i^{l^k} \hat{\varepsilon}^k(\hat{\boldsymbol{\theta}})$ 自体を管理する場合を考える．記号 $\hat{}$ は，推計量であることを示す．そこで，個別ハザード率の推計量$\hat{\lambda}_i^{l^k}$を大きい順番に$\hat{\lambda}_i^{l(1)},\cdots,\hat{\lambda}_i^{l(n)},\cdots,\hat{\lambda}_i^{l(L)}$と並べ直す．ただし，上付き添字$l(n)$は，すべてのグループに属する道路区間の中で，個別ハザード率の推計量$\hat{\lambda}_i^{l^k}$がn番目に大きい道路区間の添え字l^kを表す．したがって，$\hat{\lambda}_i^{l(1)}$は，もっとも劣化速度が大きい道路区間の混合ハザード率と対応する．また，$L = \sum_{k=1}^K L^k$はサンプル総数である．以上の記号の定義の下で，劣化速度の速い道路区間の上位$\alpha\times 100\%$ の中に入るような道路区間の集合$\tilde{\Omega}_\alpha$（重点監視集合$\tilde{\Omega}_\alpha$と呼ぶ）を

$$\tilde{\Omega}_\alpha = \{l(1),\cdots,l(n^*(\alpha))\} \tag{34}$$
$$n^*(\alpha) = \arg\sup_n \left\{ \frac{n}{L} \leq \alpha \right\}$$

と定義する．ただし，nは自然数である．さらに，$\hat{\tilde{\lambda}}_i - \hat{\varepsilon}^k$空間上で重点監視集合$\tilde{\Omega}_\alpha$の境界を表す曲線

$$\hat{\tilde{\lambda}}_i \hat{\varepsilon}^k = \hat{\lambda}_i^{l(n^*(\alpha))} \tag{35}$$

を臨界基準曲線と呼ぶ.

以上の相対評価モデルを用いて，土木施設の劣化速度を評価した結果，グループの劣化速度が重点監視集合$\overline{\Omega}_\alpha$，あるいは$\tilde{\Omega}_\alpha$に属することが判明した場合，そのグループに属する単位区間は何らかの理由で劣化速度が速いと診断することができる．このような単位区間に対して，劣化の進行が早い原因に関する舗装工学的検討を行うことが必要である．このように，路面性状調査結果に基づいて，道路区間グループの劣化速度に関する相対評価を実施することにより，重点管理区間を抽出することが可能となる．

(4) FWD 調査と舗装構造の劣化診断

舗装構造の劣化状態は，開削調査，供試体採取，たわみ量調査により直接観察するか，FWD 調査やベンケルマンビーム試験等の非破壊試験により間接的に計測することが可能である．一般に，非破壊試験であることの利点や，作業時間や費用面での優位性を考慮し，FWD を用いて舗装のたわみ量を調査する方法が用いられることが多い．FWD は舗装表面に重錘を落下させて路面に衝撃を加えたときに生じる路面のたわみ量を複数のセンサで同時に測定する装置である．本装置を用いて重錘を路面に落下させた際に生じるたわみの大きさを複数のセンサで記録して舗装体全体の支持力や各層の強度特性を評価することができる．本装置の特徴は，開削調査やベンケルマンビームによるたわみ量調査と比較して短期間で多くの情報を入手する点である．また，衝撃荷重の分散と各点のたわみ量の関係から，たわみの大きさに影響している各層の支持力の評価にも用いることができる．

5. おわりに

本研究では，路面性状調査と FWD 調査を用いて，効率的に舗装構造の劣化状態を診断するための方法論を提案した．具体的には，路面性状調査結果に基づいて，混合マルコフ劣化ハザードモデルを用いて，基準パフォーマンスカーブを推定するとともに，各道路区間の劣化速度を異質性パラメータを用いて相対的に評価する方法論を提案した．異質性パラメータを用いた劣化速度の相対評価により，舗装構造の劣化診断を行うことが必要となる重点管理区間を抽出することが可能となる．なお，本稿においては紙面の都合上，実証分析は割愛した．研究発表会当日には，ある国道を対象にした実証分析結果を報告する予定である．また，本研究は新都市社会技術融合創造研究会「積雪寒冷地における舗装の耐久性向上及び補修に関する研究プロジェクト (プロジェクトリーダー：小林潔司) 」の活動成果の一部である．現地試験を実施するにあたり，国土交通省近畿地方整備局道路管理課および豊岡河川国道事務所 八鹿国道維持出張所より多大な援助を頂いた．また本研究の遂行に際して，大阪市立大学山田優名誉教授を始めとする研究プロジェクトのメンバー各位から貴重なご意見を賜った．

参考文献

1) 小濱健吾，岡田貢一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード率評価とベンチマーキング，土木学会論文集 A，Vol.64，No.4，pp.857-874，2008.
2) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82，2005.
3) 貝戸清之，山本浩司，小濱健吾，岡田貢一，小林潔司：ランダム比例ワイブル劣化ハザードモデル：大規模情報システムへの適用，土木学会論文集 F，Vol.64，No.2，pp.115-129，2008.
4) 青木一也，小田宏一，児玉英二，貝戸清之，小林潔司：ロジックモデルを用いた舗装長寿命化のベンチマーキング評価，土木学会土木技術者実践論文集，Vol.1，pp.40-52，2010.