感度分析を用いて残留交通量を計算する準動的交通配分モデル*

A semi-dynamic traffic assignment model with flow propagation based on sensitivity analysis*

中山晶一朗**
By Shoichiro NAKAYAMA**

1．はじめに

実務において，近年，分割配分法に代わり，均衡モデルにより，日単位の交通量配分が行われるようになっている．この日単位の配分は，一日の交通量が定常状態であると仮定し，一日の平均的な交通量を求めるもので，日配分とも呼ばれている．

朝夕のピーク時間帯や日中・夜間の間では，交通量や交通流の移動の方向性などは大きく異なる．したがって，交通ネットワークフローの現況再現や交通政策評価のためには，一日を通した交通状態をまとめて1つのネットワークフローで表現する日配分では十分とは言えないことが多いのが現状であろう．

これまでにも一日の中で時々刻々と変化するネットワークフローを動的に取り扱うことが可能な動的利用者均衡や動的利用者最適，交通流シミュレーションなどが開発されている．しかし，それらのモデルの現実ネットワークへの適用には大きな問題がある．まず，詳細な動的なOD交通量データの入手可能性をあげることができる．さらに，計算負荷・計算時間も問題になる．後者については，近年の著しい計算機の発達により，大都市圏の詳細なネットワークでない限り，適用可能のことが多いようにも思われる．しかし，時々刻々と変化するフローを再現できるモデルに見合ったOD交通量データの入手は難しいことが多いのではないだろうか．ETC搭載車両の割合が多い高速道路や十分な数のプローブカーのデータが得られる場合などを除くと，現実のODデータの入手可能状況としては，一時間単位のODデータを入手するのが限界のことも多いと思われる．このような精度の粗いODデータしか入手できない場合，1分や5分単位の動的な配分やシミュレーションは詳細過ぎるとも思える．有効数字や有効桁の考え方に見られるように，ODデータの粗い精度に見合ったモデルを使用する方が合理的であり，現実ネットワークへの適用には，時間帯別配分モデルなどがむしろ適切な場合も多いと考えられる．時間帯別配分モデルは，実務でも定着した（静的な日配分の）均衡モデルを拡張したものであり，実務においても，比較的容易に用いることも可能であると思われる．

時間帯別配分モデルでは，一日をいくつかの時間帯に分け，各時間帯で配分を行うものである．ただし，各時間帯で目的地に到着することが出来なかった交通量は次の時間帯に残留することにより，時間帯間のフローのダイナミクスを取り扱っている．このように時間帯間ではダイナミクスの記述が可能であるため，本研究では，時間帯別配分モデルを準動的配分モデル（semi-dynamic assignment model）と呼ぶことにする．これまでの準動的モデルは，時間帯間のフローのダイナミクス，より具体的には次の時間帯に残留する交通量（以下，残留交通量）をどのように取り扱うのかによって，OD修正法，リンク修正法，待ち行列法の3つに分類することができよう．藤田ら[1)]や宮城・牧村[2)]は，時間帯内で目的地に到着できない交通量を次の時間帯のOD交通量に加算するモデルを提案した．このモデルでは，形式的には，Beckmann型の需要変動型均衡モデルとして定式化できるため，解の唯一性が保証され，計算アルゴリズムも簡単で，各時間帯での配分の計算時間も通常の日単位の均衡配分と同程度となると考えられる．よって，実務では，最もよく用いられる手法である．しかし，OD修正法では，残留交通量が次の時間帯のOD交通量に加算されることに問題があると言える．例えば，一つのCBD（Central Business District）に交通が集中する朝のピーク時間帯を考えると，本来ならば，ピーク時間帯の次の時間帯では，CBD付近のリンクに多くの交通量が残留するはずであるが，OD修正法では，残留交通量はOD交通量に加算されるため，そのOD交通量が通過するネットワーク部分に一様に交通量が残留することになってしまい，本来，残留交通量がほとんどないはずのCBDから遠い郊外部にも残留交通量が存在してしまう．OD修正法では，このようにピーク時などの交通混雑の空間移動を適切に再現することが出来ない．その代わりに，需要変動型均衡モデルとして定式化可能であり，（需要変動型の）静的モデルと同様に計算することが可能で，実用性が高い．

リンク修正法[3)]は，時間帯の終了時点でリンク上に残

*キーワーズ：応用都市経済モデル、金沢環状道路
**正員、博(工)、金沢大学環境デザイン学系
(金沢市角間町、TEL:076-234-4614、
E-mail:snakayama@t.kanazawa-u.ac.jp)

った（リンク）交通量がそのリンクに残留するとした手法であり，上で述べたOD修正法の問題点を解決している．なお，藤田らのモデル[3]では経路ベースの計算が必要であり，また，現時点では，解の一意性などが検討されていない．

赤松ら[4]は待ち行列を用いて残留交通量を表現している．本稿では，そのような残留交通量の取り扱いを待ち行列法と呼ぶことにする．待ち行列法では，リンクの出口に流出容量があり，その容量を超えた交通量は待ち行列（赤松らの研究ではポイント・キュー）を形成する．その時間帯の終了時点での待ち行列は，次の時間帯へ残留する．ただし，赤松らのモデルでは，残留交通量（残留待ち行列）は，次の時間帯のそのリンクの旅行時間にのみ影響を与え，後続のリンクにはその残留交通量は流れない．次の時間帯では，残留した待ち行列はボトルネック通過後消滅するとも見なせる．本来ならば，残留交通量は，目的地に到着するまで各リンクの旅行時間に影響を与えるはずであり，通過できずに待ち行列となったリンクのみに影響するというのは，上でも述べた一つのCBDに交通が集中する朝のピーク時間帯を考えると，次の時間帯では，CBD近くの渋滞が過小評価される可能性がある．このように，赤松らのモデルでも，混雑の時間移動は再現されるものの，空間移動は適切には再現されないと言える．しかし，赤松らのモデルでは，各時間帯のネットワークフローは各時間帯ごとに最適化問題を解くのみで計算することが出来，計算負荷等は通常の静的配分と同程度である．また，出発時刻選択を考慮したモデルも提案されている．

以上のように，これまでの定式化されたリンクベースの準動的配分モデル[1),2),4)]では，残留交通量の取り扱いの上で適切ではない部分があり，混雑の空間移動を十分に記述することが出来ない．

菊池・赤松[5]は，赤松ら[4]のモデルを発展させ，渋滞の空間移動を取り扱うことが出来る準動的配分モデルを開発し，そのモデルの数理的構造などを明らかにしている．ただし，菊池・赤松[5]の論文ではモデルの解の一意性については触れられていない．中山[6]は，解の一意性が保証される混雑の空間移動を記述する準動的配分モデルを開発している．中山[6]のモデルは，解は一意であり，モデルとしては優れているものの，全ての時間を同時に取り扱う必要があり，大規模ネットワークでは計算上問題となる可能性がある．

本研究では，実用的にも容易に用いることができるように，1）時間帯別計算が可能で計算負荷が小さい，2）静的配分のアルゴリズムか利用可能で，3）解が一意であり，4）混雑の時空間移動を取り扱うことができる準動的配分モデルの開発を目的とする．本研究では，藤田らのリンク修正法[3]をベースにモデル化を行う．藤田らのリンク修正法[3]は既に述べたように，時間帯の終了時点でリンク上に残った（リンク）交通量がそのリンクに残留するとした手法で，混雑の時空間移動を取り扱っており，考え方自体もシンプルで分かりやすい．本研究では，残留交通量を感度分析で近似的に計算することにより，OD修正法と同様，各時間帯では静的配分を行うことで計算可能とする．残留交通量は前の時間帯から（外生的に）与えることで，当該時間帯では通常の静的配分と同様解が一意で，通常アルゴリズムが可能となる．

２．感度分析による経路交通量近似

準動的・時間帯別配分の一つのポイントは残留交通量をどのように計算するのかということであり，本研究では感度分析を用いて，近似的に計算する．考え方が簡単になるよう，本研究では，リンク修正法と同様，経路ベースで残留交通量を考えることにする．各リンクを走行している交通に関して，残留交通量考える場合，単にそのリンクの残留交通量を計算するだけでは，その残留交通量がどの経路を流れるのかや目的はどこであるのかが分からないためである．経路が決まった状態で，その時間帯内で目的地に到着しない交通量は次の時間帯に残留したリンクを出発点にその経路の残り部分を走行するとする．

本研究では，経路ベースの計算を行うが，単純化のため，経路選択はロジットモデルで与えられるとする．このとき，OD ペア rs 間の経路選択肢集合 K_{rs} から経路 k が選ばれる確率は，

$$P_{rs,k} = \frac{\exp\left(-\theta \cdot c_{rs,k}\right)}{\sum_{k \in K_{rs}} \exp\left(-\theta \cdot c_{rs,k}\right)} \tag{1}$$

ここで，$P_{rs,k}$ は OD ペア rs 間において経路 k が選択される確率，$c_{rs,k}$ は OD ペア rs 間の経路 k の旅行コスト(道路料金の時間換算分を含む)，K_{rs} は OD ペア rs 間の経路選択肢集合，θ は分散パラメータである．したがって，経路交通量は以下の式で表わされる．

$$f_{rs,k} = q_{rs} \cdot P_{rs,k} = q_{rs} \cdot \frac{\exp\left(-\theta \cdot c_{rs,k}\right)}{\sum_{k \in K_{rs}} \exp\left(-\theta \cdot c_{rs,k}\right)} \tag{2}$$

ここで，$f_{rs,k}$ は OD ペア rs 間において経路 k の経路交通量，q_{rs} は OD ペア rs 間の OD 交通量である．

経路交通量の式(1)をベクトル表示すると

$$\mathbf{f} = \mathbf{q} \cdot \mathbf{P} \tag{3}$$

ここに，$\mathbf{f}$ は OD ペア rs 間において経路 k の経路交通量 $f_{rs,k}$ を要素に含む経路交通量ベクトル，$\mathbf{q}$ は OD ペア rs 間の OD 交通量 q_{rs} を対角要素に含む OD 交通量ベクトル，$\mathbf{P}$ は OD ペア rs 間において経路 k が選択さ

れる確率 $P_{rs,k}$ を要素に持つ選択確率ベクトルである．ここで，$\mathbf{f}$ は経路のベクトルで，$\mathbf{f}=\left(f_{11,1},\cdots,f_{21,2},\cdots\right)^T$ であり，T は転置である．本論文では，今後断りがない限り，ベクトルは列ベクトルとし，基本的にブロック体の英文字はベクトルもしくは行列を表すこととする．

リンク交通量をベクトル表示にすると，

$$\mathbf{x}=\Delta\cdot\mathbf{f} \tag{4}$$

ここで，$\mathbf{x}$ はリンク a の交通量 x_a を要素に持つリンク交通量ベクトル，$\mathbf{f}$ は OD ペア rs 間において経路 k の経路交通量 $f_{rs,k}$ を要素に含む経路交通量ベクトル，Δ は $\delta^a_{rs,k}$ を要素に持つリンク・経路接続行列（パス - リンクインシデンスマトリックス）である．

経路コストの式(5)をベクトル表示すると

$$\mathbf{c}(\mathbf{f})=\Delta^T\cdot\mathbf{t}(\Delta\cdot\mathbf{f}) \tag{5}$$

ここで，$\mathbf{c}(\mathbf{f})$ は OD ペア rs 間の経路 k のコスト $c_{rs,k}$ を含む経路コストベクトル，Δ^T はパス - リンクインシデンスマトリックスの転置，$\mathbf{t}$ はリンク a の旅行コスト t_a を含む旅行コストベクトルである．

式(7)の両辺の差をギャップ関数 $\mathbf{d}$ と置くと，

$$\mathbf{d}(\mathbf{f},\mathbf{s})=\mathbf{f}-\mathbf{q}(\mathbf{s})\cdot\mathbf{P}(\mathbf{c}(\mathbf{f})) \tag{6}$$

ここで，$\mathbf{d}$ は変数 $\mathbf{f}$，$\mathbf{s}$ を含むギャップ関数ベクトル，$\mathbf{s}$ は需要変動パラメータである．このギャップ関数の要素は，確率的利用者均衡の制約条件より全て0である．$\mathbf{s}$ は変動パラメータであり，感度分析の際に変動するものである．つまり，式(6)は，需要の変動に焦点を置いているといえる．

均衡が制約する上では，ギャップは0でなければならないため，$\mathbf{d}(\mathbf{f},\mathbf{s})=\mathbf{0}$ となる．ここで，$\mathbf{s}$が変動することで，$\mathbf{f}$も変化することに着目し，$\mathbf{f}$は$\mathbf{s}$の関数とする．つまり，$\mathbf{f}(\mathbf{s})$ である．これらを式(6)に代入すると，

$$\mathbf{f}(\mathbf{s})-\mathbf{q}(\mathbf{s})\cdot\mathbf{P}(\mathbf{c}(\mathbf{f}(\mathbf{s})))=\mathbf{0} \tag{7}$$

となる．

式(4)の $\mathbf{x}=\Delta\cdot\mathbf{f}$ を，$\mathbf{f}$ で微分すると，$\nabla_{\mathbf{f}}\mathbf{x}=\Delta$ となる．OD 需要 $\mathbf{q}$ は変動パラメータ $\mathbf{s}$ の関数として，$\mathbf{q}(\mathbf{s})$ と表現でき，本研究では最も簡単な場合を考えているため，$\mathbf{q}(\mathbf{s})=\mathbf{q}+\mathbf{s}$ とみなす．そのため，$\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{q}(\mathbf{s})$ は単位行列 $\mathbf{I}$ となる．次に，需要変動パラメータ $\mathbf{s}$ で式(7)を微分すると，

$$\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f}(\mathbf{s})-\mathbf{P}(\mathbf{c}(\mathbf{f}(\mathbf{s})))+\mathbf{q}(\mathbf{s})\cdot\nabla_{\mathbf{c}}\mathbf{P}(\mathbf{c}(\mathbf{f}(\mathbf{s})))\cdot\nabla_{\mathbf{f}}\mathbf{c}(\mathbf{f}(\mathbf{s}))\cdot\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f}(\mathbf{s})=\mathbf{0} \tag{8}$$

となる．関数の変数を省略し，整理すると，

$$(\mathbf{I}-\mathbf{q}\cdot\nabla_{\mathbf{c}}\mathbf{P}\cdot\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{c}\cdot\Delta)\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f}=\mathbf{P} \tag{9}$$

ここで，$\nabla_{\mathbf{f}}\mathbf{c}=\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{c}\cdot\nabla_{\mathbf{f}}\mathbf{x}=\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{c}\cdot\Delta$ を用いている．よって，以下の式が与えられる．

$$\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f}=(\mathbf{I}-\mathbf{q}\cdot\nabla_{\mathbf{c}}\mathbf{P}\cdot\nabla_{\mathbf{x}}\mathbf{c}\cdot\Delta)^{-1}\mathbf{P} \tag{9}$$

以上から，感度分析を用いた経路交通量は OD 需要 $\mathbf{q}(\mathbf{s})$ の関数として式(13)として定式化される．

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}+\mathbf{s})=\mathbf{f}(\mathbf{q})+\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f}\cdot\mathbf{s} \tag{10}$$

３．感度分析を用いた時間帯別配分

残留交通量の計算で問題となるは，時間帯 t の終了時点であるリンクを走行中の交通量は次の時間帯 $t+1$ では，そのリンクを出発する交通量として残留される．この残留する交通量は，現在の時間帯 t では，そのリンクより先には進んでいないため，そのリンクよりも先のリンクの旅行時間には影響を与えていない．しかし，静的配分の場合，全ての交通量は全ての通過するリンクの旅行時間に影響を与えるとしているため，各時間帯で静的配分により各リンクの旅行時間を計算すると，まだ通過していないリンクに対する残留交通量の影響まで計算されてしまう．この問題を解決することが必要である．

本研究では，この問題解決のため，上で述べた感度分析を用いる．

まず，通常の静的配分により基準となる経路交通量・旅行時間を計算する．すると，OD修正法等と同様な方法で，静的配分結果に基づいて時間帯終了時点での各リンクの走行交通量を計算することができる．次に，各リンクの残留交通量は次の時間帯で出発点となるノードを決定（目的地は変更なし）する．静的配分で得られた旅行時間及び経路交通量を所与とすると，次の時間帯でのその残留交通量は，新たに決められたＯＤペアのＯＤ交通量として扱うことができる．静的配分で得られた旅行時間及び経路交通量を所与とするため，$\mathbf{s}=\mathbf{A}\ \mathbf{f}$ として与えられる．ここで，$\mathbf{A}$は定数行列で，静的配分で得られた旅行時間及び経路交通量を所与であるため与えられる．現在の時間帯では，$\mathbf{s}$の影響は排除しないといけないので，$\mathbf{q}-\mathbf{s}$ とする．この残留交通量の影響の排除の影響は式(10)を用いて，近似的に与えることができる．つまり，

$$\mathbf{f}(\mathbf{q}-\mathbf{s})=\mathbf{f}(\mathbf{q})-\nabla_{\mathbf{s}}\mathbf{f}\cdot\mathbf{s} \tag{11}$$

である．

よって，

$$\mathbf{f}=\mathbf{q}\cdot\mathbf{P}(\mathbf{c}((\mathbf{I}-\mathbf{A})\cdot\mathbf{f})) \tag{12}$$

という不動点問題として，静的な配分を行うことができる．これは，通常のロジット等のＳＵＥとほぼ同形であり，ロジットの場合Dialアルゴリズム等を修正することによって計算することが可能である．通常のダイアルア

ルゴリズムと異なる点は，リンクの旅行時間の計算の際，$(\mathbf{I}-\mathbf{A})\cdot\mathbf{f}$ に基づいて計算することのみが通常の場合と異なる．

４．おわりに

本研究では，実用的にも容易に用いることができるように，1) 時間帯別計算が可能で計算負荷が小さい，2) 静的配分のアルゴリズムか利用可能で，3) 解が一意であり，4) 混雑の時空間移動を取り扱うことができる準動的配分モデルの開発をめざし，藤田らのリンク修正法をベースに時間帯別配分モデルを開発した．

本研究では，残留交通量を感度分析で近似的に計算することにより，OD修正法と同様，各時間帯では静的配分を行うことで計算可能となっており，通常のDialアルゴリズム等を用いることが可能であり，実用的にも適用可能であると考えられる．残留交通量計算や感度分析を行うために，もう一度配分を行う必要がある．また，感度分析のための計算も必要となる．感度分析のための計算が通常の配分計算と同程度の計算である場合，1つの時間帯の計算には通常の配分の3倍の計算量で計算できることになる．

本稿では，経路ベースのモデル化となっており，経路数が大きくなる大規模ネットワークの適用には実務上の問題があるため，リンクベースのモデルに発展させることが今後の課題である．

参考文献

1）藤田素弘，松井寛，溝上章志：時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究，土木学会論文集，No. 389/IV-8，pp. 111-119，1988.

2）宮城俊彦，牧村和彦：時間帯別交通配分手法に関する研究，交通工学，Vol. 26，No. 2，pp. 17-28，1991.

3）藤田素弘，山本幸司，松井寛：渋滞を考慮した時間帯別交通量配分モデルの開発，土木学会論文集，No. 407/IV-11，pp. 129-138，1989.

4）赤松隆，牧野幸雄，高橋栄行：時間帯別OD需要とリンクでの渋滞を内生化した準動的交通配分，土木計画学研究・論文集，No. 15，pp. 535-545，1998.

5）菊池志郎，赤松隆：リンクの流入・流出交通量を内生化した時間帯別交通均衡配分に関する基礎的研究，土木計画学研究・論文集，No. 24，pp. 577-585，2006.

6）中山晶一朗：混雑の時空間移動を考慮した準動的配分モデル，土木学会論文集D，Vol.64，No.3，pp. 340-353，2008.