

高速道路上の経路選択を考慮した拡張型利用者均衡配分モデルの実証的研究*

Study on Traffic Assignment Model Considering Route Choice on Expressway*

井上紳一**・山口修一***・鈴木裕介***・円山琢也****・森田緯之*****

By Shin-ichi INOUE**, Shuichi YAMAGUCHI***, Yusuke SUZUKI,
Takuya MARUYAMA****, Hirohisa MORITA*****

1. はじめに

首都高速道路(株)では現在、交通量推計に高速転換率内生利用者均衡配分を用いている。このモデルではOD間の経路選択に図1のような構造を仮定しており、「高速道路を利用する／利用しない」の選択率(高速転換率)が二項ロジットで記述される。

高速転換率内生利用者均衡配分モデルでは、OD間に高速道路経由の適当な経路が存在しない場合でも、不自然な高速道路経由経路にロジット式に従って少なからず交通量が配分されることになる。不自然な経路であれば経路コストが大きくなるので高速転換率は低くなるはずであるが、特にOD間距離が長い場合にはロジット式のスケールパラメータ θ が小さくなる(ランダム性が強くなる)傾向があるため、不自然な経路に配分される交通量は無視できない。これが原因となって、高速道路を短区間のみ走行して直ぐに一般道路に降りてしまうような不自然な利用形態で過大推計が生じやすく、これを抑えるための検討をこれまで重ねてきた。

このような不自然な高速道路経由の経路が選択されるのは、高速道路を経由する複数の経路のうちどの経路を選ぶのかにおいて、一般化費用最小経路を確定的に選択するという単純な選択ルールを用いていることが一因と考えられる。だとするならば、高速転換率式を改良しただけでは問題は解決できない。

そこで本研究では、経路選択構造にネステッドロジットと確定的選択を組み合わせた構造を仮定し、且つ、ロジット式のパラメータをOD間距離や高速道路ランプ間距離の関数として構造化することにより、配分モデルの現況再現性と合理性を向上させることを目指した。

2. 既往研究と本研究の位置づけ

OD間の経路選択における「高速道路を利用する／利用しない」の選択に二項ロジット式を適用した交通量配分モデルには様々なバリエーションが考えられるが、その基本となるのは図1の経路選択構造を仮定した松井・藤田(2000a)によるモデルである。

また、長澤ら(1999)は、「一般道路のみ経由経路同士の選択」および「高速道路経由経路同士の選択」にもそれぞれロジットモデルを適用した、2レベルのネステッドロジット型のモデルを提案している。ただし、このモデルでは下位レベルにおいて膨大な経路選択肢を対象としたロジット型の配分を行なわなくてはならないため、経路を明示的に列挙する必要のないDialアルゴリズムやMarkov Chain配分アルゴリズム等を用いるか、または、経路選択肢数があまり多くならないように配分対象経路を限定する必要がある。しかし、Dialアルゴリズムには経路集合が一定しない問題、Markov Chain配分アルゴリズムにはループ経路の問題があり、配分対象経路を限定する解法には経路集合に選び方によって解が異なるという問題がある。また、一般道路部分を含む詳細な経路観測データが現時点では不足しており、経路選択モデルのパラメータ推定が難しい。したがって、このモデルには実用化にあたっての課題が残る。

一方、三輪・森川(1998)は図3のように「高速道路入口の選択」のステップを含む3レベルのネステッドロジット型モデルを、また、三輪・森川(2000)は図4のように「高速道路入口・出口ペアの選択」のステップを含む3レベルのネステッドロジット型モデルを提案している。これらのモデルも、長澤ら(1999)と同様の理由で実用化に向けた難点がある。

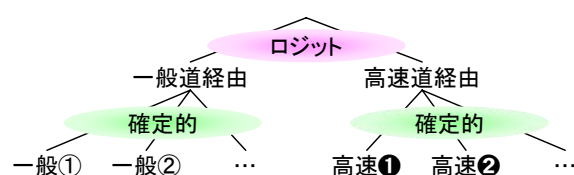


図1 高速転換率内生利用者均衡配分モデル
(松井・藤田2000a)の経路選択構造

* キーワード：交通ネットワーク分析, 経路選択

** 正員, 修(工), (財)計量計画研究所 交通まちづくり研究室(東京都新宿区市谷本村町2-9)

*** 首都高速道路(株) 計画・環境部交通調査グループ

**** 正員, 博(環境), 熊本大学 政策創造研究教育センター

***** 正員, 工博, 日本大学 総合科学研究所

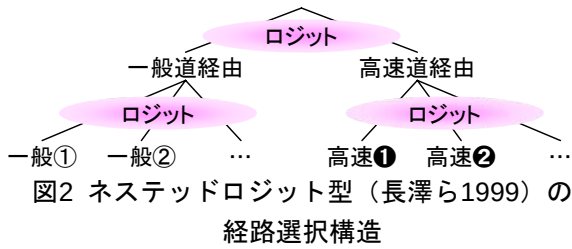


図2 ネステッドロジット型（長澤ら1999）の経路選択構造

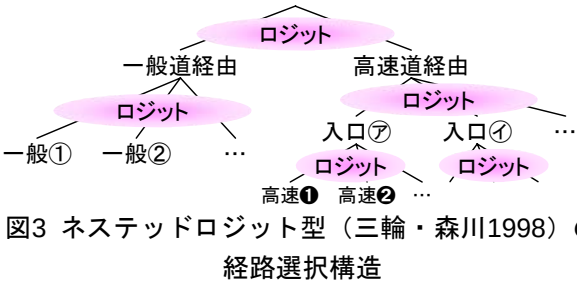


図3 ネステッドロジット型（三輪・森川1998）の経路選択構造

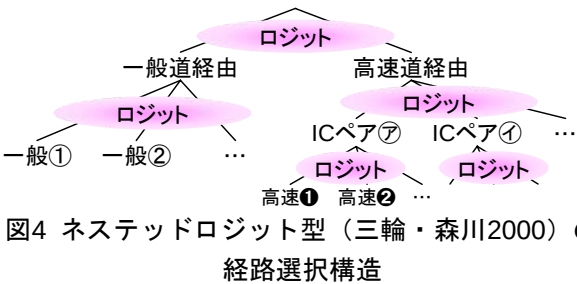


図4 ネステッドロジット型（三輪・森川2000）の経路選択構造

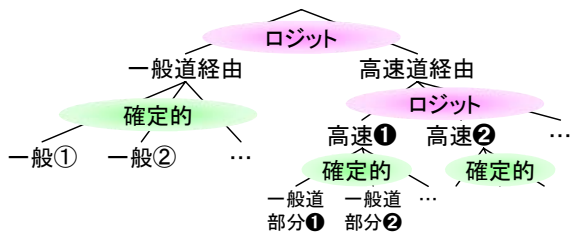


図5 提案モデル（その1）の経路選択構造

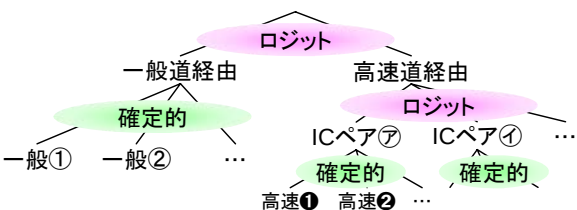


図6 提案モデル（その2）の経路選択構造

これらの既往モデルに対して、本研究で提案するモデル（その1）は図5に示す経路選択構造を仮定している。即ち、基本的には「高速道路を利用する／利用しない」の選択と「高速道路経路経路同士の選択」をロジットで記述した、ネステッドロジットに類似したモデルである。ただし、長澤ら(1999)や三輪・森川(1998, 2000)とは異なり、「一般道路のみ経路経路同士の選択」については一般化費用最小ルールによる確定的選択を仮定しており、また、高速道路経路経路についてもそのうち一般道路を走行する

区間（「発地→高速道路入口」区間と「高速道路出口→着地」区間）については確定的選択を仮定し、高速道路を走行する区間の選択のみにロジット式を適用している。

このようにロジットと確定的選択のハイブリッドの経路選択構造とすることによって、一般道路部分では確定的均衡が成立するので明示的に経路選択肢を扱う必要がなくなり、高速道路部分のみで経路選択肢集合を考えればよくなる。一般に、一般道路上でロジット配分を行なう場合には膨大な経路選択肢を考慮する必要があるのに対して、高速道路上の経路だけであれば経路選択肢数が桁違いに少なくなるので、求解が容易になる。

また、経路選択肢の扱いを更に簡略化して、図6のように「高速道路入口・出口ペアの選択」をロジットモデルで記述し、入口から出口までの高速道路上の経路については一般化費用最小の経路が確定的に選択されると仮定したモデル（その2）も考えられる。図4と図6の比較から分かるように、このモデルは三輪・森川(2000)のモデルの一部を確定的選択に置き換えたものである。

本研究で提案するこれらのモデルのメリットは、図1のモデルに比べて高速道路経路経路同士の選択をより柔軟に記述できると同時に、図2～4のモデルに比べて経路選択肢集合が小さくなるため配分計算の負荷を抑えることができ、モデルの実用化が比較的容易であることにある。

3. モデルの定式化

第5章で後述するように、今回はパラメータ推定に用いるデータの制約から、第2章で提案した2つのモデルのうちモデル（その2）についてのみ実証分析を行なったので、ここではモデル（その2）のみについて定式化を以下に示す。ただし、モデル（その1）についても、後述の経路集合 K_{rs}^E の定義を変更するだけでほぼ同様に定式化が可能である。

ODペア rs 間において高速道路を経由する経路の効用は次式で表される。

$$V_{rs,k} = \sigma_{rs} \cdot t_{rs,k} + \rho_{rs,k} \cdot \pi_{rs,k} \quad \forall rs \in \Omega, \forall k \in K_{rs}^E \quad (1)$$

ここに、

$V_{rs,k}$: ODペア rs 間の経路 k の効用

$t_{rs,k}$: ODペア rs 間の経路 k の旅行時間

$\pi_{rs,k}$: ODペア rs 間の経路 k の道路料金

$\sigma_{rs}, \rho_{rs,k}$: パラメータ

K_{rs}^E : ODペア rs 間の高速道路経路経路の集合

Ω : ODペアの集合

ODペア rs 間における高速道路経由の経路群のうち、高速道路入口 i と出口 j が共通である経路群は確定的均衡条件を満たす。（経路上の高速道路入口と出口が共通ならば他の経由リンクが違っていても経路効用は均衡する）

$$f_{rs,k} \cdot (V_{rs}^{ij} - V_{rs,k}) = 0 \quad \forall rs \in \Omega, \forall ij \in \Gamma_{rs}, \forall k \in K_{rs}^{ij} \quad (2a)$$

$$f_{rs,k} \geq 0 \quad \forall rs \in \Omega, \forall ij \in \Gamma_{rs}, \forall k \in K_{rs}^{ij} \quad (2b)$$

$$V_{rs}^{ij} - V_{rs,k} \geq 0 \quad \forall rs \in \Omega, \forall ij \in \Gamma_{rs}, \forall k \in K_{rs}^{ij} \quad (2c)$$

ここに、

$f_{rs,k}$: ODペア rs 間の経路 k の交通量

V_{rs}^{ij} : ODペア rs 間の高速道路経由経路のうち高速道路入口 i と出口 j を通る経路の最大効用

K_{rs}^{ij} : ODペア rs 間の高速道路経由経路のうち高速道路入口 i と出口 j を通る経路の集合

Γ_{rs} : ODペア rs 間の高速道路経由経路が通過する高速道路入口と出口のペアの集合

ODペア rs 間における高速道路経由の経路群について、経路選択確率は以下のロジットモデルに従う。

$$\frac{f_{rs}^{ij}}{u_{rs}^E} = \frac{\exp(V_{rs}^{ij})}{\sum_{ij \in \Gamma_{rs}} \exp(V_{rs}^{ij})} \quad \forall rs \in \Omega, \forall ij \in \Gamma_{rs} \quad (3)$$

ここに、

u_{rs}^E : ODペア rs 間の高速道路経由の交通量

f_{rs}^{ij} : ODペア rs 間の高速道路経由経路のうち高速道路入口 i と出口 j を通る経路の交通量の合計

ODペア rs 間の高速道路経由の場合のOD間期待最大効用は次式で定義される。

$$S_{rs}^E = \ln \sum_{ij \in \Gamma_{rs}} \exp(V_{rs}^{ij}) \quad \forall rs \in \Omega \quad (4)$$

ここに、

S_{rs}^E : ODペア rs 間の高速道路経由の場合のOD間期待最大効用

ODペア rs 間において一般道路のみを経由する経路は、確定的均衡条件を満たす。

$$f_{rs,k} \cdot (c_{rs,k} - C_{rs}^G) = 0 \quad \forall rs \in \Omega, \forall k \in K_{rs}^G \quad (5a)$$

$$f_{rs,k} \geq 0 \quad \forall rs \in \Omega, \forall k \in K_{rs}^G \quad (5b)$$

$$c_{rs,k} - C_{rs}^G \geq 0 \quad \forall rs \in \Omega, \forall k \in K_{rs}^G \quad (5c)$$

ここに、

$c_{rs,k}$: ODペア rs 間の経路 k の旅行時間

C_{rs}^G : ODペア rs 間の一般道路のみ経由の場合のOD間最小旅行時間

K_{rs}^G : ODペア rs 間の一般道路のみ経由経路の集合

ODペア rs 間において高速道路経由を選択する確率（高速転換率）は、以下の二項ロジットモデルに従う。

$$\begin{aligned} \frac{u_{rs}^E}{q_{rs}} &= \frac{\exp(\phi_{rs} \cdot S_{rs}^E)}{\exp(\phi_{rs} \cdot S_{rs}^E) + \exp(\phi_{rs} \cdot \sigma_{rs} \cdot C_{rs}^G + \psi_{rs})} \\ &= \frac{1}{1 + \exp\{\phi_{rs} \cdot (\sigma_{rs} \cdot C_{rs}^G - S_{rs}^E) + \psi_{rs}\}} \quad \forall rs \in \Omega \end{aligned} \quad (6)$$

ここに、

q_{rs} : ODペア rs 間のOD交通量

ϕ_{rs}, ψ_{rs} : パラメータ

交通量は以下のフロー保存則を満たす。

$$\sum_{k \in K_{rs}^{ij}} f_{rs,k} = f_{rs}^{ij} \quad \forall rs \in \Omega, \forall ij \in \Gamma_{rs} \quad (7)$$

$$\sum_{ij \in \Gamma_{rs}} f_{rs}^{ij} = u_{rs}^E \quad \forall rs \in \Omega \quad (8)$$

$$\sum_{k \in K_{rs}^G} f_{rs,k} = u_{rs}^G \quad \forall rs \in \Omega \quad (9)$$

$$u_{rs}^E + u_{rs}^G = q_{rs} \quad \forall rs \in \Omega \quad (10)$$

$$\sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in K_{rs}} \delta_{rs,k}^a \cdot f_{rs,k} = x_a \quad \forall a \in A \quad (11)$$

ここに、

u_{rs}^G : ODペア rs 間の一般道路のみ経由の交通量

x_a : リンク a の交通量

K_{rs} : ODペア rs 間の全経路の集合

A : リンクの集合

以上の式(1)~(11)は以下の数理最適化問題と等価である。（等価性の証明は省略する。）

minimize $Z =$

$$\begin{aligned} &\sum_{a \in A} \int_0^{x_a} t_a(w) \cdot dw + \sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in K_{rs}^E} \frac{\rho_{rs,k} \cdot f_{rs,k} \cdot \pi_{rs,k}}{\sigma_{rs}} \\ &- \sum_{rs \in \Omega} \frac{q_{rs}}{\sigma_{rs} \cdot \phi_{rs}} \cdot \left(\frac{u_{rs}^E}{q_{rs}} \cdot \ln \frac{u_{rs}^E}{q_{rs}} + \frac{u_{rs}^G}{q_{rs}} \cdot \ln \frac{u_{rs}^G}{q_{rs}} - \psi_{rs} \cdot \frac{u_{rs}^G}{q_{rs}} \right) \\ &- \sum_{rs \in \Omega} \frac{u_{rs}^E}{\sigma_{rs}} \cdot \sum_{ij \in \Gamma_{rs}} \frac{f_{rs}^{ij}}{u_{rs}^E} \cdot \ln \frac{f_{rs}^{ij}}{u_{rs}^E} \end{aligned} \quad (12)$$

制約条件：式(7)~(10)

ここに、

$t_a(\cdot)$: リンク a のリンクコスト関数

$$x_a = \sum_{rs \in \Omega} \sum_{k \in K_{rs}} \delta_{rs,k}^a \cdot f_{rs,k} \quad \forall a \in A$$

目的関数を解析することによって、 x_a , u_{rs}^E , u_{rs}^G , f_{rs}^{ij} の最適解は一意であることがわかる。

4. モデルの解法

部分線形化法やSimplicial Decomposition法などが考えられるが、代表的な解法として部分線形化法のフローを図7に示す。なお、本モデルでは経路コストをリンクコストの線形和として表すことができないため、最短経路探索や目的関数の評価に工夫が必要となる。詳しくは井上(2004)を参照されたい。

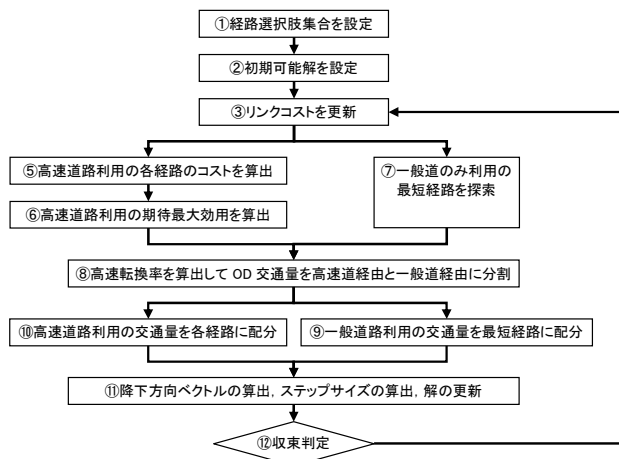


図7 部分線形化法による計算手順

5. パラメータ推定結果

OD間における高速道路利用の有無および高速道路上の経路の実績を把握可能なデータソースとしては、道路交通センサスOD調査のマスターデータや、各道路会社が実施する起終点調査のデータがある。

道路交通センサスOD調査データは道路会社を問わず様々な利用形態のトリップが採られており、高速道路を使わないトリップも把握されているため、パラメータ推定に適したデータであると考えられる。しかし、サンプル率が低く、特に高速道路を利用しているトリップの捕捉は不十分である。また、道路交通センサスOD調査における経路に関する調査項目は、高速道路利用の有無および、利用した入口と出口のみであり、入口から出口までのルートは判らないため、モデル（その2）のパラメータ推定は可能だがモデル（その1）の推定に用いることはできない。

一方、道路会社の起終点調査データは詳細な経路が分かり、サンプル率も高いが、choice baseのデータであり自社路線を利用していないトリップは把握できないため、モデルの推定に用いるためには複数のデータソースをミックスする必要がある。

以上を踏まえ、H17道路交通センサスOD調査のオーナーマスターデータを用いて、モデル（その2）のパラメータ推定を行なった。

本研究におけるモデルでは、ロジットモデルのパラメータをOD間距離やランプ間距離の関数として構造化している点が特徴である。料金に関するパラメータ ρ をランプ間距離の関数と置くことによって、第1章で述べた「高速道路を短区間のみ走行して直ぐに一般道路に降りてしまう不自然な経路」に交通量が過大に配分されることを避けることが可能である。

パラメータ推定には段階推定法を用いることとし、まず、ネステッドロジット部分の下位レベル（どの

入口・出口ペアを利用するかを選択）について、パラメータを以下のように構造化した。

$$\sigma_{rs} = \sigma \quad (13)$$

$$\rho_{rs,k} = d + e \cdot \exp(f \cdot l_{ij}) \quad (14)$$

ここに、

l_{ij} : 高速道路を経由する経路上の高速道路入口から出口までの最短距離

d, e, f : パラメータ

重み付き最尤法によるパラメータ推定結果を表1に示す。尤度比と的中率が低いのは選択枝数が多い（ODペアあたり10枝程度）ためと思われるが、概ね有意なパラメータを得られている。時間のパラメータ σ を料金のパラメータ ρ で除して得られる時間価値はランプ間距離が短いほど低くなり、ランプ間距離ゼロでは時間価値もほぼゼロとなっている。これは、高速道路の利用距離が短ければ高速道路に乗っても細切れの時間節約しか得られず利用価値が低いことを表していると解釈できる。

表1 下位選択のパラメータ

σ		-0.04740	(-19.48)
$\rho_{rs,k}$	d	-0.0007416	(-17.15)
	e	-0.0142836	(-14.55)
	f	-0.22191	(-22.10)
尤度比		0.067	
的中率		26.1%	
サンプル数		5,124	

※括弧内はt値

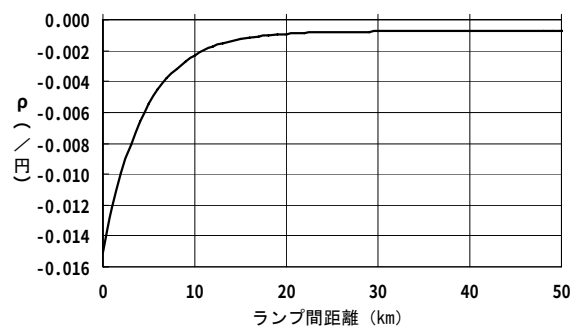


図8 パラメータ ρ の概形

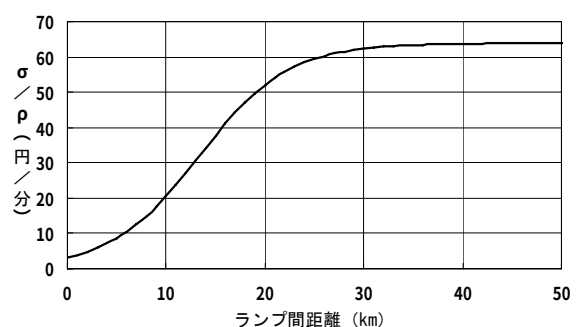


図9 σ/ρ の概形

次に、ネステッドロジット部分の上位レベル（高速道路を使うか否かの選択）について、パラメータを以下のように構造化した。

$$\phi_{rs} = \phi \quad (15)$$

$$\psi_{rs} = n + p \cdot \exp(q \cdot L_{rs}) \quad (16)$$

ここに、

L_{rs} : ODペア rs 間の距離

n, p, q : パラメータ

重み付き最尤法によるパラメータ推定結果を表2に示す。今回のパラメータ推定では制約条件 $\phi \leq 1$ を課している。制約を課しないと僅かに1を超えてしまうが、今後パラメータ推定方法を見直す予定であるので、 $\phi > 1$ が得られる可能性があると考えている。

また、 ψ はOD間距離に対して逓減しており、既往研究（中村ら2004，渡邊ら2004，荒巻ら2009）と同じ傾向を示している。

表2 上位選択のパラメータ

ϕ		+1.00000	(-34.79)
ψ_{rs}	n	+2.16847	(+21.10)
	p	+2.56387	(+12.58)
	q	-0.06311	(-6.99)
尤度比		0.591	
的中率		88.2%	
サンプル数		26,219	

※括弧内はt値

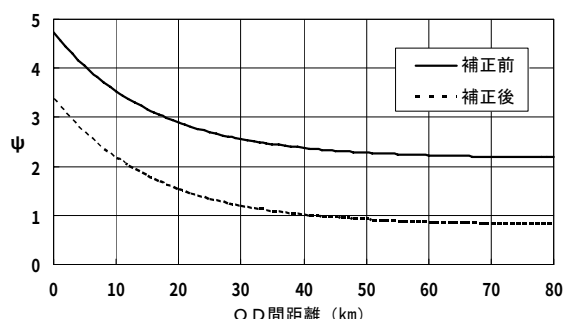


図10 ψ の概形

以上で推定したパラメータをそのまま交通量配分に用いると、高速道路の交通量は実績値に対して大幅な過小推計となる。これは、パラメータ推定に用いた道路交通センサスOD調査のマスターデータを拡大集計して得られる高速道路の利用台数が実績値の約半分にしかならない事による。センサスOD調査が過小である原因としては、回答者が実際には高速道路を利用したのにその旨を記入していない、あるいは、サンプルに偏りがあり高速道路利用者層が十分に捕捉されていない等が考えられる。そのため、パラメータ ψ を図10に点線で示すように調整し、首都高速道路の利用台数が実績値に一致するようにした。

6. モデルの適用性の検討

首都高速道路を含む首都圏の道路ネットワークにモデルを適用し、平成17年実績データに対する現況再現性を検証した。

首都高速道路の料金圏別交通量を表3に示す。新モデルは現行モデルとほぼ同等の再現性を有している。

首都高速道路上のリンク交通量の再現性（実績値と推計値の相関グラフ）を図11～12に示す。統計指標で見ると、新モデルは現行モデルに比べて再現性が僅かに改善されている。

表3 首都高速道路料金圏別交通量

		実績	現行モデル	新モデル
利用台数 (千台/日)	東京線	879	859 [-20](0.98)	852 [-27](0.97)
	神奈川線	291	241 [-50](0.83)	278 [-13](0.96)
	埼玉線	41	54 [+14](1.33)	76 [+35](1.87)
	全線	1,040	1,027 [-13](0.99)	1,036 [-4](1.00)
走行台キロ (千台km/日)	東京線	17,702	17,668 [-34](1.00)	18,206 [+504](1.03)
	神奈川線	4,355	3,988 [-367](0.92)	4,185 [-170](0.96)
	埼玉線	306	477 [+171](1.56)	547 [+241](1.79)
	全線	22,363	22,133 [-230](0.99)	22,938 [+575](1.03)
平均利用距離 (km)	東京線	20.13	20.57 [+0.44](1.02)	21.36 [+1.23](1.06)
	神奈川線	14.97	16.55 [+1.58](1.11)	15.04 [+0.07](1.00)
	埼玉線	7.52	8.79 [+1.27](1.17)	7.19 [-0.33](0.96)
	全線	21.50	21.55 [+0.05](1.00)	22.15 [+0.65](1.03)

[角カッコ内は実績との差] (丸カッコ内は実績との比)

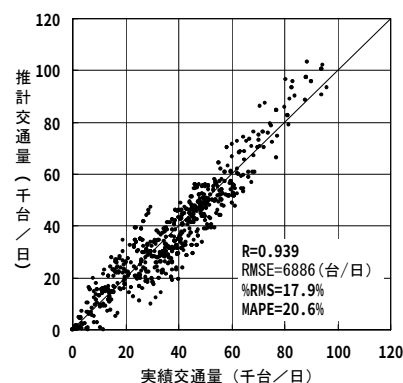


図11 現行モデルによるリンク交通量の再現性

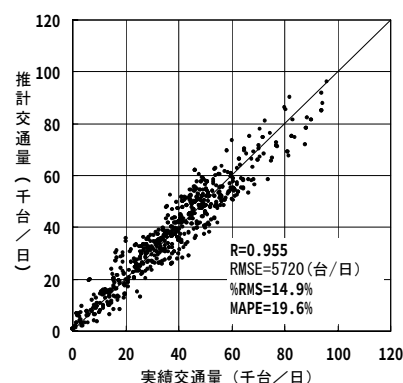


図12 新モデルによるリンク交通量の再現性

首都高速道路利用距離の分布を図13に示す。単純な高速転換率内生化利用者均衡配分モデルでは、「高速道路を短区間のみ走行して直ぐに一般道路に降りてしまうような不自然な経路」に交通量が過大に配分されるため、利用距離0～4km帯で大きなピークが現れている。現行モデルでは、このような短区間利用の発生を抑える工夫を加えているために、利用距離分布の再現性が向上しているが、6～8km帯における実績値のピークを再現できていない。新モデルでは2～4km帯で過大推計となる一方、12～30kmでは過小推計となっており、改善の余地がある。

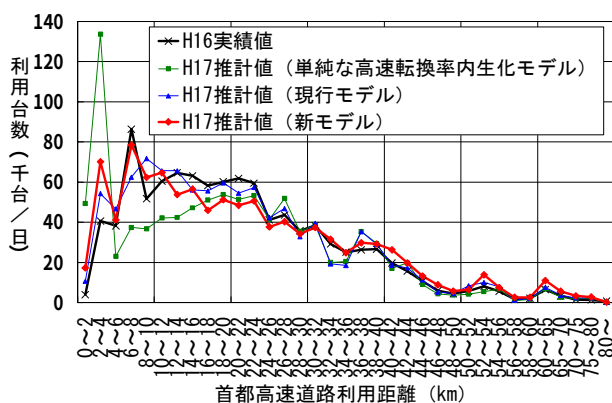


図13 首都高速道路利用距離の分布

7. 今後の課題

本研究で構築したモデルは、理論的には合理性、説明性に優れたモデルであるが、実務へ適用性の観点からは更に改善を図って行く予定である。今後の要検討項目としては以下のものが挙げられる。

- 経路選択枝数が増えるにつれて交通量配分に要する計算時間やメモリー消費量が増加するため、何からのルールによって経路選択枝を定義し、選択枝数を抑える必要がある。なるべく実績に即した経路選択枝集合の生成方法について検討が必要である。
- 今回はパラメータ推定に道路交通センサスOD調査データを用いたが、センサスOD調査の主目的はOD交通量の把握であって、経路選択モデルの推定にデータを用いるにあたってはサンプル数や経路情報の精度に懸念がある。そこで、道路会社の起終点調査データをパラメータ推定に用いることが考えられるが、それにあたっては、首都高速とNEXCOの起終点調査データをミックスして用いる必要があり、各サンプルの重みの補正、重複データの取捨選択、不足する情報の補完等が必要になる。

- パラメータの構造化に用いる関数型は今回は指数関数のみを検討したが、他の関数型（対数関数、冪乗など）の適用も考えられる。

謝辞

本研究を進めるにあたっては、連名者の他に小根山裕之准教授（首都大学東京）、清水哲夫准教授（東京大学）、金子雄一郎准教授（日本大学）からも貴重な助言をいただいた。

また、三輪富生准教授（名古屋大学）が図5と同一の構造を持ったモデルを定式化されており（未発表）、本モデル構築の参考にさせていただいた。

参考文献

- 荒巻景介・山田貴久・加藤昌樹・井上紳一・高橋勝美・稲原宏 (2009), 名古屋高速道路における高速転換率内生化利用者均衡配分モデルの適用検討, 土木計画学研究・講演集, Vol. 40
- 井上紳一 (2004), 経路コストの加法性の仮定を緩和した利用者均衡配分モデル, 土木計画学研究・講演集, Vol. 30
- 長澤英春・松井寛・藤田素弘 (1999), 大都市圏道路ネットワークにおける確率的利用者均衡配分の適用研究, 土木計画学研究・講演集, Vol. 22(2), pp. 195-198
- 中村毅一郎・森田綽之・井上紳一・中野敦・遠藤弘太郎 (2004), 首都高速道路における転換率内生化利用者均衡配分モデルの適用, 土木計画学研究・講演集, Vol. 29
- 松井寛・藤田素弘 (2000a), 高速道路を含む都市圏道路網における利用者均衡配分モデルの実用化に関する研究, 土木学会論文集, No. 653/IV-48, pp. 85-94
- 松井寛・藤田素弘 (2000b), 大都市圏道路網を対象とした拡張型利用者均衡配分モデルの開発とその実用化, 土木計画学研究・論文集, Vol. 17, pp. 15-28
- 三輪富生・森川高行 (1998), 複数の高速道路経路選択を考慮した均衡配分モデルに関する研究, 土木計画学研究・講演集, Vol. 21(2), pp. 761-764
- 三輪富生・森川高行 (2000), 複数の高速道路経路を考慮した確率的均衡配分法に関する研究, 土木計画学研究・講演集, Vol. 23(2), pp. 739-742
- 渡邊健司・中村毅一郎・森田綽之・井上紳一 (2004), 首都高速道路における利用者均衡配分モデルの適用検討, 第24回交通工学研究発表会論文報告集, pp. 153-156