劣化過程の不確実性を考慮した路面性状調査の最適実施方策*

The optimal implementation policy of pavement inspection with deterioration uncertainty*

青木 一也**・江口 利幸***・大井 明****・貝戸 清之*****・小林 潔司******
By Kazuya AOKI**・Masayuki EGUCHI***・Akira OI****
Kiyoyuki KAITO*****・Kiyoshi KOBAYASHI******

1．はじめに

道路舗装の劣化過程には多くの不確実性が介在しており，舗装過程を確定的に予想することは困難である．このような舗装の劣化過程の不確実性を考慮した統計的劣化予測モデルとして，マルコフ劣化モデル等が提案されている．統計的劣化予測モデルを用いることにより，実際の路面性状調査結果に基づいて，現実の実態に即して劣化過程を予測することが可能となった．その結果，舗装構造や舗装材料，補修方法のライフサイクル費用評価の精度が飛躍的に向上した．

ライフサイクル費用に基づいた補修政策に関する分析は，個別の道路区間を集計化したマクロなレベルにおける補修政策に関する情報を提供する．しかし，個別区間におけるミクロな補修政策を検討する場合，個々の路面性状に関する具体的な健全度に基づいて補修方法や補修時期を検討することが必要である．多くの外的要因が舗装の劣化過程に影響を及ぼすため，個別道路区間の舗装の劣化過程を確定的に予測することは極めて困難である．このため，道路舗装の維持補修の有無を決定するためには，路面性状調査等により舗装の健全度をモニタリングすることが不可欠となる．

舗装の健全度情報を獲得するためには，路面性状調査費用や交通規制等による社会費用が発生する．モニタリング費用を抑制するためには，路面性状調査の実施頻度を減少させることが望ましい．一方，時間の経過にともなって，舗装の健全度に関する不確実性が増加する．道路管理者が道路舗装のサービス水準に対して一定のリスク管理水準を設定する場合，時間が経過するほどリスク管理水準を達成できないリスクが増加する．さらに，舗装の劣化状態が進展し，舗装の補修費用が増加する可能性もある．したがって，道路管理者が設定する舗装サービス水準に関する所与のリスク管理水準の下で，補修費用，社会的費用，モニタリング費用で構成されるライフサイクル費用の最小化を達成するような調査間隔や舗装の補修戦略を求めるような方法論が必要となる．

以上の問題意識の下で，本研究では，舗装の劣化過程をマルコフ劣化モデルで表現するとともに，所与のリスク管理水準の下でライフサイクル費用を最小にするような調査間隔と補修戦略を同時に決定するようなマルコフ決定モデル (以下，最適調査・補修モデルと呼ぶ) を定式化する．

2．本研究の基本的な考え方

（1） 従来の研究概要

土木施設の維持・補修方法として，1) 時間依存的ルール，2) 状況依存的ルールという2種類の補修戦略を考えることができる．時間依存的ルールは，一定の時間間隔を経て定期的に土木施設の維持更新を実施する方法である．たとえば，照明施設等の道路付帯施設のように，数多くの小規模の設備で構成されているような設備・機器システムや，管路等の地中埋設物のように調査費用が禁止的に高くなるような土木施設に関しては，土木施設の劣化状態に関わらず定期的に土木施設や設備を更新するという時間依存的ルールを適用することが望ましい．一方，劣化過程に多大な不確実性が存在する場合，土木施設の劣化状態に依存して補修政策を決定するという状況依存的ルールを採用することが望ましい．本研究では，道路舗装の劣化過程の不確実性に着目し，状況依存的ルールを用いた調査・補修政策を求める方法論を提案する．

破壊や故障がある定常的な確率過程に従って生起するようなシステムの最適修繕戦略に関しては膨大な研究が蓄積されている[8),9)]．特に，健全度を離散的な状態変数で記述するマルコフ決定モデル[3)]は，劣化過程の記述が簡単であり，土木工学の分野でも数多くの実用モデル

*キーワーズ：計画手法論、維持管理計画，リアルオプション
**正員，博（工），株式会社パスコ研究開発センター
(東京都目黒区東山 2-8-11，email:kiakzo6013@pasco.co.jp)
***正員，株式会社高速道路総合技術研究所
****正員，工修，株式会社高速道路総合技術研究所
*****正員，博（工），大阪大学大学院工学研究科
******フェロー，工博，京都大学経営管理大学院

4)-12)が提案されている．多くの土木施設においては，調査業務を通じてのみ施設の健全度が部分的に観察可能である場合が少なくない．このような劣化過程が直接観測可能でないような施設の修繕問題を，マルコフ決定過程を用いて分析する方法がいくつか提案されている．しかし，そこでは調査時期があらかじめ確定的に与えられており，定期的な調査により獲得した調査情報に基づいて修繕投資の有無を決定するアプローチとなっている．特に，地下埋設物のような土木施設の調査費用は無視できない．このような施設に関しては調査のタイミングを決定すること自体が問題となる．このような問題意識の下に，調査間隔と補修政策を同時に求める最適調査・補修モデルが提案されている[9)-12)]．本研究では，まず道路舗装のマネジメントを対象として最適調査・補修モデルを基本モデルとして定式化する．さらに，本研究では，定期調査だけでなく，定期調査で劣化の進展が発見された箇所に関して追加調査を行い，必要な時点で追加補修を実施するような追加調査・補修政策を加味したような最適調査・補修モデルを拡張モデルとして定式化する．このような場所を限定した追加調査・補修の機会を設けることにより，調査費用と補修費用の追加的な削減が可能となる．このような拡張モデルは，追加調査・補修政策を決定するようなサブマルコフ決定モデルを内蔵するようなマルコフ決定モデルとして定式化できる．筆者の知る限り，このような拡張型マルコフ決定モデルに関する研究事例は見あたらない．

（2） 劣化過程の不確実性と調査の目的

道路舗装の劣化には多大な不確実性が介在し，劣化過程を確定的に予測することは不可能である．いま，初期時点$t=0$において路面性状調査が実施され，観測された舗装の健全度を$h(0)$と表記する．初期時点$t=0$から時間が経過するにつれて，舗装の劣化が**図-1**に示すような劣化過程により進行する．同図には，舗装の劣化過程として想定されるいくつかのサンプルパスが記載されている．舗装の劣化過程に関しては不確実が存在し，時間が経過するほど劣化状態の不確実性が大きくなる．ある時点tにおいて，路面性状調査が実施された場合を考える．路面性状調査を実施することにより，調査時点における舗装の健全度を観測することができる．時点$t>0$における舗装の健全度を$h(t)$と表す．時点tから，さらに時間が経過することにより，再び舗装の劣化が進展する．ここで，時点t' $(t'>t)$に着目する．時点t'において道路管理者は舗装の健全度の分布状態を推定する．同図には，時点tで路面性状調査を実施しなかった場合に，道路管理者が推定できる健全度の確率分布F^1と，時点tにおける路面性状調査で獲得した情報を付加して推定した確率分布F^2を示している．時点tに路面性状調査を実施することにより，時点t'における健全度の不確実性 (確率分布Fの分散) を小さくすることが可能となる．ここで，道路管理者が舗装マネジメントの目標として，「舗装の健全度が所与のリスク管理水準を下回る確率を一定水準以下に抑える」というリスク管理目標を設定する場合を考える．たとえば，**図-1**の例では，時点t'において，健全度が所与のリスク管理水準を下回る確率は確率分布F^1, F^2の赤で示した面積で定義される．路面性状調査を実施することにより，調査時点における健全度に関する不確実性を除去することが可能となる．さらに，調査時点以降における不確実性も削減することが可能となり，次節で述べるような理由により，ライフサイクル費用の削減に資することができる．

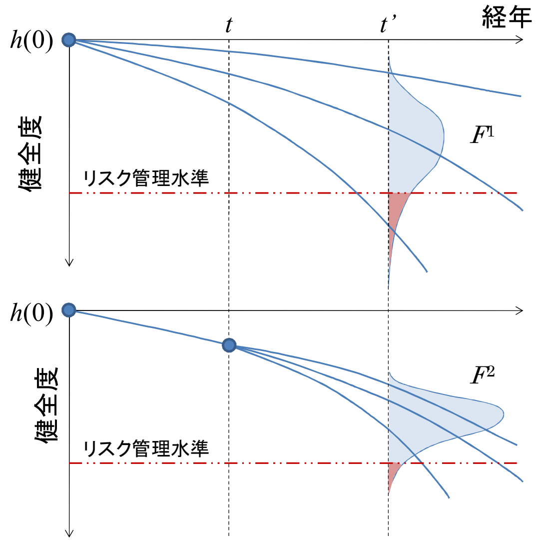

図-1 劣化過程の不確実性

（3） 調査・補修ルール

舗装の健全度を定期的な路面性状調査により観測し，路面性状調査の結果に基づいて道路舗装の補修実施の有無が判断されると考える．いま，**図-1**において，時点tにおける路面性状調査により健全度が点aであることが判明したとする．道路管理者は，1) 直ちに道路補修を実施する (アクションe_1)，2) 道路補修の実施を見送り，次回の路面性状調査の結果に基づいて補修の有無を判定する (アクションe_2)，という2種類のアクションを考える．道路管理者がアクションe_1を選択した場合，健全度は健全な状態 (初期状態) に回復する．アクションe_2を採用した場合，時点tから，つぎの定期調査時点t'まで劣化が進展する．時点tにおいて，補修の実施を見送った場合，時点t'における健全度を確定的に把握できない．しかし，時点tの定期調査により，当該時点における健全度に関する情報を獲得しているため，時点t'における健全度の確率分布F_2を予測することができる．

本研究の舗装マネジメントでは，健全度が所与のリ

スク管理水準を下回る確率を一定水準に維持することを管理目標としている．当然ながら，時点tにおける劣化状態が悪くなるほど，補修の実施を見送った時に，次の定期調査時点t'においてリスク管理水準を下回る確率は増加する．このように考えれば，舗装マネジメントの管理目標を達成するためには，補修を見送れば，次の定期調査時点において管理目標の達成が不可能となるような臨界的な健全度 (点b) が存在する．すなわち，補修政策は，定期調査時点において「健全度が臨界的健全度より上回っている場合は補修を見送る」，「臨界水準を下回っている場合は補修を実施する」というルールとして記述できる．

以上の議論では，定期調査間隔を与件としていた．調査頻度を増加すれば (調査間隔を短くすれば)，ある定期調査時点における健全度が同一であっても，次回の定期調査時点において，舗装の健全度がリスク管理水準を満足しない確率は小さくなる．舗装の補修費用を小さくするためには，補修の実施の有無を判定するための臨界的な閾値ができるだけ悪い状態であることが望ましい．したがって，補修費用を抑制するためには，定期調査間隔を小さくすることが最適調査政策となる．一方で，調査間隔を減少すれば，調査費用が増加する．したがって，ライフサイクル費用を小さくするためには，調査費用と補修費用で構成されるライフサイクル費用を最小にするような定期調査間隔と補修政策を同時に求めることが必要となる．

なお，道路管理者が社会的費用の最小化を考える場合，利用者費用も含めたライフサイクル用の最小化を検討することが理想的である．しかし，道路管理者が負担する直接的費用 (調査費，補修費) と比較して利用者費用の推計精度には課題が残されていると言わざるをえない．そこで，本研究では，ライフサイクル費用に，利用者費用を含めないこととした．その代わり，利用者の安全性や快適性等を総合的に考慮して，舗装の健全度に対してリスク管理水準を設けることとした．

（4）　リスク・費用管理曲線

道路舗装の管理項目としてライフサイクル費用とリスク管理水準をとりあげる．リスク管理水準に関しては，舗装のサービス水準が管理水準$\overline{U}$を満足する確率を用いてリスク管理水準を定義する．いま，リスク管理水準を所与の値$\overline{U}$に固定する．この時，道路管理者は，所与のリスク管理水準の下で，ライフサイクル費用を最小にするように定期調査間隔と臨界的健全度 (補修政策) を決定することが課題となる．以上の考え方で求めた最適調査間隔と補修政策は，リスク管理水準を与件として求めた条件的最適調査・補修政策である．ここで，リスク管理水準の値をパラメータと考え，個々のリスク管理

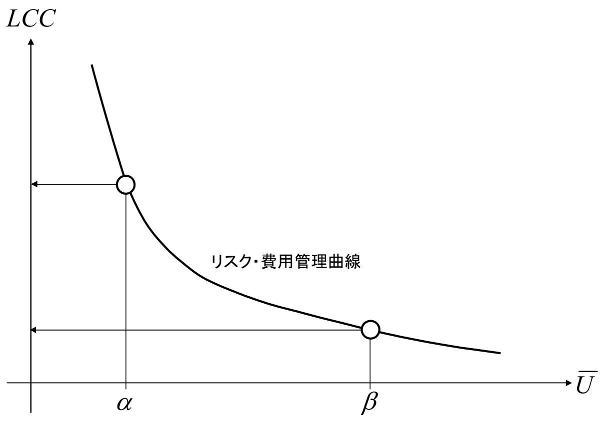

図-2　リスク・費用管理曲線

水準に対応する条件付き最適調査・補修政策を求めれば**図-2**に示すようなリスク管理水準とライフサイクル費用のトレードオフの関係を表現した曲線を得ることができる．本研究では，このような曲線をリスク・費用管理曲線と呼ぶ．舗装の劣化過程に不確実性が存在するため，たとえば点αに示すようにリスク管理水準を厳しく設定すれば頻繁な調査が必要となり，ライフサイクル費用の増加を招く．したがって，現実的には一定程度のリスクを受け入れざるを得ない．一方で，現状が同図の点βに位置する場合，わずかな調査費用の節約が，リスク管理水準の大幅な低下を招くことになる．道路管理者がサービス水準の達成確率に関するリスク管理水準を決定すれば，それを実現するための最適調査間隔・補修政策を求めることができる．道路管理者は，利用者の効用や管理瑕疵の可能性等を総合的に配慮し，リスク管理水準を決定することが必要となる．リスク管理水準の決定問題は，本研究の域を超えているが，リスク・費用管理曲線は道路管理者が適切なリスク管理水準を決定する上で重要な役割を果たすことになる．

３．基本モデル

（1）　モデル化の基本条件

カレンダー時刻s_0を初期時点とする離散的時間軸$t=0,1,2,\cdots$を考え，離散的時間軸上の点を時点と呼び，カレンダー時刻と区別する．単位時間幅を1に基準化する．舗装の健全度をI個のレーティング$i\ (i=1,\cdots,I)$で表現する．iの値が大きくなるほど，劣化が進展している．時点tにおける舗装の健全度を状態変数$h(t)=i\ (i=1,\cdots,I;t=0,1,\cdots)$を用いて表現する．$I$は吸収状態である．施設の劣化過程がマルコフ連鎖に従うと仮定し，離散時間軸上の単位時間間隔における健全度間の推移確率をマルコフ推移確率を用いて表現する．マルコフ推移確率は，時点tにおける路面性

状調査において観測された健全度$h(t)=i$を与件とし，次の時点$t+1$における健全度$h(t+1)=j(j\geq i)$が生起する条件付確率

$$\mathrm{Prob}[h(t+1)=j|h(t)=i]=p_{ij} \tag{1}$$

を用いて定義される．このような推移確率をすべての健全度ペア(i,j)に対して定義することにより，マルコフ推移確率行列

$$\boldsymbol{p}=\begin{pmatrix} p_{11} & \cdots & p_{1I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & p_{II} \end{pmatrix} \tag{2}$$

を定義することができる．マルコフ推移確率(2)は所与の２つの時点t，$t+1$の間において生じる健全度間の推移確率を示したものであり，当然のことながら，対象とする測定間隔が異なれば推移確率の値は異なる．補修がない限り常に劣化が進行するので，$p_{ij}=0\ (i>j)$が成立する．また，推移確率の定義より$\sum_{j=i}^{I}p_{ij}=1$が成立する．すなわち，マルコフ推移確率に関して，

$$\left.\begin{array}{l} p_{ij}\geq 0\ (i,j=1,\cdots,I) \\ p_{ij}=0\ (i>j\text{の時}) \\ \sum_{j=i}^{I}p_{ij}=1 \end{array}\right\} \tag{3}$$

が成立しなければならない．状態Iは，補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり，$p_{II}=1$が成立すると考える．なお，マルコフ推移確率は過去の劣化履歴には依存しない．マルコフ推移確率モデルでは，健全度が$i-1$からiに推移した時点にかかわらず，時点tから時点$t+1$の間に推移する確率は時点tにおける健全度のみに依存するという性質（マルコフ性）を満足する．マルコフ推移確率を用いれば，前回の観測時点tから，r期経過した時点$t+r$に至る期間の間に生起する劣化過程を推移確率行列

$$\boldsymbol{p}(r)=\{\boldsymbol{p}\}^{r} \tag{4}$$

を用いて表現できる．また，r期推移確率行列$\boldsymbol{p}(r)$の各要素を$p_{ij}(r)\ (i,j=1,\cdots,I)$と表す．以降における表記の便宜上，

$$\boldsymbol{p}(0)=\boldsymbol{I} \tag{5}$$

が成立すると仮定する．ただし，$\boldsymbol{I}$は$(I\times I)$単位行列である．

（２） 調査・補修政策

いま，路面性状調査をr期ごとに実施する場合を考える．rは政策変数であるが，ひとまず与件とする．k回目の路面性状調査が実施される離散軸上の時点$t_k^r(k=0,1,\cdots)$を$t_k^r=rk$と定義する．k回目の路面性状調査により，ある特定の地点における舗装の健全度が$h(t_k^r)=i\ (i=1,\cdots,I)$と判定されたと考える．時点$t_k^r$において，健全度が$h(t_k^r)=I$と判定された場合は，直ちに補修され健全度が1まで回復する．一方，時点t_k^rにおいて健全度が$1<h(t_k^r)<I$の場合に選択可能なアクションeのタイプとして，1) 補修工事を実施せずに健全度の判定結果を記録する (アクションe_1), 2) 補修を実施し，舗装の健全度が1に回復する(アクションe_2), という2つのタイプをとりあげる．ここで，定期調査時点における補修政策ξを，調査で観測された健全度$h(t_k^r)=i$に対して，補修後の健全度を指定するルール$\eta^\xi(i)$を用いて定義する．すなわち，補修政策ξは

$$\eta^{\xi}(i)=\begin{cases} i & \text{アクション}e_1\text{の場合} \\ 1 & \text{アクション}e_2\text{の場合} \end{cases} \tag{6}$$
$$(i=1,\cdots,I)$$

と記述される．補修政策はある閾値となる健全度 (以下，臨界的健全度と呼ぶ) $i^*(\xi)$が存在し，健全度iが臨界的健全度$i^*(\xi)$に到達，もしくはそれ以上になった (悪化した) 場合には，必ず補修が実施される．一方，臨界的健全度に到達するまでは，補修は実施されないという単調性条件を満足すると仮定する．単調性条件は

$$\eta^{\xi}(i)=\begin{cases} i & i<i^*(\xi) \\ 1 & i\geq i^*(\xi) \end{cases} \tag{7}$$
$$(i=1,\cdots,I)$$

と表される．単調性条件を満足する補修政策の集合をΞと表す．補修政策$\xi\in\Xi$を実施した場合，調査後の健全度に基づいて，直ちに補修が実施される．このような舗装アクション前後の健全度の推移状態を，

$$q_{ij}^{\xi}=\begin{cases} 1 & \eta^{\xi}(i)=j \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \tag{8}$$
$$(i,j=1,\cdots,I)$$

を用いて定義する．q_{ij}^{ξ}を(i,j)要素とする推移行列 (以下，補修推移行列と呼ぶ) を$\boldsymbol{q}^{\xi}$と表記する．

以上では，路面性状調査間隔rを与件と考えていた．しかし，調査間隔rと調査時点において実施される補修政策ξは，ともに政策変数である．これら2つの政策変数の組$(r,\xi)\in\Xi$を調査・補修政策と呼ぶ．ただし，Ξは，調査・補修政策集合である．調査・補修政策$(r,\xi)\in\Xi$の下で実現する劣化・補修過程は，推移確率$P_{ij}^{\xi}(r)$は,

$$P_{ij}^{\xi}(r)=\sum_{k=1}^{I}q_{ik}^{\xi}p_{kj}(r) \tag{9}$$

を用いて定義できる．$P_{ij}^{\xi}(r)$を(i,j)要素とする推移確率行列を$\boldsymbol{P}^{\xi}(r)$と表す．式(7)を行列表記すれば,

$$\boldsymbol{P}^{\xi}(r)=\boldsymbol{q}^{\xi}\boldsymbol{p}(r) \tag{10}$$

となる．

ここで，対象とする路線が同質的なM個のセクション$m\ (m=1,\cdots,M)$により構成されていると考える．調査・補修政策$(r,\xi)\in\Xi$を適用した場合に，定期調査時点t_k^rにおいて実現する対象とする路線における健全度分布を相対頻度$\pi_i^{\xi}(t_k^r)$を用いて表す．さらに，相対頻度ベクトル

$$\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t_k^r)=\left\{\pi_1^{\xi}(t_k^r),\cdots,\pi_I^{\xi}(t_k^r)\right\} \tag{11}$$

を用いて表現すれば，当該路線の劣化・補修過程は

$$\pi_j^{\xi}(t_{k+1}^r)=\sum_{i=1}^{I}P_{ij}^{\xi}(r)\pi_i^{\xi}(t_k^r) \tag{12}$$

と定式化できる．上式をベクトル表記すれば,

$$\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t_{k+1}^r)=\boldsymbol{\pi}^{\xi}(t_k^r)\boldsymbol{P}^{\xi}(r) \tag{13}$$

である．道路舗装の劣化・補修過程が繰り返され，長期定常状態に到達したとする．各セクションの健全度に関する定常確率ベクトルを$\boldsymbol{\pi}^{r,\xi}=(\pi_1^{r,\xi},\cdots,\pi_I^{r,\xi})$と表す．定常確率は

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{\pi}^{r,\xi}=\boldsymbol{\pi}^{r,\xi}\boldsymbol{P}^{\xi}(r)\\&\sum_{i=1}^{I-1}\pi_1^{r,\xi}=1\end{aligned} \tag{14}$$

を満足するような$\boldsymbol{\pi}^{r,\xi}$として定義される．路面性状調査時点において使用限界である健全度Iが観測される定常確率$\pi_I^{r,\xi}$を，リスク管理水準$\overline{U}$以下に抑えることが可能な調査・補修政策(r,ξ)の集合$\Xi(\overline{U})$を,

$$\Xi(\overline{U})=\{(r,\xi)|\pi_I^{r,\xi}\leq\overline{U}\} \tag{15}$$

と定義する．

（３）　ＬＣＣ費用評価

調査・補修政策$(r,\xi)\in\Xi(\overline{U})$が適用される場合を考える．道路管理者は，時点$t_k^r\ (k=0,1,\cdots)$において，路面性状調査を実施する．路面性状調査費用をcと表す．さらに，路面性状調査の実施時点において，舗装の健全度が臨界的健全度$i^*(\xi)$を下回った場合，舗装の補修を実施する．補修費用は補修直前の健全度iに依存する．補修費用を$C(i)$と表す．補修費用は健全度iに関して単調非減少関数であり,

$$C(1)\leq C(2)\leq\cdots\leq C(I) \tag{16}$$

を満足する．いま，調査・補修政策(r,ξ)の下で劣化・補修過程が定常状態にあり，ある定期調査時点t_k^rで健全度が$i\ (i=1,\cdots,I)$であることが判明したと考える．さらに，時点t_k^r以降において，調査・補修政策(r,ξ)を恒常的に適用することによって得られる調査・補修費用の割引当該期価値 (以下，LCC費用と呼ぶ) を$V_i^{r,\xi}$と表す．劣化・補修過程が定常状態にあることよりLCC費用は，調査時点t_k^rには依存しない．定期調査・補修政策(r,ξ)を適用した場合，LCC費用は再帰的に

$$\begin{aligned}V_i^{r,\xi}&=c+\delta_i^{\xi}C(i)\\&+\exp(-\rho r)\sum_{j=1}^{I}P_{ij}^{\xi}(r)V_j^{r,\xi}\\&\quad(i=1,\cdots,I)\end{aligned} \tag{17}$$

と定義される．ただし，ρは割引率，δ_i^{ξ}は0-1変数であり

$$\delta_i^{\xi}=\begin{cases}0 & i<i^*(\xi)\\1 & i\geq i^*(\xi)\end{cases} \tag{18}$$

と定義できる．さらに，調査・補修政策(r,ξ)の下で定期調査時点において実現する各健全度の定常確率$\boldsymbol{\pi}^{r,\xi}=(\pi_1^{r,\xi},\cdots,\pi_I^{r,\xi})$を用いれば，定常的劣化・補修過程において発生する期待LCC費用は

$$\overline{LCC}(r,\xi)=\sum_{i=1}^{I}\pi_i^{r,\xi}V_i^{r,\xi} \tag{19}$$

と表すことができる．この時，リスク管理水準$\overline{U}$を所与とした時に，期待LCC費用を最小とするような舗装の調査・補修政策を求める最適調査・補修政策モデルは，

$$\begin{aligned}&\min_{r,\xi}\left\{\overline{LCC}(r,\xi)\right\}\\&\text{subject to } (r,\xi)\in\Xi(\overline{U})\end{aligned} \tag{20}$$

と定式化できる．この問題の最適解として求まる最適政策はリスク管理水準$\overline{U}$を所与とした条件付き最適政策であり，このことを明示的に表現するために最適政策を$(r^*(\overline{U}),\xi^*(\overline{U}))$と表す．

4．おわりに

本研究では，道路管理者が設定する舗装サービス水準に関する所与のリスク管理水準の下で，補修費用，及び調査費用で構成されるライフサイクル費用の最小化を達成するような調査間隔や舗装の補修戦略を求めるような方法論を提案した．具体的には，舗装の劣化過程をマルコフ劣化予測モデルで表現するとともに，所与のリスク管理水準の下でライフサイクル費用を最小にするような調査間隔と補修戦略を同時に決定するような最適調査・補修モデルを定式化した．なお，定期的な調査・補修政策と場所を限定した追加調査・補修政策を同時に決定するような拡張モデル，定期調査および追加調査の経済便益を計測する方法，ならびに本研究で提案した手法を用いて高速道路を対象とした適用事例については講演時に報告させていただきたい．

参考文献

1) 例えば，Heyman, D.P. and M.J. Sobel(eds.): *Stochastic Models*, Handbooks in Operations Research and Management Science, Vol. 2, North-Holland, 1990.
2) 例えば，三根久，河合一：信頼性・保全性の数理，朝倉書店，1982.
3) Howard, R.A.: *Dynamic Programming and Markovian Processes*, 関根智明他訳：ダイナミックプログラミングとマルコフ過程，培風館, 1971.
4) Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research*, Part B, Vol.27 B, pp.425-438, 1993.
5) Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.
6) Durango, P. and Madanat, S.: Optimal maintenance and repair policies for infrastructure facilities under uncertain deterioration rates:An adaptive control approach, *Transportation Research*, Part A, Vol 36, pp.763-778, 2002.
7) 貝戸清之，保田敬一，小林潔司，大和田慶：平均費用法に基づいた橋梁部材の最適補修戦略，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.83-96, 2005.
8) 織田澤利守，石原克治，小林潔司，近藤佳史：経済的寿命を考慮した最適修繕政策，土木学会論文集，No.772/IV-65，pp.169-184，2004.
9) 青木一也，山本浩司，小林潔司：トンネル照明システムの最適点検・更新政策，土木学会論文集，No.805/VI-67, pp.105-116, 2005.
10) 青木一也，山本浩司，小林潔司：時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修政策，土木学会論文集F，Vol.62, No.2, pp.240-257, 2006.
11) Jido, M., Otazawa, T., and Kobayashi, K.: Synchronized Repair Policy for Bridge Management, in: Watanabe, E., Frangopol, D. M. and Utsunomiya, T. (eds.), *Bridge Maintenance, Safety, Management and Cost*, CD-ROM, Balkeme, 2005.
12) 慈道充，小林潔司：不確実性下における最適点検補修ルール，土木学会論文集，No.744/IV-61，pp.39-50，2003．土木計画学研究
13) 青木一也，山本浩司，小林潔司：劣化予測のためのハザードモデルの推計，土木学会論文集，No.791/VI-67, pp.111-124，2005.
14) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推計，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82, 2005.
15) 青木一也，山本浩司，津田尚胤，小林潔司：多段階ワイブル劣化ハザードモデル，土木学会論文集，No.798/VI-68，pp.125-136, 2005.
16) 津田尚胤，貝戸清之，山本浩司，小林潔司：ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ推計法，土木学会論文集，No.3/VI-62，pp.473-491, 2006.
17) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集A，Vol.63，No.2，pp.336-355，2007.
18) 小濱健吾，岡田貢一，貝戸清之，小林潔司：劣化ハザード率評価とベンチマーキング，土木学会論文集A，Vol.64，No.4，pp.857-874，2008.
19) 小林潔司，熊田一彦，佐藤正和，岩崎洋一郎，青木一也：サンプル欠損を考慮した舗装劣化予測モデル，土木学会論文集F，Vol. 63, No.1, pp1-15, 2007.