

コミュニケーション外部性を考慮した多産業立地モデルによる階層構造の自律的形成*

Emergence of Industrial Hierarchy from a Multi-industry Location Model with Communication Externality*

高山雄貴**・赤松隆***

By Yuki TAKAYAMA**・Takashi AKAMATSU***

1. はじめに

数多くの国や地域の観察から、産業活動の空間パターンにはいくつかの規則性があることが示唆されている。その中でも、都市システムが形成する階層的な産業構造 (*hierarchy principle*) は、よく知られている規則性の一つである (e.g., Christaller²⁾)。この階層的な産業構造とは、規模の大きい都市は規模の小さい都市よりも多くの産業を有し、かつ、小都市に存在する産業は大都市にも存在するという構造である。さらに、この規則性は、より空間スケールの小さい、都市圏内の業務地区においても観測される。すなわち、副都心に立地する産業は、CBDの産業の部分集合となっている。

この階層的な産業構造を生み出すメカニズムを理論的に理解することは、実際の地域・都市政策を適切に実施するために必要不可欠である。特に、大都市圏での都心回帰や地方都市の産業空洞化など、各地で見られる複雑な産業構造の変化を鑑みるとその重要性は明らかである。しかし、土木計画分野においては、我々の知る限り産業構造の階層化を説明する理論は提示されていない。

古典的な経済地理学分野の Christaller²⁾ による中心地理論は、産業の階層化を説明する代表的理論である。この理論は、規模の経済と輸送費用のトレード・オフにより産業の階層構造が創発することを示唆している。しかし、その直観的に説得力のある結論が認められる一方で、ミクロ経済学的基礎がないという問題が指摘されている。

この問題に対して、近年、中心地理論にミクロ経済学的基礎を与えようとする試みが、新経済地理学 (NEG) 分野で行われてきた。その代表的研究である Fujita et al.³⁾ は、Krugman の Core-Periphery (CP) モデルを連続空間・多産業の枠組みに拡張することで、階層的な都市システムが創発することを示している。しかし、この研究では、総人口が増加する状況下での均衡パターンを数値計算によって例示するのみに留まっている。それゆえ、階層的な産業構造を生み出すメカニズムを示すまでには至っていない。

そこで、本研究では、都市内の産業構造が階層化するメカニズムを明らかにすることを目的とする。そのために、高山・赤松⁶⁾により提案された、空間競争を考慮した Social Interaction モデル (SISC モデル) を多産業の枠組

みに拡張する。そして、産業間の相互作用の非対称性が産業構造を階層化しうることを示す。

2. 空間競争を考慮した Beckmann 型 Social Interaction モデル

(1) モデルの設定

a) 都市内システムの設定

離散的な C 箇所の立地点が存在する都市を考える。全ての立地点は均質であり、面積は一定値 a である。この都市には、唯一の移動主体である企業、*floor space* を供給するデベロッパー、企業が生産する財を購入する (立地点間を移動しない) 消費者が存在する。

b) 消費者行動

消費者は立地点間を移動せず、各立地点に均等に一定人口 m 存在する。各消費者は、各産業の財を都市内に立地する 1 つの企業からのみ 1 単位購入する。産業 i ($0, 1, \dots, I-1$) の財を立地点 d の企業から購入する立地点 c の消費者の効用は、次のように与えられる:

$$u_{cd}^{(i)} = \alpha^{(i)} - p^{(i)} - \tau\psi(c, d).$$

ここで、右辺第 1 項 $\alpha^{(i)}$ は産業 i の財を購入することにより得られる効用、第 2 項 $p^{(i)}$ ($= 1$) は財を購入するための費用、第 3 項は立地点 c, d 間の交通費用であり、 τ は交通費用パラメータ、 $\psi(c, d)$ は c, d 間の距離を表す。また、本稿では、消費者の財の選考に異質性があり、立地点 c の個人 s が立地点 d の産業 i の財を購入する際の効用が次のように与えられると仮定する:

$$u_{cd,s}^{(i)} = u_{cd}^{(i)} + \varepsilon_{d,s}^{(i)}.$$

ここで、 $\varepsilon_{d,s}^{(i)}$ は個人 s 固有の立地点 d で生産された産業 i の財に対する確定的効用項である。各産業 i の財に対する各立地点 d の個人全体にわたる $\{\varepsilon_{d,s}^{(i)}, \forall s\}$ の分布は Gumbel 分布であり、その分布が全立地点、産業間で独立かつ同一であると仮定する。このとき、消費者 s の効用最大化行動の結果、立地点 c における立地点 d で生産された産業 i の財の 1 企業当たりの需要量 $q_{cd}^{(i)}$ は、

$$q_{cd}^{(i)} = \frac{\exp[\eta^{(i)}\psi(c, d)]}{\sum_k \exp[\eta^{(i)}\psi(c, k)]} m. \quad (1)$$

と表される (e.g., Anderson et al.¹⁾)。ここで、 $\eta^{(i)} \in [0, \infty)$ は消費者の異質性を反映したパラメータであり、以降の議論の道筋を明快に示すため $\eta^{(i)} = 1 \forall i$ とする。

* キーワード：地域計画, 都市計画, 産業立地

** 学生員, 東北大学大学院 情報科学研究科

(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06,

TEL:022-795-7507, E-mail:takayama@plan.civil.tohoku.ac.jp)

*** 正員, 工博, 東北大学大学院 情報科学研究科 教授

c) デベロッパー行動

デベロッパーは、各立地点で不在地主から借りた単位面積の土地を開発し、完全競争のもとで floor space を企業に供給する。土地の開発費用は、産業毎に floor space の利用形態が異なることから、供給する産業と面積に応じて決定されると仮定する。すなわち、立地点 c で産業 i の企業に供給する floor space 面積が $y_c^{(i)}$ の場合、その開発費用は $\beta^{(i)}(y_c^{(i)})^2$ で表される。以上の仮定のもとで、デベロッパーは利潤 Π_c^D を最大化するように、 $y_c^{(i)}$ を選択する:

$$\max_{y_c^{(0)}, \dots, y_c^{(I-1)}} \Pi_c^D = \sum_i \left\{ r_c^{(i)} y_c^{(i)} - \beta^{(i)} (y_c^{(i)})^2 \right\} - R_c$$

ここで、 r_c は企業がデベロッパーに支払う立地点 c の単位面積当たりの floor space 地代、 R_c はデベロッパーが不在地主に支払う単位面積当たりの土地に対する地代である。 r_c, R_c は、1 階条件、利潤ゼロ条件より、

$$r_c^{(i)} = 2\beta^{(i)} y_c^{(i)}, \quad R_c = \sum_d \beta^{(i)} (y_d^{(i)})^2.$$

d) 企業行動

企業は I 種類の産業に分けることができ、産業 i の総企業数は一定数 $N^{(i)}$ である。また、各立地点の産業 i の企業数は $\mathbf{n}^{(i)} = [n_0^{(i)}, n_1^{(i)}, \dots, n_{C-1}^{(i)}]^T$ と表される。

全ての企業は、1 単位の floor space、都市内の企業との face to face のコミュニケーション (e.g. 取引、または情報交換) により、価格一定の財を生産する。各産業の財の価格が $p^{(i)} = 1$ となるように生産量の単位を基準化すると、産業 i の企業の利潤最大化行動は、次のように表される:

$$\max_c \Pi_c^{(i)} = \sum_d q_{dc}^{(i)} - r_c^{(i)} - \sum_j \mu^{(i,j)} T_c^{(j)}. \quad (2)$$

ここで、 $T_c^{(j)}$ は産業 j の企業とのコミュニケーションに必要な交通費用であり、立地点 c, d 間の距離抵抗 d_{cd} により次のように定義される:

$$T_c^{(j)} \equiv \sum_d \hat{d}_{cd} n_d^{(j)}.$$

距離抵抗 \hat{d}_{cd} は指数型の関数形 $\hat{d}_{cd} \equiv 1 - \exp[-\tau\psi(c, d)]$ で表されると仮定する。 $\mu^{(i,j)}$ は、産業 i の企業に必要な産業 j の企業とのコミュニケーションの費用の大きさ (e.g., 頻度) を表すパラメータであり、産業間の相互作用の非対称性を表現することができる。本稿では、その極端なケースとして、 $\mu^{(i,j)}$ が次のように与えられると仮定する。

$$\mu^{(i,j)} = \begin{cases} 0 & \text{if } i > j \\ \mu^{(i)} & \text{otherwise} \end{cases}$$

これは、産業 i には産業 $j (> i)$ との face to face コミュニケーションが利益を上げるのに必要となる一方、産業 j は産業 i とのコミュニケーションが不要である (利潤の重要

な要素とはならない) ことを表現している。この設定は、例えば、金融業を表す産業 i が製造業である産業 j の財務状況を常に観測する必要がある (i.e., コミュニケーションが必要となる) 一方で、製造業 (産業 j) は全ての金融業と取引する必要がないと考えれば、現実にも存在しうる状況である。

各企業は 1 単位の floor space を消費するため、立地点 c で供給される floor space は $y_c^{(i)} = n_c^{(i)}/a$ と表される。したがって、floor space の地代 $r_c^{(i)}$ が

$$r_c^{(i)} = \phi^{(i)} n_c^{(i)}. \quad (3)$$

で与えられる。ここで、 $\phi^{(i)} \equiv 2\beta^{(i)}/a$ である。

立地点 c における産業 i の企業の利潤 $\Pi_c^{(i)}$ は、式 (1), (3) を式 (2) に代入することで得られる。ここで、次章以降の解析の便宜上、利潤関数をベクトル表記しておこう。そのために、立地点間の相互作用の減衰効果を表現する空間割引行列 D を定義する。この行列は、 c, d 要素が $d_{cd} \equiv \exp[-\tau\psi(c, d)]$ で与えられる行列である。このとき利潤関数 $\Pi^{(i)} \equiv [\Pi_0^{(i)}, \Pi_1^{(i)}, \dots, \Pi_{C-1}^{(i)}]^T$ は、

$$\Pi^{(i)}(\mathbf{n}) = m M^{(i)T} \mathbf{1} + \sum_j \mu^{(i,j)} D \mathbf{n}^{(j)} - \phi^{(i)} \mathbf{n}^{(i)}$$

で与えられる。ここで、 $\mathbf{1}$ は全ての要素が 1 の $C \times 1$ ベクトル、 $\mathbf{n} \equiv [n^{(0)T}, n^{(1)T}, \dots, n^{(I-1)T}]^T$, $M^{(i)}$ は、

$$M^{(i)} \equiv (\text{diag}[D \mathbf{n}^{(j)}])^{-1} D.$$

(2) 企業の立地均衡条件

本稿で考える多産業 SISC モデルでは、企業の各立地点に対する選好に異質性があると仮定する。産業 i の企業 f は、以下で表される利潤が最大となる立地点 c を選択する:

$$\max_c \Pi_{c,f}^{(i)} \equiv \Pi_c^{(i)} + \epsilon_{c,f}^{(i)}.$$

ここで、 $\epsilon_{c,f}^{(i)}$ は、産業 i の企業 f 固有の立地点 c に対する選好を表す確定項である。いま、各立地点 i の産業 i の企業全体にわたる $\{\epsilon_{c,f}^{(i)}, \forall f\}$ の分布が平均 0、分散 $\pi^2/\{6(\theta^{(i)})^2\}$ の Gumbel 分布に従い、その分布が全立地点間で独立かつ同一であると仮定する。すると、立地点 c を選択する企業の割合 $P_c^{(i)}(\mathbf{n})$ は、次の Logit 型の選択関数で与えられる (e.g., Anderson et al.¹⁾):

$$P_c^{(i)}(\mathbf{n}) \equiv \frac{\exp[\theta^{(i)} \Pi_c^{(i)}(\mathbf{n})]}{\sum_d \exp[\theta^{(i)} \Pi_d^{(i)}(\mathbf{n})]}. \quad (4)$$

企業の立地選択に関する均衡条件は、式 (4) を用いて、以下の不動点問題として表現できる:

$$\mathbf{n} = \text{diag}[\mathbf{N}] \mathbf{P}. \quad (5)$$

ここで、 $\mathbf{P}^{(i)} \equiv [P_0^{(i)}(\mathbf{n}), P_1^{(i)}(\mathbf{n}), \dots, P_{C-1}^{(i)}(\mathbf{n})]^T$ と定義すると、 $\mathbf{P} \equiv [\mathbf{P}^{(0)T}, \mathbf{P}^{(1)T}, \dots, \mathbf{P}^{(I-1)T}]^T$ である。また、

$N \equiv [N^{(0)}\mathbf{1}^T, N^{(1)}\mathbf{1}^T, \dots, N^{(I-1)}\mathbf{1}^T]$. この均衡条件は, $\theta^{(i)} \rightarrow \infty$ とすると, 従来研究でもよく知られている企業が均質な場合の立地均衡条件に帰着する:

$$\begin{cases} \Pi^{(i)*} - \Pi_c^{(i)}(\mathbf{n}) = 0 & \text{if } n_c^{(i)} > 0 \\ \Pi^{(i)*} - \Pi_c^{(i)}(\mathbf{n}) \geq 0 & \text{if } n_c^{(i)} = 0 \end{cases} \quad \forall i.$$

ここで, $\Pi^{(i)*}$ は産業 i の企業の均衡利潤である.

(3) 均衡状態の安定性と分岐

本モデルの均衡状態は, 後に示されるように, 複数存在する. したがって, 均衡選択のために均衡解周りの摂動に対する安定性, すなわち局所安定性を確認する必要がある. そこで, 本節では, 企業の立地分布が均衡状態へ到達するまでの調整ダイナミクスを定義し, 均衡状態の局所安定性を調べる方法を示す.

均衡条件 (5) より, 調整ダイナミクスは

$$\dot{\mathbf{n}}(t) = \mathbf{F}(\mathbf{n}(t)) \equiv \mathbf{N}\mathbf{P}(\mathbf{n}(t)) - \mathbf{n}(t). \quad (6)$$

で定義するのが自然であろう. この調整ダイナミクスは, 進化・学習ゲーム理論分野でもよく知られている logit dynamics であり, その定常状態は, 式 (5) を満たす立地均衡状態と一致する.

調整ダイナミクスを定義すると, 動的システム理論で知られている方法により均衡解の漸近安定性を確認できる. 具体的には, 均衡状態 \mathbf{n}^* は, 調整ダイナミクス (6) の右辺の Jacobi 行列 $\nabla \mathbf{F}(\mathbf{n}^*)$

$$\nabla \mathbf{F}(\mathbf{n}^*) = \text{diag}[\mathbf{N}]\mathbf{J}(\mathbf{n}^*)\nabla \Pi(\mathbf{n}^*) - \mathbf{I} \quad (7)$$

の固有値 g の実部が全て負であれば漸近安定, そうでなければ不安定である. ここで, \mathbf{I} は単位ベクトル, $\mathbf{J}(\mathbf{n}), \nabla \Pi(\mathbf{n})$ は, 各々, $(C_i + c, C_j + d)$ 要素が $\partial P_c^{(i)}(\Pi^{(i)})/\partial \Pi_d^{(j)}, \partial \Pi_c^{(i)}(\mathbf{n})/\partial n_d^{(j)}$ の Jacobi 行列である.

SISC モデルでは, パラメータ (e.g., 交通費用 τ) の変化に伴い, 均衡状態 \mathbf{n}^* の安定性が切り替わる. この安定性が変化する現象は, 数学的には分岐現象と呼ばれ, 本モデルでは, その分岐現象により様々な集積パターンが創発する. そこで, 次章以降では, 交通費用の減少に伴う均衡解の分岐挙動を調べることで, 多産業 SISC モデルで創発する集積パターンを明らかにする.

3. 都市内空間の設定と解析の準備

(1) 都市内空間の設定

半径 1 の円周上に番号 $i = 0, 1, 2, 3$ の順に, 時計回りに 4 箇所の立地点を配置する. 隣接する立地点間の距離は均等であると仮定し, 隣接していない立地点間の距離は最短距離で定義する. すなわち, 立地点 c, d 間の距離 $\psi(c, d)$ は, 次のように表される:

$$\psi(c, d) \equiv (2\pi/4) \min\{|c - d|, 4 - |c - d|\}.$$

本稿では, 交通費用 τ の変化に伴う分岐によって創発する安定的な均衡解 (i.e., 均衡立地パターン) を調べる.

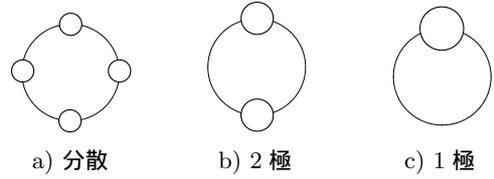


図-1 集積パターンの定義

そこで, 以降の解析で各産業の立地分布として創発する次の 3 種類の均衡立地パターンを定義しておこう:

$$\text{分散均衡状態: } \bar{\mathbf{n}}_{(4)}^{(i)} = [n^{(i)}, n^{(i)}, n^{(i)}, n^{(i)}]^T, \quad (8a)$$

$$\text{2 極集中パターン: } \bar{\mathbf{n}}_{(2)}^{(i)} = [2n^{(i)}, 0, 2n^{(i)}, 0]^T, \quad (8b)$$

$$\text{1 極集中パターン: } \bar{\mathbf{n}}_{(1)}^{(i)} = [4n^{(i)}, 0, 0, 0]^T. \quad (8c)$$

ここで, $n^{(i)} \equiv N^{(i)}/4$ である. 分散均衡状態は, 各立地点に企業が均等に分布する状態 (図-1 a)) である. 2 極集中パターンでは, 企業が均等な間隔で並ぶ 2 立地点に均等に分布する (図-1 b)). 1 極集中パターンは, 1 立地点に全ての企業が集積する状態 (図-1 c)) である.

(2) 空間割引行列の固有値

前節で設定した都市内空間では, 空間割引行列 D の要素の配列には, 巡回行列と呼ばれる規則性がある (巡回行列の定義とその基本特性については, Gray⁵⁾ 参照). すなわち, D は,

$$r \equiv \exp[-\tau(2\pi/4)] > 0 \quad (9)$$

と定義すると, 第 1 行ベクトルが $\mathbf{d}_0 \equiv [1, r, r^2, r]$ で与えられる巡回行列である.

空間割引行列が巡回行列となるため, その固有値 \hat{f} は, 離散 Fourier 変換 (Discrete Fourier Transform (DFT)) により容易に得られる. 具体的には, D は DFT 行列:

$$\begin{aligned} \mathbf{Z} &= [z_0, z_1, z_2, z_3] \\ z_k &= [\omega^0, \omega^k, \omega^{2k}, \omega^{3k}]^T \quad (k = 0, 1, 2, 3) \\ \omega &\equiv \exp[i(2\pi/4)] \quad (\text{i.e. } \omega^4 = 1) \end{aligned}$$

を用いた相似変換により対角化される. この性質を利用して, 以降でモデルの分岐特性を考察する際に重要な役割を果たす D をその行和 $d(r) \equiv \mathbf{d}_0 \cdot \mathbf{1}$ で正規化した行列 $D/d(r)$ の特性を調べると, 次の補題が得られる:

補題 3.1 空間割引行列 $D/d(r)$ の固有値 f は, 以下の特性を持つ.

1) 固有値 $\mathbf{f} = [f_0, f_1, f_2, f_3]^T$ は,

$$\mathbf{f} = [1, c(r), c(r)^2, c(r)]^T \quad (10)$$

で与えられる. ここで, $c(r) \equiv (1 - r)/(1 + r)$.

2) $r \in (0, 1]$ の範囲内で, $f_c (c \neq 0)$ は r に関する単調減少関数である. その各々の値域は $[0, 1)$ である.

3) $r \in (0, 1)$ の範囲において, 個々の固有値で以下の大小関係が成立する:

$$0 < f_2 < f_1 < f_0 = 1 \quad (11)$$

(3) 調整ダイナミクス Jacobi 行列の固有値

a) Jacobi 行列

本稿では、産業構造が階層化するメカニズムを明快に示すために、都市内の産業数 I が 2 種類の場合を考える。このとき、式 (7) の右辺の $J(n), \nabla\Pi(n)$ は

$$J(n) = \begin{bmatrix} J^{(0)} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & J^{(1)} \end{bmatrix}, \quad \nabla\Pi(n) = \begin{bmatrix} \Pi^{(0)} & D \\ \mathbf{0} & \Pi^{(1)} \end{bmatrix}$$

で与えられる。ここで、 $J(n), \nabla\Pi(n)$ の部分行列である $J^{(i)}, \nabla\Pi^{(i)}$ は、以下のように表される:

$$J^{(i)} = \theta^{(i)} \{\text{diag}[P^{(i)}] - P^{(i)} P^{(i)T}\}, \\ \Pi^{(i)} = -m M^{(i)T} M^{(i)} + \mu^{(i)} D - \phi^{(i)} I.$$

式 (7) に上式を代入することで $\nabla F(n)$ が得られる:

$$\nabla F(n) = \begin{bmatrix} F^{(00)} & F^{(01)} \\ \mathbf{0} & F^{(11)} \end{bmatrix}, \quad (12a)$$

$$F^{(ii)} = N^{(i)} J^{(i)} \Pi^{(i)} - I, \quad (12b)$$

$$F^{(01)} = N^{(0)} J^{(0)} D. \quad (12c)$$

b) Jacobi 行列の固有値

集積パターンが創発する分岐メカニズムを調べる準備として、全産業の企業が各立地点に均等に分布した分散均衡状態 $\bar{n} = [\bar{n}_{(4)}^{(0)T}, \bar{n}_{(4)}^{(1)T}]^T$ を考える。このときの $J^{(i)}, \Pi^{(i)}$ を $J_{(4)}^{(i)}, \Pi_{(4)}^{(i)}$ と表記すると、

$$J_{(4)}^{(i)} = (\theta^{(i)}/4) \{I - (1/4)E\}, \\ \Pi_{(4)}^{(i)} = -m \{D / (n^{(i)} d(r))\}^2 + \mu^{(i)} D - \phi^{(i)} I.$$

ここで、 E は、全ての要素が 1 の 4×4 行列である。

$J_{(4)}^{(i)}$ は巡回行列である I, E の和で表されることから、明らかに巡回行列である。したがって、その固有値 $\delta^{(i)} = [\delta_0^{(i)}, \delta_1^{(i)}, \delta_2^{(i)}, \delta_3^{(i)}]^T$ は、DFT により得られる:

$$\delta^{(i)} = (\theta^{(i)}/4) [0, 1, 1, 1]^T.$$

$\Pi^{(i)}$ も巡回行列 D, I, E の和・積で表されることから、巡回行列である。したがって、その固有値 $e^{(i)} = [e_0^{(i)}, e_1^{(i)}, e_2^{(i)}, e_3^{(i)}]^T$ は、 $D/d(r)$ の固有値 f によって次のように表される:

$$e_c^{(i)} = -m (f_c / n^{(i)})^2 + d(r) f_c - \phi^{(i)}.$$

$\nabla F(\bar{n})$ は式 (12) で表されるため、DFT 行列 Z を対角ブロックに持つ行列 $\hat{Z} \equiv \text{diag}[Z, Z]$ による相似変換を施すことで、各ブロックの部分行列 $F^{(ij)}$ が対角化される:

$$\hat{Z}^* \nabla F(\bar{n}) \hat{Z} = \begin{bmatrix} \text{diag}[\lambda^{(00)}] & \text{diag}[\lambda^{(01)}] \\ \mathbf{0} & \text{diag}[\lambda^{(11)}] \end{bmatrix}. \quad (13)$$

ここで、 \hat{Z}^* は \hat{Z} の共役転置行列、 $\lambda^{(ij)}$ は以下のように表される $F^{(ij)}$ の固有値である:

$$\text{diag}[\lambda^{(ii)}] = N^{(i)} \text{diag}[\delta^{(i)}] \text{diag}[e^{(i)}] - I, \quad (14a)$$

$$\text{diag}[\lambda^{(01)}] = N^{(0)} \text{diag}[\delta^{(0)}] \text{diag}[f]. \quad (14b)$$

式 (13) が上三角行列であることを利用すると、 $\nabla F(\bar{n})$ の固有値と固有ベクトルに関する次の補題が得られる。

補題 3.2 分散均衡状態 \bar{n} における調整ダイナミクスの Jacobi 行列 $\nabla F(\bar{n})$ の固有値、固有ベクトルは、以下のように与えられる:

- 1) 第 0, 4 固有値は常に -1 である。また、第 $4i+c$ ($c \neq 0$) 固有値 g_{4i+c} は、空間割引行列 D/d の第 c 固有値 f_c の 2 次関数で与えられる:

$$g_{4i+c} = \theta^{(i)} n^{(i)} G^{(i)}(f_c) \quad (15a)$$

$$G^{(i)}(x) \equiv -m (n^{(i)})^{-2} x^2 + \mu^{(i)} d(r) x - \phi^{(i)} - (n^{(i)} \theta^{(i)})^{-1}. \quad (15b)$$

- 2) 第 $4i+c$ 固有ベクトル v_{4i+c} は、

$$v_{4i+c} = [v_{4i+c}^{(0)T}, v_{4i+c}^{(1)T}]^T \quad (16a)$$

$$v_{4i+c}^{(0)} = \begin{cases} z_c & \text{if } i = 0 \\ a_c z_c & \text{if } i = 1 \end{cases} \quad (16b)$$

$$v_{4i+c}^{(1)} = \begin{cases} \mathbf{0} & \text{if } i = 0 \\ z_c & \text{if } i = 1 \end{cases} \quad (16c)$$

である。ここで、 z_c は DFT 行列 Z の第 c 列ベクトル、 $a_c \equiv (\lambda_c^{(11)} - \lambda_c^{(00)}) / \lambda_c^{(01)}$ 、 $\lambda_c^{(ij)}$ は式 (14) で定義される $\lambda^{(ij)}$ の第 c 要素である。

補題 3.2 で示された固有値 g_{4i+c} は、立地パターン \bar{n} が固有ベクトル v_{4i+c} 方向に変化した場合に、移動した企業が享受する利潤の増分を表している。したがって、全ての g_{4i+c} が負であれば、どの方向に立地点が変化しても企業の利潤が増加しないため、分散均衡状態 \bar{n} は安定である。一方、利潤増分 g_{4i+c} が正 ($g_{4i+c} > 0$) である場合、分散均衡状態 \bar{n} は不安定であり、立地パターンが固有ベクトル v_{4i+c} 方向に変化する。

4. 階層構造の創発

(1) 分岐の発生条件

分散均衡状態 \bar{n} において、交通費用 τ の低下に伴って分岐が発生する条件を確認しよう。均衡解が分岐するには、 $\nabla F(\bar{n})$ の固有値 $g = [g_0, g_1, \dots, g_7]^T$ のいずれかの符号が変化する必要がある。補題 3.2 より、 g_{4i+c} は $G^{(i)}(f_c)$ により与えられるため、固有値 g_{4i+c} の符号が変化するには、 f_c が取りうる値の範囲内で $G^{(i)}(f_c) = 0$ となる必要がある。 f_c ($c \neq 0$) の値域は補題 3.1 より $(0, 1]$ であるため、分岐の発生条件は、

$$\Theta^{(i)} \equiv \{\mu^{(i)} d(r)\}^2 - \frac{4m \{\phi^{(i)} + (n^{(i)} \theta^{(i)})^{-1}\}}{(n^{(i)})^2} > 0, \quad (17a)$$

$$\mu^{(i)} d(r) + \sqrt{\Theta^{(i)}} < 2m (n^{(i)})^{-2} \quad (17b)$$

で与えられる。この条件が満たされない場合、交通費用 τ が高い状況でも g_{4i+c} が常に正となり、分散均衡状態が不安定的となる。すなわち、 τ の減少に伴う分散均衡状態からの分岐が発生しない。そこで、以降では、パラメータが分岐の発生条件 (17) を満足している状況のみを考える。

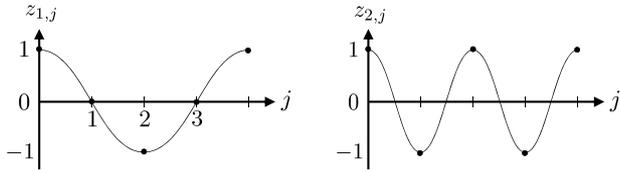


図-2-a $z_1 = [1, 0, -1, 0]^T$ 図-2-b $z_2 = [1, -1, 1, -1]^T$
 図-2 固有ベクトル z_k の配列パターン

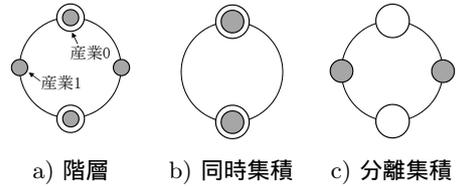


図-3 集積パターンの定義

(2) 分岐により創発し得る集積パターン

分岐が発生した際に企業が立地点を変更する方向は、 $\nabla F(\bar{n})$ の固有ベクトル v_{4i+c} の配列パターンにより表現される。そこで、分岐により創発し得る立地パターンを、補題 3.2 を利用して整理しておこう。そのために、最初に、分岐により創発し得る産業 j の企業立地パターンを $v_{4i+c}^{(j)}$ により調べる。そして、両産業の企業の同時立地パターンを v_{4i+c} から確認する。

まず、産業 j のみに着目して、分岐により創発する集積パターンを調べよう。 $v_{4i+c}^{(j)}$ は z_c の定数倍で与えられるため、産業 j の企業立地パターンは、 z_c の配列パターン (図-2) で与えられる。より具体的には、 $z_1 = z_3$ の配列パターン (図-2-a) は 1 極集中パターン (図-1 c) 方向、 z_2 の配列パターン (図-2-b) は 2 極集中パターン (図-1 b) 方向に企業の集積が進むことを表している。

次に、2 産業の企業の同時立地パターンを v_{4i+c} の配列パターンから調べよう。まず、 $i = 0$ の場合、 $v_{4i+c}^{(1)} = 0$ となるため、産業 0 の企業のみが $v_{4i+c}^{(0)}$ 方向 (i.e., 2 極集中か 1 極集中方向) に集積する。これは、明らかに図-3 a) で表される産業の階層構造が創発する立地パターン (以降、階層パターン) である。次に、 $i = 1$ の場合、 $a_c > 0$ であれば、両産業とも z_c 方向に集積する。これは、図-3 b) で示した両産業が同時に同じ立地点に集積する立地パターン (以降、同時集積パターン) を表している。 $a_c < 0$ となる場合は、産業 0 が $-z_c$ 方向、産業 1 が z_c 方向に集積する。これは、図-3 c) で表現される各産業が異なる立地点に集積する立地パターン (以降、分離集積パターン) が創発することを意味している。

(3) 階層構造の創発条件

分散均衡状態から交通費用の減少に伴い発生する分岐挙動を調べよう。分岐が発生するのは $g_{4i+c} = 0$ を満たす瞬間である。したがって、 f_c が $G^{(i)}(f_c) = 0$ の解

$$x_{\pm}^{(i)} = \frac{(n^{(i)})^2 \{ \mu^{(i)} d(r) \pm \sqrt{\Theta^{(i)}} \}}{2m} > 0 \quad (18)$$

で表される臨界値に達すると分岐が発生する。この臨界値 $x_{+}^{(i)}$ は r の単調増加関数、 $x_{-}^{(i)}$ は単調減少関数である。

得られた f_c の分岐臨界値 $x_{\pm}^{(i)}$ を利用することで、交通費用 τ を減少させた場合の分岐挙動を明らかにすることができる。ただし、本稿では、 τ と r に一対一対応関係 (9) があることから、 r の変化に伴う分岐挙動を示す。

初期状態では、交通費用が十分高く (r が十分大きく) $f_c > x_{+}^{(i)} \forall i, c \neq 0$ が成立しているとしよう。式 (15) よ

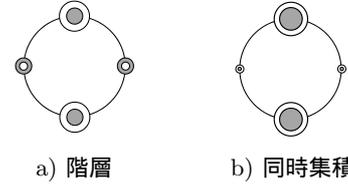


図-4 分岐方向

り、この条件は $g_{4i+c} < 0 \forall i, c$ 、すなわち、分散均衡状態が安定であることを意味している。

次に、 r が徐々に増加 (i.e., 交通費用が減少) する状況を考えよう。 r が増加すると、 f_c が減少、 $x_{+}^{(i)}$ が増加するため、ある i, c について、

$$f_c \leq x_{+}^{(i)} \quad \exists i, c,$$

が成立する。これは、 $g_{4i+c} \geq 0 \exists i, c$ 、すなわち分散均衡状態 \bar{n} が不安定化することを意味している。ここで、最初に $f_c \leq x_{+}^{(i)}$ となる i, c は、明らかに $x_{+}^{(i)}$ が最大となる i と f_c が最小となる c である。式 (18) より、 $x_{+}^{(i)}$ が最大となる i は、 $N^{(i)}, \theta^{(i)}$ が大きく、 $\phi^{(i)}$ が小さい i である。また、補題 3.1 より、

$$\arg \min_c f_c = 2$$

である。したがって、 $f_2 = x_{+}^{(i)}$ を最初に満たす $r = r_{+}^*$ において、固有ベクトル v_{4i+2} に対応した集積パターンが創発する。以上で得られた結果から、次の命題が与えられる。

命題 4.1 多産業 SISC モデルにおいて、分岐の発生条件 (17) が常に満たされると仮定する。 r が十分小さく分散均衡状態 \bar{n} が安定的な状態から r を増加させると、

- 1) $f_2 = x_{+}^{(i)}$ を最初に満たす $r \equiv r_{+}^*$ で、分散状態から集積パターンへの分岐が発生する。
- 2) 分岐により創発する集積パターンは、
 - $x_{+}^{(0)} > x_{+}^{(1)}$ の場合: 産業 0 のみが 2 極集中方向に集積するパターン (図-4 a))、
 - $x_{+}^{(0)} \leq x_{+}^{(1)}$ の場合: 産業 0, 1 とともに 2 極集中方向に集積するパターン (図-4 b)) である。
- 3) 産業 0 の方が産業 1 より集積力が大きい (i.e., $N^{(0)} > N^{(1)}, \theta^{(0)} > \theta^{(1)}$) もしくは分散力が小さい (i.e., $\phi^{(0)} < \phi^{(1)}$) 場合、階層パターン方向への分岐が発生する。

後の計算で示されるように、分岐により図-4 a) で示した集積パターンが創発した場合、 r がさらに増加すると図-3 a) の階層パターンが安定化する。同様に、図-4 b) の集積パターンは図-3 b) の同時集積パターンとなる。

