応用都市経済(CUE)モデルの一般均衡体系への拡張*

Expansion of CUE model to general equilibrium system*

武藤慎一**

*By Shinichi MUTO***

１．はじめに

応用都市経済（CUE: Computable Urban Economic）モデルは筆者が上田孝行先生とともに研究開発してきた，都市圏を対象とする交通整備の評価に対し，立地への影響まで踏まえた便益評価が可能なモデルである．それらは，山崎らによって実務へも積極的に適用され，その有用性が示されている[1)]．CUEモデルは，都市圏内の詳細な交通ネットワーク分析と，主体の立地行動および財消費行動を統合的に扱っている点に特徴があり，さらに立地変更を踏まえた地域ごとの帰着便益を把握できることも大きな利点である．しかし，CUEモデルは交通市場と土地市場のみを扱った部分均衡（あるいは多市場同時均衡）であり，交通と土地以外に及ぶ間接効果の計測は困難であった．そこで武藤ら[2)]は，CUEモデルを応用一般均衡（CGE）分析の枠組みに基づく一般均衡へ拡張した立地変化を考慮したCGEモデルを開発した．その結果，交通，土地以外の市場に及ぼされる間接効果まで含めて便益評価が可能となった．

これに対し，本研究は「CGEモデルの枠組みを活かす形で立地計算が行えないか」を吟味することにより，簡便なCUEモデルの一般均衡体系への拡張を検討することが目的である．より具体的には，立地変化を考慮したCGEモデルが，一人あたり家計あるいは一人あたり従業者に着目してモデル化するCUEモデルに倣ってCGEモデルを展開しているのに対し，本稿で検討するモデルはゾーンにおいて集計家計あるいは集計企業を想定するSCGEモデルを念頭におき，集計タイプのモデルとして価格の均衡計算を行い，その結果から家計の立地変化を推計するというものである．これであれば，均衡価格計算の実行までは既存SCGEモデルと全く同様であり，それに追加的に立地計算が行えるという点でより簡便に立地計算が行えると考えたものである．

以下では，まずSCGEモデルの概要を示し，その集計タイプのモデルに立地モデルを組み込むことを検討する．

＊ キーワーズ：CUEモデル，一般均衡体系，便益評価

＊＊ 正会員 博(工) 山梨大学大学院医学工学総合研究部
（山梨県甲府市武田 4-3-11，TEL：055-220-8599，E-mail：smutoh@yamanashi.ac.jp）

２．Barro型CES関数の概要

ここでは，まず武藤，森杉，青木，桐越[3)]に基づくBarro型CES関数を用いたSCGEモデルを示し，そのSCGEモデルをベースに立地モデルの導入を後の章で検討する．

Barro型CES関数とは，Barro and Martin[4)]にて提示されたCES関数であり，これを用いることにより代替弾力性がゼロの場合すなわちレオンチェフ関数（非代替モデル）が整合的に誘導できるのである．従来のCES関数[5)]は，実は厳密には代替弾力性をゼロとおいても標準的SCGEモデル[6)]で用いられるレオンチェフ関数が誘導できなかったのである．例えば，標準的なSCGEモデルで用いられるアイスバーグ型の貨物輸送モデルや，旅客交通における交通一般化価格モデルも非代替モデルの一種であるが，これらを交通モデルの中心としている従来のSCGEモデルは，最初から交通モデルを非代替モデルに限定して定式化していたといえる．これをより一般的とするには，CES関数の適用が必要と考えられるが，しかし旧来のCES関数では，代替弾力性をゼロと設定してもアイスバーグ型の貨物輸送モデルや交通一般化モデルを誘導することをできなかったのである．ここでに，従来のSCGEモデルは不整合な複数の関数が組み合わされて構成されていたという問題が指摘できるのである．

Barro 型 CES 関数を用いることにより，こうした問題が解消できる．まず，Barro 型 CES 関数は以下のようなものである．

$$f\left(x_1,x_2\right)=\gamma\left[\alpha\left\{\beta x_1\right\}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+\left(1-\alpha\right)\left\{\left(1-\beta\right)x_2\right\}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \tag{1}$$

ただし，x_1,x_2：財 1, 2 の投入量，p_1,p_2：財 1, 2 の価格，γ,α,β：パラメータ（$0\le\alpha\le1$，$0\le\beta\le1$），σ：代替弾力性パラメータ．

このBarro型CES関数でも通常のCES関数と同様，代替弾力性σの値に応じて完全代替，コブ・ダグラス(C-D)関数，レオンチェフ関数が誘導できる．その詳細は武藤ら[4)]に譲るが，表-1にはa)Barro型CES関数(式(1))，b)C-D関数，c)レオンチェフ関数について，費用（支出）最小化問題と得られる需要関数，パラメータ推定式を示した．

表-1　代替弾力性ごと（CES 型関数，コブ・ダグラス型関数，レオンチェフ型関数）の最適化問題

	Barro 型 CES 関数（代替弾力性σ）	コブ・ダグラス型関数（σ=1）	レオンチェフ型関数（σ=0）	CES 型関数（式(16)）
最適化問題	$c=\min\limits_{x_1,x_2}\ p_1x_1+p_2x_2$ s.t. $f=\gamma\left[\alpha\{\beta x_1\}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\alpha)\{(1-\beta)x_2\}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$	$c=\min\limits_{x_1,x_2}\ p_1x_1+p_2x_2$ s.t. $f=\gamma\{\beta x_1\}^{\alpha}\{(1-\beta)x_2\}^{1-\alpha}$	$c=\min\limits_{x_1,x_2}\ p_1x_1+p_2x_2$ s.t. $f=\gamma\cdot\min[\beta x_1,(1-\beta)x_2]$	$c=\min\limits_{x_1,x_2}\ p_1x_1+p_2x_2$ s.t. $f=\eta\left[\varphi x_1^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\varphi)x_2^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$
需要関数	$x_1=\frac{1}{\gamma\cdot\beta^{1-\sigma}}\left(\frac{\alpha}{p_1}\right)^{\sigma}\Psi_1^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}\cdot f$， $x_2=\frac{1}{\gamma(1-\beta)^{1-\sigma}}\left(\frac{1-\alpha}{p_2}\right)^{\sigma}\Psi_1^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}\cdot f$ ただし，$\Psi_1=\alpha^{\sigma}\left(\frac{p_1}{\beta}\right)^{1-\sigma}+(1-\alpha)^{\sigma}\left(\frac{p_2}{1-\beta}\right)^{1-\sigma}$	$x_1=\frac{1}{\gamma\beta^{\alpha}(1-\beta)^{1-\alpha}}\left\{\frac{\alpha p_2}{(1-\alpha)p_1}\right\}^{1-\alpha}f$ $x_2=\frac{1}{\gamma\beta^{\alpha}(1-\beta)^{1-\alpha}}\left\{\frac{(1-\alpha)p_1}{\alpha p_2}\right\}^{\alpha}f$	$x_1=\frac{1}{\gamma\beta}f$ $x_2=\frac{1}{\gamma(1-\beta)}f$	$x_1=\frac{1}{\eta}\left(\frac{\varphi}{p_1}\right)^{\sigma}\Psi_3^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}\cdot f$， $x_2=\frac{1}{\eta}\left(\frac{1-\varphi}{p_2}\right)^{\sigma}\Psi_3^{\frac{\sigma}{1-\sigma}}\cdot f$ ただし， $\Psi_3=\varphi^{\sigma}p_1^{1-\sigma}+(1-\varphi)^{\sigma}p_2^{1-\sigma}$
費用・支出関数	$c=\frac{1}{\gamma}\Psi_1^{\frac{1}{1-\sigma}}f$	$c=\frac{1}{\gamma\beta^{\alpha}(1-\beta)^{1-\alpha}}$ $\left\{\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right)^{1-a}+\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right)^{a}\right\}p_1^{\alpha}p_2^{1-\alpha}f$	$c=\left[\frac{1}{\gamma\beta}p_1+\frac{1}{\gamma(1-\beta)}p_2\right]f$	$c=\frac{1}{\eta}\Psi_3^{\frac{1}{1-\sigma}}f$
パラメータ推定式	i)　費用シェア： $\theta_1=\frac{\alpha^{\sigma}\left(\frac{p_1}{\beta}\right)^{1-\sigma}}{\alpha^{\sigma}\left(\frac{p_1}{\beta}\right)^{1-\sigma}+(1-\alpha)^{\sigma}\left(\frac{p_2}{1-\beta}\right)^{1-\sigma}}\left[=\frac{p_1x_1}{\sum_i p_ix_i}\right]$ ii)　制約式：$f=\gamma\left[\alpha\{\beta x_1\}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\alpha)\{(1-\beta)x_2\}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$ iii)　財価格条件(基準時点の財価格 $p_f=1$)： $\frac{1}{\gamma}\Psi_1^{\frac{1}{1-\sigma}}=1[=p_f]$ i), iii)より以下が導かれ，そして ii)より β が得られる. $\alpha=\frac{\theta_1^{\frac{1}{\sigma}}\left(\frac{p_1}{\beta}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}{\theta_1^{\frac{1}{\sigma}}\left(\frac{p_1}{\beta}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+\theta_2^{\frac{1}{\sigma}}\left(\frac{p_2}{1-\beta}\right)^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}$，$\gamma=\Psi_1^{\frac{1}{1-\sigma}}$	i)　費用シェア： $\theta_1=\alpha\left[=\frac{p_1x_1}{\sum_i p_ix_i}\right]$ ii)　生産関数： $f=\gamma\{\beta x_1\}^{\alpha}\{(1-\beta)x_2\}^{1-\alpha}$ i), ii)から以下が導ける. $\alpha=\theta_1$， $\gamma=\frac{f}{\{\beta x_1\}^{\alpha}\{(1-\beta)x_2\}^{1-\alpha}}$	x_1 の需要関数より， $\gamma=\frac{1}{\beta x_1}f$ これを x_2 に代入して， $\beta=\frac{x_2}{x_1+x_2}$	i)　費用シェア： $\theta_1=\frac{p_1^{1-\sigma}\varphi^{\sigma}}{p_1^{1-\sigma}\varphi^{\sigma}+p_2^{1-\sigma}(1-\varphi)^{\sigma}}$ ii)　生産関数： $f=\eta\left[\varphi x_1^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\varphi)x_2^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}$ i),ii)から以下が導かれる. $\varphi=\frac{\theta_1^{\frac{1}{\sigma}}p_1^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}{\theta_1^{\frac{1}{\sigma}}p_1^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+\theta_2^{\frac{1}{\sigma}}p_2^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}}$， $\eta=\frac{f}{\left[\varphi x_1^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}+(1-\varphi)x_2^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}\right]^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}}$

3．Barro型CES関数に基づくSCGEモデル

続いて，前節で示した Barro 型 CES 関数に基づく SCGE モデルを構築する．ここでは，2 地域 2 部門（合成財企業，運輸企業）からなる簡易な SCGE モデルを示す．その全体構成は図-1 のとおりである．

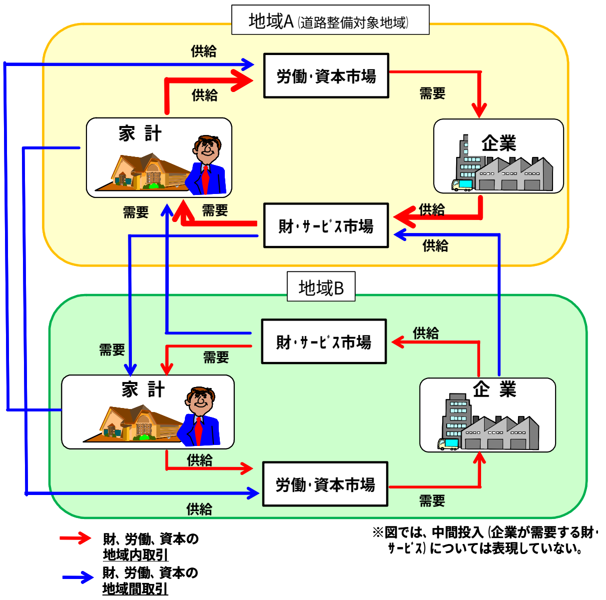


図-1　簡易 SCGE モデルの全体構成

企業，家計とも自地域だけではなく，他地域からも交易を通じて財の投入，消費が可能である．ただし，それには貨物運輸サービスが必要となる．そして，この運輸サービス投入に対しても Barro 型 CES 関数を適用している点が本モデルの特徴である．また，本 SCGE モデルは，家計の他地域への通勤（労働供給），他地域への資本供給も考慮しており，それらも Barro 型 CES 関数によりモデル化している．

企業の行動モデル，家計の行動モデルのツリーを以下に示す．両主体の行動モデルにおいても，運輸サービス投入に効率パラメータを導入しており，これにより，交通整備による所要時間の変化が，運輸サービス投入を効率化するという点を考慮し，その影響を分析できるような枠組みとなっている．

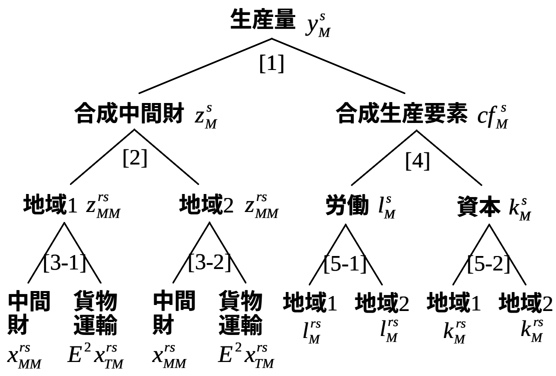
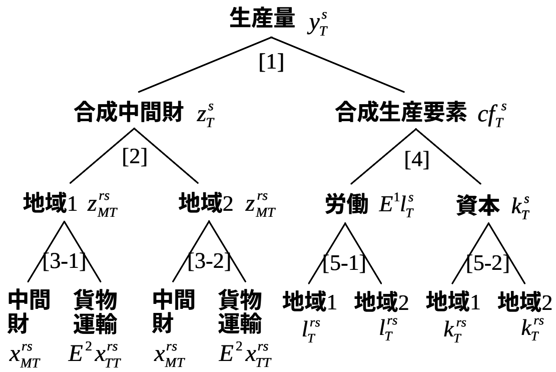


図-2(a)　企業行動モデルの概要



E^1 ：**運輸企業の生産性向上パラメータ**
{運輸企業の労働投入節約効果}
E^2 ：**効率貨物交通パラメータ**
{速達性，荷痛み軽減}

図-2(b)　運輸企業行動モデルの概要

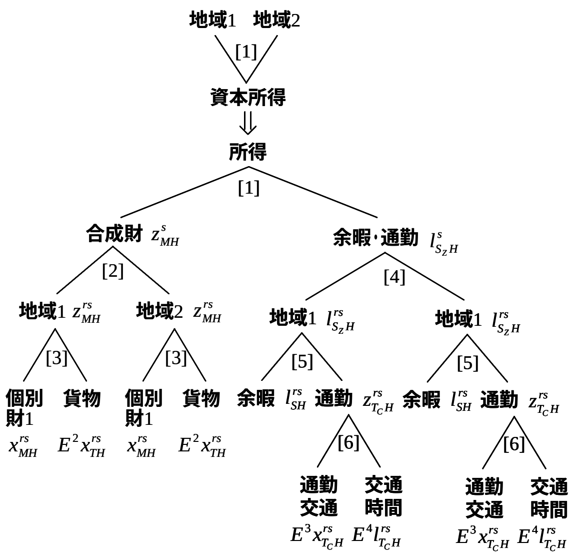


図-3　家計行動モデルの概要

4．立地モデルの導入

以上がSCGEモデルである．このSCGEモデルは，企業も家計もゾーンに代表的主体を想定した集計タイプのモデルと言えるが，本稿はこの集計モデルの基本的な枠組みを維持したまま立地モデルを導入することを検討するものである．まず，企業については，本SCGEモデルは集計タイプであるが，企業は生産の総量を自由に決定でき，労働，資本とも自由に各地域から自由に投入量を決定できる．特に，労働投入量の決定は雇用量の調整とみなすことができ，そこで，企業に関しては特に新たな立地モデルを導入することなく，本SCGEモデルで計算される労働投入量をもって雇用量すなわち従業人口数変化と考えることで立地変化を扱うこととする．

一方，家計は地域ごとに総利用可能時間と総資本ストッ

ク量を固定として本SCGEモデルは定式化されている．ここでは，この総利用可能時間と総資本ストック量のみを「一人あたり総利用可能時間×家計人口」と「一人あたり総資本ストック量×家計人口」と置き換え，その家計人口変化を推計する立地モデルを別途導入することを検討する．

まず，図-3の家計行動モデルの最上位の支出最小化問題を定式化する．

$$p_H^s U_H^s = \min_{z_{MH}^s, l_{S_Z H}^s} \left[q_{MH}^s z_{MH}^s + w_H^s l_{S_Z H}^s \right] \tag{1a}$$

$$\text{s.t.}\, U_H^s = \gamma_H^s \left[\alpha_{MH}^s \left\{ \beta_{MH}^s z_{MH}^s \right\}^{\frac{\sigma_{MH}^s - 1}{\sigma_{MH}^s}} + \left(1-\alpha_{MH}^s\right)\left\{\left(1-\beta_{MH}^s\right) l_{S_Z H}^s \right\}^{\frac{\sigma_{MH}^s - 1}{\sigma_{MH}^s}} \right]^{\frac{\sigma_{MH}^s}{\sigma_{MH}^s - 1}} \tag{1b}$$

ただし，$z_{MH}^s, l_{S_Z H}^s$：s 地域家計の合成財消費量および合成時間(余暇・通勤交通)消費量，q_{MH}^s, w_H^s：$z_{MH}^s, l_{S_Z H}^s$ の価格，$\alpha_{MH}^s, \beta_{MH}^s, \gamma_H^s$：パラメータ，$\sigma_{MH}^s$：代替弾力性，$U_H^s$：$s$ 地域家計の効用水準，p_H^s：U_H^s の価格．

この $p_H^s U_H^s$ は支出水準であり，SCGEモデルよりこの値を計算することが可能である．

次に地域ごとの所得水準を導出する．まず，s 地域家計の労働供給量を導出し，それを s 地域家計が r 地域で消費する余暇および通勤消費時間の割合にて，s から r に通勤する家計の労働供給時間を求める．

$$\Omega^s - l_{S_Z H}^s \equiv L_S^s,\quad L_S^{sr} = \frac{l_{S_Z H}^{rs}}{\sum_r l_{S_Z H}^{rs}} L_S^s \tag{2}$$

s 地域家計の所得は以下のように求められる。

$$\left\{ w^{rs} \frac{l_{S_Z H}^{rs}}{\sum_r l_{S_Z H}^{rs}} \right\} \Omega^s + r^s K^s \equiv I_H^s \tag{3}$$

ただし，資本供給に関しては，以下のとおり資本供給先選択モデルより導出する．

$$\max_{K_1^s, K_2^s} \; r_1 K_1^s + r_2 K_2^s \tag{4a}$$

$$\text{s.t.}\left[\alpha_2 \left\{ \beta_2 K_1^s \right\}^{\frac{\sigma_2+1}{\sigma_2}} + \left(1-\alpha_2\right)\left\{\left(1-\beta_2\right) K_2^s \right\}^{\frac{\sigma_2+1}{\sigma_2}} \right]^{\frac{\sigma_2}{\sigma_2+1}} = K^s \tag{4b}$$

ただし，$\Psi_K = {\alpha_2}^{\sigma_2} \left(\frac{r_1}{\beta_2} \right)^{1-\sigma_2} + \left(1-\alpha_2\right)^{\sigma_2} \left(\frac{r_2}{1-\beta_2} \right)^{1-\sigma_2}$

式(1a)の支出水準 $p_H^s U_H^s$ と式(3)より得られる所得水準は，均衡状態では一致する．

$$p_H^s U_H^s = I_H^s,\quad \therefore U_H^s = \frac{I_H^s}{p_H^s} = \frac{i_H^s}{p_H^s} N^s \tag{5}$$

ただし，$i_H^s = \left\{ w^{rs} \frac{l_{S_Z H}^{rs}}{\sum_r l_{S_Z H}^{rs}} \right\} \varphi^s + r^s k^s$，$\varphi, k^s$：それぞれ一人あたり総利用可能時間，$s$ 地域の一人あたり資本ストック保有量．

式(5)の $\frac{i_H^s}{p_H^s} \left(= u_H^s \right)$ は一人あたり効用を表すと考えられる．この u_H^s が全地域で等しくなるという等効用条件の下で各地域の立地量を求める立地モデルを考える．

$$u_H^s = u_H^{s'},\; \sum_s N^s = N^T \tag{6}$$

ただし，N^T：全地域の総人口で固定とする．

式(6)を解くと，N^s は以下のように求められる．

$$N^s = \frac{U_H^s}{\sum_s U_H^s} N^T \tag{7}$$

式(7)で新たに N^s が得られた結果，元のSCGEモデルにおける Ω^s, K^s が更新されるため，再度SCGE計算を行う必要がある．それを繰り返して一般均衡と立地均衡とが同時成立する解が最終的な均衡解となる．

5．おわりに

本研究では，まずBarro型CES関数について説明を行い，それに基づくSCGEモデルの構築を行った．さらに，そのSCGEモデルをベースに立地モデルの導入を試みた．本モデルの特徴は，SCGEモデルでの均衡計算をそのまま活かす形で付随的に立地計算を行えるため，従来のSCGEモデル計算を大幅に変更することがないという点で簡便な立地モデルとなっていることである．今後は，数値計算によって本モデルの妥当性を検証したい．本立地モデルは，等効用モデルとしたが，その有効性について検討できるものと考えられる．

なお，本研究は科学研究費補助金・若手研究(B)[課題番号:22760387]の研究成果の一部であり，関係各位に謝意を表する次第である．

参考文献

1) 上田孝行編著：Excelで学ぶ地域・都市経済分析，コロナ社，2010.
2) 武藤慎一，杉木直，澤田誠：立地変化を考慮した応用一般均衡モデルによる道路整備の便益評価－道央都市圏を対象とした実証分析－，地域学研究，日本地域学会，2010（印刷中）.
3) 武藤慎一，森杉壽芳，青木優，桐越信：Barro型CES関数によるSCGEモデルの一般性向上－交通行動モデルを中心に－，応用地域学会，2009年度研究発表会，2009.
4) Barro, R.J. and X.S-i. Martin : Economic Growth, the MIT Press, 2003 (大住圭介訳：内生的経済成長論Ⅰ，九州大学出版会，2006).
5) 西村和雄：ミクロ経済学，東洋経済新報社，1990.
6) 宮城俊彦，本部賢一：応用一般均衡分析を基礎にした地域間交易量モデルに関する研究，土木学会論文集，No.530／IV-30，pp.31-40，1996.