# ー次元マルチ・スケール空間構造下での人口集積パターン\*

Economic agglomeration patterns in one-dimensional multi-scale spatial structure\*

小坂直裕\*\*·赤松隆\*\*\*·高山雄貴\*\*\*\*

By Naohiro KOSAKA\*\* • Takashi AKAMATSU\*\*\* • Yuki TAKAYAMA

#### 1. はじめに

我が国をはじめとする経済先進諸国では、様々な空 間スケールでの経済活動の集積現象が見られる。まず、 国内での例として首都圏への一極集中と地方圏の衰退が 挙げられる. これは国内における最も巨視的なスケール での集積現象である.次に、より微視的な空間スケール として各地域ブロックの内部を見ると、中核都市の形成 や小都市の衰退といった現象が生じている. さらに、各 都市内における都心の形成のように、より微視的なスケ ールでも集積現象が見られる. このような現象の大きな 要因として、輸送・通信技術の向上や交通基盤の整備に よる交通・輸送のコストの減少が考えられる. また, こ れらの現象は都市経済全体に影響を及ぼすようなグロー バルな経済活動と、地域ブロックなどのローカルな範囲 での経済活動の相互作用の結果として生じるものであり、 互いに独立した現象ではない. したがって, 適切な社会 基盤整備政策の立案・評価のためには、これらのスケー ル全体を通じた集積メカニズムを統一的に理解する必要 がある.

経済活動の集積現象に関する理論研究には、大きく分けて二つの分野が存在する。そのひとつが都市経済学分野である。この分野では、Beckmann<sup>2)</sup>を先駆的研究として都心の形成メカニズムの研究が行われている。しかし、この分野の研究は都市内空間に限定されており、地域や国家間のような巨視的な空間スケールでの現象は考慮されていない。もうひとつの分野である新経済地理学(NEG)分野では、Krugman<sup>3)</sup>の Core-Periphery (CP)モデルに始まる一連の研究により、巨視的な地域ブロック間での集積メカニズムが明らかにされている。しかし、NEG 分野における大半の研究は、都市内の集積現象が考慮されていない。このように集積現象に関する研究は数多く存在しているが、空間スケールの異なる集積現象

\*キーワーズ:産業立地,都市計画,人口分布 \*\*学生員,東北大学大学院情報科学研究科博士課程前期 (宮城県仙台市青葉区荒巻青葉6-6,TEL:022-795-7507,

E-mail:kosaka@plan.civil.tohoku.ac.jp)

\*\*\*正員, 工博, 東北大学大学院 情報科学研究科 教授 \*\*\*\*学生員, 東北大学大学院情報科学研究科 博士課程後期 は個々に研究が行われており、経済活動の相互作用を扱 うことのできる理論はこれまでに存在しない.

本研究の目的は、複数の空間スケールでの経済活動の相互作用により生じる人口集積パターンの創発メカニズムを解明することである。そのために、2 地域 CP モデルを拡張し、空間のスケールが明確に区別されるような構造を持つ多都市モデルを新たに構築する。そして、輸送費用の低下に伴って生じる分岐現象を解析的に調べることで、その性質を理論的に明らかにする。

### 2. モデル

本研究では、まず Pflüger<sup>4)</sup>の 2 地域 CP モデルを一般的な多都市の枠組みへと拡張する。本章では、都市経済システムの設定と人口分布の均衡条件について定式化を行う。なお、本章で記述する拡張は Akamatsu et al.<sup>1)</sup>と同一であるため、詳細は参照されたい。

### (1) 都市経済システムの設定

離散的なn 個の都市が存在し、各都市が交通ネットワークにより結ばれている空間を考える。各都市の居住者は労働者として一単位の労働力 (labor) を保有しており、その提供と引き換えに企業から賃金を得る。ここで労働者は、知識、技術水準に応じて2種類に分類される。 skilled worker は高度な知識、技術を保有し、知識集約的な作業に従事する。彼らは自らの居住する都市を選択し、移住することが可能である。 unskilled worker は知識や技術を保有しておらず、労働集約的な作業に従事する。 また、unskilled worker は居住する都市を選択することが出来ず、全ての都市に一様に分布しているものと仮定する。 skilled 及び unskilled worker の総人口はH,Lであり、以降では unskilled worker の都市人口がl=1となるように人口の単位を設定する。

経済システムに存在する産業として、工業部門と農業部門の2種類を考える。農業部門は収穫一定の技術を持ち、unskilled labor を生産要素として1種類の同質財を生産する完全競争的な部門である。工業部門は、収穫逓増の技術を持ち、skilled 及び unskilled labor を生産要素として差別化された財を生産する独占競争的な部門である。これらの部門で生産された財は、都市間交通ネットワークにより全ての都市への輸送が可能である。

# (2) 主体の行動

# a) 消費者行動

都市i に居住する消費者は、所得 $Y_i$  による制約の下で 効用関数 $U(M_i,A_i)$  を最大化するように、工業財と農業 財の消費量 $M_i,A_i$  を決定する:

$$\max_{M,A} U(M_i, A_i) = \mu \ln M_i + A_i$$
 (1)

$$p_i^A A_i + \sum_{j} \int_{k \in n_j} p_{ji}(k) q_{ji}(k) dk \le Y_i$$
 (2)

ここで $\mu \in (0,1)$  は工業財への支出割合を表す定数であり, $p^A$  は農業財の価格である。 $p_{ji}(k),q_{ji}(k)$  はそれぞれ,都市j で生産され都市i で消費される工業財k の価格,消費量を表している。k は連続的に存在すると仮定し,その上限値を $n_i$  とする。また,工業財の消費量 $M_i$ は,代替の弾力性 $\sigma$  が一定である CES 関数と定義する.

# b) 生產者行動

農業部門では完全競争のもとで unskilled labor のみを生産要素とし、規模に関して収穫一定の技術により同質な財が生産される。したがって、一単位の unskilled labor の投入により一単位の農業財が生産されると基準化でき、限界費用原理から農業財の価格  $p_i^A$  と unskilled labor の賃金  $w_i^L$  は一致する。また、農業財の輸送には費用がかからないと仮定しているため、どの都市においても農業財の価格は等しい。したがって、農業財の価格を基準化すれば  $p_c^A = w_c^L = 1$  が成り立つ。

工業部門では、各企業は Dixit-Stiglitz 型の独占的競争市場下で、差別化された財を生産する。企業は財の生産のために skilled labor を固定費用、unskilled labor を可変費用とした生産費用関数 $c_i(k) = \alpha w_i + \beta x_i(k)$  を持つ、ここで $x_i(k)$  は工業財k の生産量であり、 $\alpha, \beta$  はそれぞれskilled labor、unskilled labor 投入係数である。すなわち、工業財k を $x_i(k)$  だけ生産するためには、 $\alpha$  単位のskilled labor への賃金 $w_i$  と $\beta$  単位の unskilled labor への賃金が必要となる。企業は利潤を最大化するために、生産費用関数 $c_i(x_j(k), w_j)$  と、都市j で生産され都市i 全体で消費される財の需要 $Q_{ij}(k)$  を所与とし、工業財の価格 $p_{ij}(k)$  を決定する:

$$\max .\pi_{j}(k) = \sum_{i} p_{ji}(k)Q_{ji}(k) - c_{j}(x_{j}(k), w_{j})$$
 (6)

企業の財の輸送には氷塊費用を設定する. すなわち、1単位の財を到着させるためには $\phi_{ij}$ 単位の財の輸出が必要であると考える. 本モデルでは、輸送費用 $\phi_{ij}$ を輸送費用パラメータ $\tau$ と都市間距離 $t_{ij}$ を用いて次のように定義する.

$$\phi_{ii} = \phi_{ii} \equiv \exp[\tau t_{ii}] \tag{4}$$

### (3) 短期均衡解の導出

skilled worker の都市間での移住が起こらない程の短期間において、財の生産、消費量と賃金、財の価格は均衡状態となる。この状態を"短期均衡状態"と呼ぶこととする。短期均衡状態では、都市間の交易指標を表す空間割引行列:

$$\mathbf{D} = [d_{ii}] = [\phi_{ii}^{1-\sigma}] \tag{5}$$

を用いることにより、skilled worker の間接効用関数 $\mathbf{V}$ を各都市の skilled worker の人口分布 $\mathbf{h} \equiv [h_i]$ の陽関数として導出することが出来る。ここで、都市選択に無関係な定数項を省略すると、 $\mathbf{V}$  は以下のように表記できる。

$$\mathbf{V}(\mathbf{h}) = \mathbf{S}(\mathbf{h}) + \sigma^{-1}[\mathbf{w}^{(H)}(\mathbf{h}) + \mathbf{w}^{(L)}(\mathbf{h})]$$
 (6)

なお、右辺の各行列は次のように定義される.

$$\mathbf{S}(\mathbf{h}) \equiv (\sigma - 1)^{-1} \ln[\mathbf{D}\mathbf{h}]$$

$$\mathbf{w}^{(H)}(\mathbf{h}) \equiv \mathbf{M}\mathbf{h}, \quad \mathbf{w}^{(L)}(\mathbf{h}) \equiv \mathbf{M}\mathbf{1}$$

$$\mathbf{M} \equiv \mathbf{D}(\operatorname{diag}[\mathbf{D}\mathbf{h}])^{-1}$$
(7)

ここで1 は全ての要素が1の列ベクトルを表している. また、ベクトルの各要素に対数をとったものについては  $\ln[\mathbf{a}] \equiv [\ln a_0, \ln a_1, \cdots \ln a_n]$  と表記した.

# (4) 長期均衡解と解の安定性

長期的には、skilled worker は自らの効用を最大化するために居住する都市を選択する。ただし彼らは都市選択に関して異質性があり、各都市を選択する人口割合はLOGIT 型の都市選択確率P(V(h)) により与えられると仮定する。したがって長期均衡状態における各都市の人口は以下のように表現される。

$$\mathbf{h} = H\mathbf{P}(\mathbf{V}(\mathbf{h})) \tag{8}$$

CP モデルの長期均衡解は、後に示されるように複数存在することが知られている。したがって創発する人口分布パターンを知るためには、均衡解周りの局所安定性を調べる必要がある。そこで、skilled worker の人口分布が均衡状態へ到達するまでの調整過程を以下のダイナミクスによって定義する。

$$\mathbf{h} = \mathbf{F}(\mathbf{h}) = H\mathbf{P}(\mathbf{h}) - \mathbf{h} \tag{9}$$

これは、進化・学習ゲーム理論分野でもよく知られている LOGIT 型の Perturbed Best Response dynamics である. このとき、均衡状態の安定性は調整ダイナミクスの Jacobi 行列 $\nabla F$  の固有値により判別できることが知られている. より具体的には、 $\nabla F$  の固有値の実部が全て負であれば均衡解 $\mathbf{h}^*$  は局所的に安定である. そして固有値の符号が切り替わることで解が不安定となり、対応する固有ベクトル方向への分岐現象が起こる.

### 3. 経済システムの空間構造

# (1) マルチ・スケール空間構造の設定

本研究ではフラクタル構造を持ったマルチ・スケール空間構造を持つ都市ネットワークを新たに提案する. 具体的には図-1で示すように半径m>1の円周上に等間隔に立地空間を設置し、各立地空間の内部には同様に単位円のネットワークにより結ばれた立地点群が存在していると設定する. 以降は上位の円周上に存在する立地空間を地域とし、立地空間の内部に存在する各立地点を都市と呼ぶこととしよう. また、隣接した地域間の財の輸送費用は任意の都市の組み合わせに対して等しいとする. 以降では地域数K, 各地域内の都市数をLとした空間構造をもつモデルを $K\times L$ モデルと呼ぶこととし、その最小単位である $2\times2$ モデルについての解析を行う.

# (2) 空間割引行列

次章以降で具体的に分岐の解析を行うために、 $2\times 2$  モデルでの空間割引行列 $\mathbf{D}$  の構造とその固有値を導出しよう。まず、 $2\times 2$  モデルにおける空間割引行列 $\mathbf{D}$  は次のように表記できる。

$$\mathbf{D} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & r_2 \mathbf{E}_2 \\ r_2 \mathbf{E}_2 & \mathbf{D}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 1 & r_1 \\ r_1 & 1 \end{bmatrix}$$
 (10)

 $r_1, r_2$  はそれぞれ式 (7) における交通費用パラメータ  $\tau$  を地域内輸送パラメータ  $\tau_1$  、地域間輸送パラメータ  $\tau_2$  で置き換えた変数であり、輸送費の増加に対して単調減少する関数である。また、 $\mathbf{E}_i$  は全ての要素が1である $i \times i$  行列である。式 (10) から、行列 $\mathbf{D}$  は地域内での輸送を表す対角ブロックと、地域間の輸送を表す非対角ブロックから構成されていることがわかる。ここで式(13) より空間割引行列 $\mathbf{D}$  は、地域内の交易条件を表す $\mathbf{D}_1$  と地域間の交易条件を表す $\mathbf{r}_2\mathbf{E}_2$  が巡回行列の順に並んでおり、各ブロック行列も巡回行列の性質を持っている。このような性質の行列は Block Circulant with Circulant Blocks (BCCB) と呼ばれており、次章以降で紹介する手法を用いることで容易に固有値を導出できる。

# 4. 調整ダイナミクスの Jacobi 行列の固有値

分岐特性をより明快に調べるために、消費者が同質であると仮定し、解析の準備を行う. なお、消費者の異質性を考慮した場合は、計算分岐理論に基づいた数値実験により大域的特性を調べることが可能であるが、本論文では省略する.

創発する集積パターンを調べる準備として、各都市に skilled worker が  $h \equiv H/4$  ずつ均等に分布している分散 均衡状態を初期の状態とする. 初期状態における2×2モデルの調整ダイナミクスの Jacobi 行列 $\nabla F$  は、空間割引行列D を用いての導出が可能である.ここでD, $\nabla F$ 

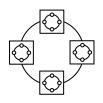


図-1 フラクタル構造を持つ4×4都市ネットワーク例

は BCCB であることから、以下に示す二次元離散 Fourier 変換行列 Z により相似変換を施すことによって対角化できる.

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{[2]} & \mathbf{Z}_{[2]} \\ \mathbf{Z}_{[2]} & -\mathbf{Z}_{[2]} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z}_{[2]} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$
(11)

この手法により  $\nabla \mathbf{F}$  の固有値  $g_k$  は容易に導出することが可能である.

**補題 1.** 空間割引行列  $\mathbf{D}$  及びダイナミクスのJacobi行列  $\nabla \mathbf{F}$  の固有値は、 $2 \times 2$ モデルにおいて以下の特性を持つ.

1) **D**, $\nabla$ **F** それぞれの第 k 固有値  $f_k$ , $g_k$  は、定数 a,b と **D** の行和  $d \equiv 1 + r_1 + 2r_2$  を用いて以下のように与えられる.

$$g_k = \begin{cases} -1 & \text{if } k = 0\\ G(\bar{f}_k) & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 + r_1 + 2r_2 & \text{if } k = 0 \end{cases}$$

$$(12)$$

$$f_k = \begin{cases} 1 + r_1 + 2r_2 & \text{if } k = 0 \\ 1 + r_1 - 2r_2 & \text{else if } k = 2 \\ 1 - r_1 & \text{otherwise} \end{cases}$$
 (13)

$$G(x) = bx - ax^{2}$$

$$\bar{f}_{k} \equiv f_{k} / d$$
(14)

第k 固有値に対応した固有ベクトル $\mathbf{z}_k$  は、式 (11) で表される行列 $\mathbf{Z}$ の列ベクトルによって表される。ここでk=1,3 の固有ベクトルは地域内での集積 (図-2の均衡パターン $\mathbf{c}$ ) 方向を表しており、k=2 の固有ベクトルは地域間での集積 (図-2の均衡パターン $\mathbf{b}$ ) 方向を表している。 なお、 $g_0$  は常に負であるためk=1,2,3 の方向について考えればよい。また、行列 $\mathbf{Z}$  の性質より、分岐で創発する集積パターンは図-2に示す4 種類のみである。

#### 5. 集積パターンの創発と進展

本章では、各空間スケール内の輸送費用を低下させることにより生じる分岐について解析し、創発する集積パターンを調べる.

### (1) 分散均衡状態からの分岐

### a) 分岐発生条件

分散均衡状態の安定性は、式 (12) によって確認ができる。即ち, $g_k$  が全て負であれば安定的である。この状態から輸送費用を低下させると,  $g_k$  がゼロとなる瞬間に解が不安定となり分岐が発生する。ここで  $g_k$  は  $\bar{f}_k$  の二

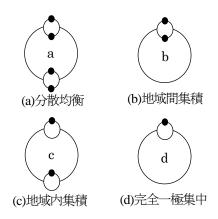


図-2 2×2モデルの均衡パターン

次関数であることから、G(x) = 0の解は

$$x_{\perp}^* = b/a, \quad x_{\perp}^* = 0$$
 (15)

と導出することができる.分岐が発生するのは $\bar{f}_k = x_+^*$ となる点であるため,この点をbreak pointと呼ぶことにしよう.ここで式 (11) より $\bar{f}_k \le 1$ であることから,分岐が発生するためには break point が [0,1] 区間に含まれていなければならない.したがって,分岐発生条件は以下の式によって表現される.

$$1 - \sigma^{-1} > h \tag{16}$$

本研究では分岐により創発する集積パターンのメカニズムの解明を目的としている. そこで,以降では式 (16)の条件が満たされた状態における解析を行う。

### b) 分散均衡状態からの分岐

輸送費用を減少させていく過程での各均衡パターンの安定性を調べよう。ここで輸送費用の減少と $\bar{f}_k$ の減少には一対一の対応関係があることから,最小の固有値 $\bar{f}_k$ に対応した分岐を調べることで創発する集積パターンを調べることができる.

分散均衡から創発し得る集積パターンは図-2に示される地域間集積状態と地域内集積状態の2通りが存在し、そのパターンは空間割引行列の最小固有値に対応した固有ベクトルにより決定される。ここで対称な空間構造を設定しているため、k=1,3の分岐方向は区別する必要がない。そこで、具体的に地域間の集積が起こる条件として $f_2-f_1<0$ となる条件を調べると、次のような命題が得られる。

**命題 1.** 分散均衡状態から G(x) = 0 となり分岐が発生する際,  $r_1 < r_2$  ( $r_1 < r_2$ ) であれば, 地域間(地域内)での集積現象が起こる.

# (2) 集積パターンの進展

分散均衡から創発した集積パターンb,cの安定性や分岐挙動は、ダイナミクスJacobi行列の固有値解析を行う

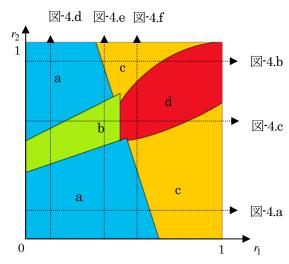


図-3 2×2モデルの輸送費用のパターンと安定解

ことで同様に調べることができる。まず、地域間集積状態  $\mathbf{h} = [2h, 2h, 0, 0]$  でのダイナミクスの Jacobi 行列の固有値  $g_k^b$  は次のように記述できる。

$$g_2^b = bf^b - a'(f^b)^2$$

$$f^b = (1 - r_1)/(1 + r_1)$$
(17)

ここでa' は初期値 $h,\sigma$  によって定まる定数である。なお,第 2 固有値以外は全て負の定数となり,分岐には全く影響しないため,ここでは省略する。分岐は $g_2^b=0$  となる瞬間に発生し, $\mathbf{z}_2^b=[1,-1,0,0]$  へと分岐する。即ち,完全一極集中へと集積パターンは進展する。ここで,式(17)より,この分岐は地域内の輸送費用のみがトリガーである。この状態で地域間輸送費用を減少させると,式 (12) より再び分散均衡状態が安定となる。

地域内集積状態におけるダイナミクスのJacobi行列の固有値  $g_k^c$  は次のように導出できる.

$$g_{2}^{c} = bf^{c1} - a(f^{c1})^{2} - (2\sigma h)^{-1}(f^{c2})^{2}$$

$$f^{c1} = (1 - r_{2})/(1 + r_{2})$$

$$f^{c2} = (r_{1} - r_{2})/(r_{1} + r_{2})$$
(18)

式 (17) と同様の理由から,第 2 固有値のみを記述した. この時, $g_2^c = 0$  となる瞬間に分岐が生じ,固有ベクトル方向は $\mathbf{z}_2^c = [1,0,-1,0]$  である.即ち,完全一極集中へと集積パターンは進展する.

以上の結果より、2種類の輸送費用を十分に低下させる状況を考えた場合、最終的には完全一極集中となることが明らかとなった。ただし命題1で述べたように、分岐時の $r_1,r_2$ の状態によって創発する集積パターンは異なる。各均衡パターンが安定となる領域を $r_1,r_2$ 平面上に図示したものが図-3である。この図について以下の命題が得られる。

**命題 2.** 安定状態における調整ダイナミクスの固有値  $g_k^l$  について, $g_k^l=0$  を求めることにより,その均衡状態が安定的である領域を輸送費用 $(r_1,r_2)$  平面上に明示することが出来る.このとき,break point は $r_1,r_2$  の関数として決定される.

### (1) 数値実験による分岐大域的特性の確認

Break point の性質から、輸送費用の低下パターンによって多彩な集積パターンの進展がみられることがわかる。この特性をより明快に表現するために、一方の輸送費用を固定し、もう一方の輸送費用を低下させることにより生じる集積パターンの推移を数値的に調べた。数値実験では集積に影響を与える各種のパラメータをh=0.1、 $\sigma=10$  と固定し、輸送費用の減少( $r_i$  の増加)と各都市の人口比 $h_i/H$  の関係性についてグラフ化した。

# a) 地域間の輸送費用を固定した数値実験

地域間の輸送費用パラメータ r, を固定し、地域内の 輸送費用の変化による人口分布の推移を数値的に調べた. 実験の結果は図-4 で表され、それぞれの分岐図におけ る輸送費用の低下パターンは図-3 に示した通りである. また、これらの図は横軸に7, 縦軸に各都市の人口比  $h_i/H$  をとったものである. まず、図-4.a は地域間での 輸送費用が非常に大きい場合であり、この結果は既存の CPモデルの解析結果と全く同様の性質を示している. 具体的には、輸送費用の低下に伴って人口分布が  $a \rightarrow c$  と推移する. 次に、図-4.b では地域間の輸送費 用が小さい場合である. この場合, 人口の集積パターン は $a \rightarrow c \rightarrow d$  のように推移する. 最後に、2つの実験に 対し中間程度のr, をとった場合,  $a \rightarrow b \rightarrow d \rightarrow c$  と推 移することがわかる. このように各種のパラメータは全 く同じ条件でも、地域間の輸送費用の大きさによって人 口の初期配分や人口分布の推移が異なることがわかる.

# b) 地域内の輸送費用を固定した数値実験

地域内の輸送費用パラメータ $r_1$ を固定し、地域間の輸送費用 $r_2$ の変化による人口分布の推移を調べた場合も、同様の分岐図が得られた。まず、図-4.d では $r_2$ が非常に大きい場合を設定している。この場合、集積パターンは $a \to b \to a$  と進展する。次に、図-4.e のような場合では、集積パターンは $c \to d$  と推移する。最後に $r_2$ がより大きな値の場合の集積の推移は、図-4.f に示したように $a \to c \to d \to c$  となる。

# c) 数値実験に基づいた分岐特性の考察

本研究では非常に多様な集積パターンの進展がみられる. これは数値実験からも明らかであり、輸送費用パラメータを減少させる際、一方の輸送費用の大きさに影響して集積パターンも様々に変化していることがわかる. これは式 (12) からもわかるように、分岐のトリガーと

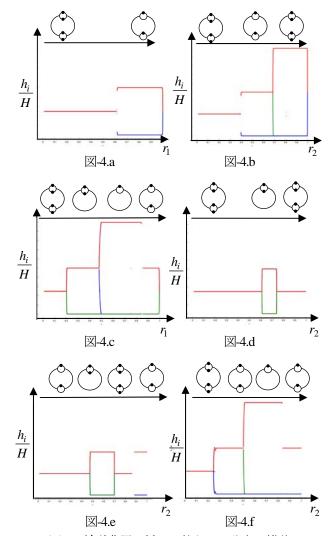


図-4 輸送費用の低下に伴う人口分布の推移

なる  $\bar{f}_k$  が  $r_1, r_2$  の関数となっているためである.これは地域内と地域間の経済活動が相互に作用していることを表している.

図-4の集積パターンの進展をより詳しく見てみよう.まず、地域内の輸送費用のみを低下させた場合には、大きく分けて2種類のパターンに分類することが出来る.1つは図-4.a や図-4.b のように分散から集積へと推移するパターンである.これは従来のCPモデルにて見られる特性と全く同様の性質であると言える.もうひとつのパターンは、図-4.cのように再分散が起こる場合である.次に、地域間の輸送費用のみを低下させた場合、いずれの場合でも必ず集積後に再分散が生じている.

今回注目すべきは 図-4.c,d,e,f のようなケースである. 分散状態から集積状態へと進展した後,再び分散する現象が観察される現象は再分散と呼ばれ,消費者の異質性や地代など, unskilled worker による分散力に加えて別の分散力が考慮されている場合に見られる. 本モデルで分散力となっている効果は,式 (13) で示される空間割引行列の固有値から知ることができる. ここでは地域間の

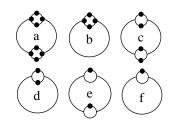


図-5 2×4モデルの均衡パターン

輸送費用パラメータ $r_2$ は負の影響を与えており、その結果 $\bar{f}_k$ が負となる場合がある。この固有値が $\mathbf{D}$ の最小固有値である場合、 $\bar{f}_k = x_+^*$ で一度不安定化した解が $\bar{f}_k = x_-^*$ で再び安定解となる。このように、本モデルでは地域内での経済活動が地域間の集積現象にも分散力として影響を与えている。この結果は複数の空間スケールで生じる集積現象が相互作用を持つことを示しており、本研究から明らかとなった性質である。

**命題3.** マルチ・スケール空間構造下での分岐現象は以下の性質を持つ

- 1) 地域間の輸送費用の低下により  $\bar{f}_k$  が負の値をとり得るため、図-4.d のような再分散現象が起こる.
- 2) 再分散現象は必ず地域間で生じ、地域内での再分散は起こり得ない.

### 6. 2×4モデルへの拡張例

本研究で提示したモデルは、地域数や都市数、階層の数を増やしても解析的に性質を調べることが可能である。そこで地域内の都市数を 4 に増やしたモデルについての解析を行ってみよう。まず、空間構造によって定まる空間割引行列は次のように表記できる。

$$\mathbf{D}_{24} = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_1 & r_2 \mathbf{E}_2 \\ r_2 \mathbf{E}_2 & \mathbf{D}_1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{D}_1 = \begin{bmatrix} 1 & r_1 & r_1^2 & r_1 \\ r_1 & 1 & r_1 & r_1^2 \\ r_1^2 & r_1 & 1 & r_1 \\ r_1 & r_1^2 & r_1 & 1 \end{bmatrix}$$
(17)

このように、各空間スケールの交通ネットワークが円周構造である場合、空間割引行列は必ず BCCB の性質を持つ. したがって、 $2\times2$ モデルと同様に二次元離散 Fourier 変換を用いた解析を行うことが可能である. また、 $2\times4$ モデルにおける均衡解のパターンは図-5 のように存在する. 以上より、同様の手順により輸送費用パターン  $(r_1,r_2)$  と安定解の対応を解析すると、図-6 が得られる. ここで、図中の各領域は図-5 の均衡パターンに対応している. 図-6と図-3を比較すると、 $2\times4$ モデルの集積パターンc,d の存在を除けばほぼ同一であり、この2つの集積パターンは空間の細分化により生じたものである.

2×4モデルの人口集積パターンの進展は,2×2モデルと比較すると実に多彩である. 例えば,図中のパター

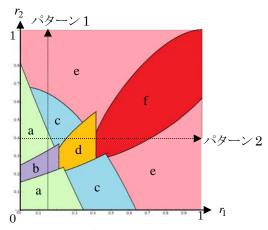


図-6 2×4モデルの輸送費用のパターンと安定解

ン1のように輸送費用を低下させた場合,人口分布のパターンは $a \to b \to a \to c \to e$  のように進展する.また,パターン2においては $a \to c \to d \to f \to e$  と進展していく.これは空間をより細かく分割して調べたことにより明らかとなった性質である.このように,空間を細分化していくことによって集積のパターンは多様になり,集積パターンの進展も詳しく観察できるようになる.

### 7. おわりに

本研究では、複数の空間スケールにおける集積現象の相互作用から生じる集積パターンの創発メカニズムを明らかにした。具体的にはマルチ・スケール空間構造を設定し、複数の空間スケールでの集積現象を統一的に解析することにより、これらの現象の様々な相互作用を示した。その中で、地域内の競争による分散効果が、より巨視的な空間スケールでの集積現象に対しても影響を与えることを明らかにした。この結果は従来の研究では扱われていない新たな発見である。

本研究で新たに設定した空間構造は、都市数や地域数、空間スケールの数を増やしても同様の手法により解析が可能である。そのため、国-地域-都市の3階層を設けた場合の解析や、都市数を一般化した $n \times n$  モデルの解析など様々な拡張が可能であり、これらの研究が今後の課題である。

### 参考文献

- Akamatsu, T., Takayama, Y. and Ikeda, K.: Spatial Discounting, Fourier, and Racetrack Economy: A Recipe for the Analysis of Spatial Agglomeration Models, MPRA Paper No. 21738, University Library of Munich, Germany, 2010.
- Beckmann, M.J.: Spatial equilibrium in the dispersed city, in Mathematical Land Use Theory (Y.Y.Papageorgiou, Ed.), Lexington Books, Lexington, MA., pp.117-125, 1976.
- Fujita, M., Krugman, P. and Venables, A.J.: The Spatial Economy - Cities, Regions, and International Trade, *The MIT Press*, 1999.
- 4) Pflüger, M.: A Simple Analytically Solvable, Chamberlinian Agglomeration Model, *Regional Science and Urban Economics*, Vol.34, 565-573, 2004