# ネットワーク通行権取引市場のオークション・メカニズム - Day-to-Day アプローチ*
# Auction Mechanisms for Implementing Tradable Network Permit Markets - A Day-to-Day Approach*

和田健太郎**・赤松隆***
Kentaro WADA**・Takashi AKAMATSU**

## 1. はじめに

これまで，大都市での交通渋滞緩和策として，様々な交通需要管理（TDM）施策に関する多数の研究が蓄積されてきた．しかし，従来多くの理論では，道路管理者と道路利用者の間に“ 情報の非対称性 ”があるという事実は，その重要性にも関わらず，必ずしも注意深く扱われていない．この事実は，道路管理者は利用者の私的情報（*e.g.* 時間価値）を完全に把握することは困難であることを意味している．即ち，利用者の詳細な情報を必要とする TDM 施策（*e.g.* 混雑料金制）が有効に機能することを保証することはできない．

情報の非対称性の問題に対して，需要関数情報を必要としない施策“ ネットワーク通行権取引制度 (TNP) ”が赤松等[1)2)]によって提案された．この施策では，*a*) ネットワーク上の各リンクに対して，そのリンクを予め指定された時間帯に通行できる権利（ボトルネック通行権）を道路管理者が発行し，*b*) その時間帯別の通行権を自由に売買できる市場を創設する，というものである．この施策下では，道路管理者は各リンクの交通容量のみを把握すればよく，情報の非対称性は解消される．

近年，この TNP のインプリメンテーション法が和田・赤松[3)]によって提案されている．この研究では，単一ボトルネック・ネットワークを対象として，通行権取引市場のオークション・メカニズムを構築し，この市場が次の望まし性質を持つことを明らかにしている：通行権市場は *i*) 効率的な資源配分を達成し，かつ，*ii*) *strategy-proof*（*i.e.* どの取引利用者も市場操作のような戦略的行動をとるインセンティブを持ち得ない）である．

しかし，これまでの TNP に関する研究では，上記の取引メカニズムの持つ特性が，一般的なネットワークでも成立するか否かは未解明である．即ち，ネットワーク上の経路に対応する多数のボトルネック通行権を，どのように取引すべきか（*i.e.* 利用者の入札方法，通行権の割当方法）を明らかにする必要がある．またその上で，次のような性質を備えたオークション・メカニズムを設計することが求められる：*i*) 社会的余剰が最大化される（効率性），*ii*) 利用者が正直に自分の評価額を申告するインセンティブを持つ（誘因両立性），*iii*) メカニズムが結果を出すために必要とする利用者の私的情報が少ない（情報効率性），*iv*) メカニズムが結果を出すための計算量が少ない（実装可能性）．

そこで，本研究では，一般ネットワークを対象として，上記の性質を満たすネットワーク通行権取引市場の取引メカニズムを構築する．具体的には，まず，通行権取引市場の Vickrey-Clarke-Groves（VCG）メカニズム[12)]が，状況を限定すれば．有効に機能することを示す．続いて，いかなる状況でも容易に実装可能な Day-to-Day オークション・メカニズムを提案する．そして，このメカニズムによって達成される社会的余剰と社会的余剰の最大値の乖離度は，限定された範囲内に収まることを証明する．

## 2. モデルの設定

### (1) 状況設定

a) 分析対象となる交通空間条件

本研究は，複数の OD ペアを持つ一般的なネットワーク上の動的な交通流を分析対象とする（以下では記号が煩雑になるのを避けるため単一 OD ペアの場合を記述する）．ネットワークのノード集合を $N$，有向リンクの集合を $L$ と書く．ノード集合 $N$ は，その部分集合として，利用者のトリップが発生する起点 $o$，利用者のトリップが終了する終点 $d$ を含む．$N$ の各要素は，整数の連番 $i$ で区別され，$L$ の各要素は，その上流側ノード $i$ と下流側ノード $j$ の組（$i, j$）で区別される．また，OD 間の経路を $r$ と表し，その集合を $R$ と表記する．

ネットワークの各リンクは，自由走行区間と 1 つのボトルネック区間から構成されていると仮定する．リンク（$i, j$）の自由走行区間の旅行時間は定数 $c_{ij}$ とし，ボトルネック区間は容量 $\mu_{ij}$ を持つ *point queue* モデルで表現されているとする．動的な利用者の配分を想定する（離散的な）時間 $t \in T$ は十分に長い時間が与えられているものとし，時間の流れに沿った整数の連番で区別する．また，時間帯を通じてネットワークを利用する OD 交通需要は所与の定数 $Q$ とする．

b) 行動主体

本研究で分析するモデルに表れる主体は，道路ネットワークの管理者と利用者である．道路管理者はネッ

---

* キーワード：TDM，通行権，組合せオークション
** 学生員，東北大学大学院情報科学研究科
*** 正会員，東北大学大学院情報科学研究科
(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06,
TEL: 022-795-7420; FAX: 022-795-7418)

トワークで発生する渋滞を抑制し，社会的余剰の最大化を目指す主体である．そのために，渋滞の発生しうるボトルネック（*i.e.* リンク）に対して，“ 時間帯別のボトルネック通行権 ”を設定・発行する．

利用者は，起点 $o$（*e.g.* 住宅地）から終点 $d$（*e.g.* CBD）へ，このネットワークを通過して毎日 1 回のトリップを行う主体である．各利用者を $\alpha$ と表しその集合を $A$ とする．利用者は，各々，希望到着時間帯 $\hat{t}_\alpha \in T$ を持っており，効用が最大となるように，終点到着時間帯及び経路を選択する．なお，利用者がネットワークを通行するためには，選択する経路上にあるリンクに対応した通行権を“ 通行権取引市場 ”で購入する必要がある．

本稿では，動的な利用者の配分を取り扱っており，交通分野で研究が行われてきた動的配分の分野[4)5)6)]と深く関わりがある．例えば，利用者の行う出発時刻選択については，Daganzo[7)]，Newell[8)]，桑原[9)]，井料ら[10)]の研究で発展してきており，経路選択を含む動的利用者均衡については，Kuwahara and Akamatsu[4)]，Smith[11)]の研究が挙げられる．しかしながら，これらの研究では，交通流管理施策などは考慮されておらず，本稿とは異なったアプローチであると言える．

### (2) ネットワーク通行権取引制度

“ 時刻別ボトルネック通行権 ”とは，予め指定されたボトルネック地点を，予め指定された時間帯にのみ通行できる権利である．本研究では，道路管理者が，ネットワーク上の全てのボトルネックに対して，この時間帯別ボトルネック通行権を設定できる状況を想定する．即ち，時間帯 $t$ にリンク（$i, j$）のボトルネックに流入する交通流は，時間帯 $t$ のリンク（$i, j$）の通行権を持っている利用者のみである．

道路管理者は，各リンク $(i, j)$ の時間帯別通行権を，そのリンクの交通容量 $\mu_{ij}$ に等しい枚数まで発行できるものとする．時間帯別通行権の定義により，各リンク $(i, j)$ で利用される時間帯別通行権の枚数は，そのリンクの流入率となる．従って，この発行条件下では，各リンクへの流入率が常に交通容量以下となり，渋滞は原理的に発生しない．

道路管理者が発行したボトルネック通行権は，通行権取引市場を通して利用者に市場販売される．利用者は，この取引市場において，希望する到着時刻，経路に応じて必要となるリンクの時間帯別通行権を購入する．

## 3. 実現目標とする通行権配分パターン

### (1) 利用者の交通費用及び効用の定義

ネットワークの利用者が 1 回のトリップで費やす交通費用は，*a*)“ スケジュール費用 ”と，*b*）旅行時間を金銭換算した“ 旅行費用 ”から構成される．*a*）の各利用者 $\alpha$ の“ スケジュール費用 ”は，終点到着時間帯 $t$，希望到着時間帯 $\hat{t}$ の関数 $h(t, \hat{t})$ によって与えられる．*b*）の“ 旅行費用 ”は経路によって異なる．起終点間の各経路の旅行時間は，その経路上に含まれるリンクの総和である．ただし，各リンク（$i, j$）の旅行時間は，通行権制度導入後の渋滞が発生していない状態では，一定値 $c_{ij}$ である．従って，起終点間の任意の経路 $r$ の旅行時間も到着時間帯によらず一定である：$C_r = \sum_{ij \in L} c_{ij} \delta_{ij,r}$．ここで，$\delta_{ij,r}$ は起終点間の経路・リンク接続行列である．

各利用者 $\alpha$ は，各時間帯・各経路に対して私的な評価額を持っているとする．この私的評価額は，その時間帯・経路への支払意思額 $w_\alpha(r, t)$ から交通費用を差し引いたものであると定義する：

$$v_\alpha(r, t) \equiv w_\alpha(r, t) - (h(t, \hat{t}_\alpha) + \gamma C_r) \tag{1}$$

$\gamma$ は旅行時間を金銭費用に換算する時間価値係数である．各利用者の効用は準線形効用関数で表現されると仮定する．即ち，各利用者の効用は私的評価額から，オークションによって決まる“ ボトルネック通行権購入費用 $\boldsymbol{P}$ ”を差し引いたものである：

$$u_\alpha(\boldsymbol{y}_\alpha, P_\alpha) \quad \equiv \boldsymbol{v}_\alpha \cdot \boldsymbol{y}_\alpha - P_\alpha \tag{2}$$

ここで，$\boldsymbol{y}_\alpha$ の要素は $y_\alpha(r, t)$ であり，利用者 $\alpha$ が経路 $r$ を通って時間帯 $t$ に終点に到着する通行権の組（以降では通行権バンドルと呼ぶ）が割り当てられたとき 1，それ以外で 0 をとる離散変数である．

### (2) 社会的最適状態

本研究では，オークション・メカニズムにより達成すべき通行権配分パターンは，社会的余剰を最大化する配分パターンであると定義する：

$$[\text{SO}] \qquad f \equiv \max_{\boldsymbol{y} \in \Omega} \sum_{\alpha \in A} \sum_{t \in T} \sum_{r \in R} v_\alpha(r, t) y_\alpha(r, t) \tag{3}$$

[SO] は，ネットワーク性能および状況設定から決まる制約条件の下，社会的余剰が最大となる通行権配分パターンを求める問題である．具体的には，許容領域 $\Omega$ は，利用者の通行権バンドルの割当 $\boldsymbol{y}$ が満たすべき以下の条件である：*i*) 利用者が 1 つのバンドルを購入する条件，*ii*) リンク容量制約，*iii*) 0-1 整数制約．

## 4. 通行権取引市場の VCG メカニズム

### (1) 組合せオークションと VCG メカニズム

組合せオークションは，通常の単一財オークションを組合せ入札可能な枠組みに拡張した枠組みである．この枠組みでは，財間に補完性や代替性があるような財を扱う場合に非常に有用である．特に，VCG メカニズムによってインプリメントされるオークションは，次に示す望ましい性質を持つことが知られている[12)]：*i*) 効率的な資源配分が達成できる（効率性），*ii*) 各利用者にとって，自分の真の評価額を正直に申告することが支配戦略となる（*strategy-proof*）．

### (2) 利用者が同質な場合

利用者が同質な場合を考える．即ち，各利用者の真の評価額は同一かつ $\boldsymbol{w} = \boldsymbol{0}$ である仮定する（*i.e.* $\boldsymbol{v}_\alpha = \boldsymbol{v}$）．

VCG メカニズムは，通行権の割当を決める勝者決定問題と，通行権の価格（Vickrey payment）を計算する 2 つの枠組みからなっている．勝者決定問題において，道路管理者は，利用者によって申告される入札額 $\boldsymbol{b}_\alpha$ の総和を最大化するように通行権の割当を決定する．ここで，VCG メカニズムは *strategy-proof* であるので，$\boldsymbol{b}_\alpha = \boldsymbol{v}$ が成り立つ．従って，勝者決定問題は次のように定式化される：

$$\text{[A-VCG]} \qquad f^{vcg} \equiv \max_{\boldsymbol{y}\in\Omega} \sum_{\alpha\in A}\sum_{t\in T}\sum_{r\in R} v(r,t) y_\alpha(r,t) \qquad (4)$$

この問題は社会的余剰を最大化する問題 [SO] と全く同様の問題である．問題 [A-VCG] は，組合せ最適化問題であり，一般には解くことが困難である．しかし，以下のステップを踏むことで容易に解けることがわかる．まず，問題 [A-VCG] に対して集計変数 $x(r,t) = \sum_{\alpha\in A} y_\alpha(r,t)$ を導入し，アーク・ノード形式で表現する．次に，時空間ネットワークを構築し，アーク・ノード形式の問題を最小費用流型の問題へと帰着させる．最終的に得られた問題は，制約条件の係数行列（*i.e.* リンク・ノード接続行列，単位行列）が完全単模行列であるため，線形緩和問題を解くのみで整数解を得ることができる[13]．従って，集計的に求めた配分を各利用者へ適切に割当てることで勝者決定問題の解が求まる．

各利用者が支払うことになる通行権バンドル価格は，Vickrey payment の考えに基づいて計算される．具体的には，Vickrey payment は次の式で定義される：

$$P^{vcg}_\alpha = f^{vcg}_{-\alpha} - [f^{vcg} - \boldsymbol{v}\cdot\boldsymbol{y}_\alpha] \qquad (5)$$

ここで，添字 $-\alpha$ は，利用者 $\alpha$ を除いてオークションを行うことを表している．式 (5) の右辺第 1 項は，利用者 $\alpha$ が入札に参加しなかった場合の社会的余剰であり，第 2 項は現在の社会的余剰から利用者 $\alpha$ の余剰を取り除いた値である．この価格の下では，自分の評価額の虚偽の申告によって自分の支払額を減少させることはできない．従って，利用者にとって真の評価額を正直に申告することが支配戦略となる．

以上の議論より，通行権市場の VCG メカニズムについて次の命題が成立する：

**命題 1** 利用者が同質の場合，通行権取引市場の VCG メカニズムは，有効に機能し（*i.e.* 勝者決定問題を容易に解くことができ），望ましい性質（*i.e.strategy-proof*，*allocativelly-efficient*）を持つ．

### (3) 利用者が異質な場合

続いて利用者が異質な場合を考えよう．具体的には，希望到着時刻が分布する場合を考える．このとき，勝者決定問題 [A-VCG] は，利用者の入札額を $\boldsymbol{v} \to \boldsymbol{v}_\alpha$ と置き換えるのみでよい．また，この問題も同様に最小費用流型の最適化問題へと帰着させることができる．

しかし，希望到着時刻が分布する場合には完全単模性は失われ，線形緩和問題を解くのみでは整数解を得ることができない．これは，集計化した最小費用流型の問題が整数制約付き多品種流問題になっているためである．この問題は NP 困難であり，現実的に解ける保証はない．また，勝者決定問題を近似的解を利用することも考えられるが，このときメカニズムは *strategy-proof* の性質を失っており[12]，利用者は自分の効用を改善するために虚偽の申告をするインセンティブが生じる．

## 5. Day-to-Day オークション・メカニズム

本章では，状況に依存せず容易に実装可能なオークション・メカニズムを提案する．このメカニズムは，iterative に社会的最適状態へ到達することを意図したものである．Iterative なメカニズムは，通常のオークション理論が扱うような 1 度きりのオークションでは用いることはできないが，通行権取引市場は定常的に開催されることが想定されるため，有効な戦略であると考えられる．

### (1) 各主体の長期的な行動の仮定

提案メカニズムを示す準備として，まず，day-to-day のプロセスを記述するために状況設定を変更する．Within-day での時間帯を表す $t$ に加えて，日付を表す $s \in S$ を導入する．利用者は“ 近視眼的 ”な主体であり，各 day $s$ ごとに次式で定義される効用を最大化するように行動すると仮定する：

$$u^s_\alpha(\boldsymbol{y}^s_\alpha, P^s_\alpha) \equiv \boldsymbol{v}_\alpha \cdot \boldsymbol{y}^s_\alpha - P^s_\alpha \qquad (6)$$

即ち，真の評価額は不変であり，利用者が day $s$ で考慮するのは，その日の通行権の割当および価格である．

道路管理者は，各 day $s$ のオークションに際して予め“ 経路容量 ”を設定する．ここで，経路容量とは通行権バンドル（*i.e.* 経路に対応する通行権の組）の販売個数の上限を表している．即ち，このメカニズムにおいては通行権バンドルが 1 つの財として扱われる．道路管理者は，日々のオークションで得られる通行権バンドルの価格分布に基づいて，この経路容量を試行錯誤的に調整していく．道路管理者の最終的な目標は，社会的余剰を最大化するような通行権バンドルの割当 $\boldsymbol{y}$ および経路容量 $\boldsymbol{x}$ を決定することである：

$$\text{[MP]} \quad f^{day} \equiv \max_{\boldsymbol{y},\boldsymbol{x}} \sum_{\alpha\in A}\sum_{t\in T}\sum_{r\in R} v_\alpha(r,t) y_\alpha(r,t) \qquad (7)$$

$$s.t. \ \sum_{t\in T}\sum_{r\in R} y_\alpha(r,t) = 1 \qquad \forall\alpha \qquad (8)$$

$$\sum_{\alpha\in A} y_\alpha(r,t) \le x(r,t) \qquad \forall r, \forall t \qquad (9)$$

$$y_\alpha(r,t) \in \{0,1\},\ \boldsymbol{x}\in X \qquad \forall r, \forall t, \forall\alpha \qquad (10)$$

$X$ は経路容量の実行可能領域を表しており，*i)* リンク容量制約，*ii)* 非負制約，から構成されている．この問題は，混合整数計画問題であり，割当を表す変数 $\boldsymbol{y}$ を 0-1 整数で求め，経路容量を表す変数 $\boldsymbol{x}$ は実数で求める．

**(2)　提案メカニズムの枠組み**

Day-to-day オークション・メカニズムは，*a)* オークション・フェーズと *b)* 経路容量調整フェーズから構成され，この 2 つのフェーズが day-to-day で繰返される．フェーズ *a)* は，ある経路容量を固定した上で，通行権バンドルを各利用者へ競上げ代理人オークションで販売する．競上げ代理人オークションにおいて，利用者は自分が欲する経路に対してのみ入札を行えばよく，私的情報の表明量は最小化される．一方，フェーズ *b)* は，道路管理者がフェーズ *a)* で求まった通行権バンドルの価格および利用者の利得を参照して経路容量を調整する．このフェーズにおいては，道路管理者は，価格に反映された集計的な需要情報および各利用者が得る利得の情報さえ把握すればよく，情報効率的である．

この過程は，混合整数計画問題の厳密解法である Benders の分解原理をオークションの文脈で自然に解釈したものなっている．即ち，*a)* オークション・フェーズは Benders の分解原理における subproblem を解くことに対応しており，*b)* の経路容量調整フェーズは modified master problem を解くことに対応している．

**(3)　オークション・フェーズ**

a)　競争均衡解の存在

Day $s$ において，経路容量 $\boldsymbol{x}^s$ が固定されているとき，勝者決定問題は次の最適化問題として定式化される：

$$[\mathrm{SP}]\quad \max_{\boldsymbol{y}^s} \sum_{\alpha\in A}\sum_{t\in T}\sum_{r\in R} v_\alpha(r,t) y^s_\alpha(r,t) \tag{11}$$

$$s.t.\ \sum_{\alpha\in A} y^s_\alpha(r,t) \le \lfloor x^s(r,t) \rfloor \quad \forall r, \forall t \tag{12}$$

式 (8)，式 (10)

この問題は，重み付けマッチング問題であり，完全単模性を満たしているため線形緩和問題が整数解を持つ．Ronen[12] によれば，非分割財の競争均衡の存在の必要十分条件は，勝者決定問題の線形緩和問題が整数解を持つことである．従って，次の命題が成立する：

**補題 1**　Day $s$ の通行権取引市場においては，競争均衡が存在し，効率的な資源配分 $\boldsymbol{y}^{s*}$ が達成される．

[SP] の双対問題は，次の最適化問題なる：

$$[\mathrm{SD}]\ D(\boldsymbol{x}^s) = \min_{\boldsymbol{\rho}^s, \boldsymbol{P}^s} \sum_{\alpha\in A} \rho^s_\alpha + \sum_{t\in T}\sum_{r\in R} \lfloor x^s(r,t) \rfloor P^s(r,t) \tag{13}$$

$$s.t.\ \rho^s_\alpha \ge v_\alpha(r,t) - P^s(r,t) \quad \forall r, \forall t, \forall \alpha \tag{14}$$

$$P^s(r,t) \ge 0 \quad \forall r, \forall t, \forall \alpha \tag{15}$$

ここで，$\boldsymbol{\rho}^s$ は各利用者の利得，$\boldsymbol{P}^s$ は通行権バンドルの価格と解釈できる．この価格は，競争均衡実現する価格であり，競争均衡価格という．また，競争均衡価格のうち，最小の価格は Vickrey payment に一致する[12]．

b)　競上げ代理人オークション

提案メカニズムでは，情報効率的なメカニズムを設計するために，競上げオークションを採用する．競上げオークションは，利用者が膨大な財に対して入札を行わなければならないという封印価格オークション（*e.g.* VCG メカニズム）の情報非効率性を解消できる．また，利用者は競上げオークションの各段階で，市場の情報を収集し，入札額を調整・変更することができる．これは，利用者が各財への正確な評価額をはかりかねている状況でも有効に機能することを意味している[14]．

上記のように望ましい性質を持つ競上げオークションであるが，各段階で利用者が戦略的な入札行動をするという可能性を完全に排除することはできない．例えば，通常の Internet オークション（*e.g.* Yahoo!オークション）では，オークションの終了間際に入札が集中するという戦略的な入札行動が観察される．このような戦略的な価格操作は，他人の効用レベルを下げる恐れがあり，社会的最適状態は必ずしも達成されない．

そこで，提案メカニズムは，代理入札方式を導入する．すなわち，利用者は自分の需要する財の評価額を代理エージェントに申告し，その申告に基づいて代理エージェントが競上げオークションに最適入札する．代理入札方式の導入は，利用者の戦略的行動を防ぐだけでなく，利用者の入札手続きの煩雑さをも解消する．

より具体的には，提案メカニズムでは，Demange et al.[15]によって提案された競上げオークションに，Parkes and Ungar[16]で提案された代理エージェントを導入する．まず，利用者は予め需要する財の評価額 $\tilde{v}_\alpha(r,t)$ を代理エージェントへ申告する．代理エージェントは，競上げオークションの各段階で，申告された評価額に基づいて “近視眼的な最適入札”を行う．ここで，“近視眼的な最適入札”とは，現段階の通行権バンドル価格を所与として，現段階の効用を最大化する入札である．このオークションにおいては，利用者は代理エージェントが最適入札するために十分な情報を逐次的に申告すればよく，情報効率的である．道路管理者は，各段階で暫定的な勝者を決定し，勝者の変更した通行権バンドル価格を上昇させ，新規入札が無くなった時点で，オークションを終了する．そして，最終的に通行権バンドルの割当 $\boldsymbol{y}^s$，価格 $\boldsymbol{P}^s$ および割当られたバンドルに対する利用者の評価額 $\tilde{v}_\alpha(r^*,t^*)$ が得られる．

この競上げオークションは，利用者が代理エージェントに正直に評価額の申告を行えば（*i.e.* $\tilde{\boldsymbol{v}}_\alpha = \boldsymbol{v}_\alpha$），競争均衡に到達し，効率的な配分が達成される．実際，このオークションで，利用者が正直に評価額を申告することは支配戦略である[16]．さらに，最終価格が最小競争均衡価格に収束し，Vickrey payments を導出される

（厳密な証明は Demange et al.[15]を参照）．すなわち，補題 1 と合わせて次の命題が成立する：

**命題 2**　Iterative オークションにより実現する通行権バンドルの割当は，効率的であり，通行権バンドル価格は最終競争均衡価格に収束する．また，このオークションにおいて，利用者の正直な選好表明は事後的なナッシュ均衡である．

### (4) 経路容量調整フェーズ

道路管理者は，日々のオークションで得られる情報（$\boldsymbol{\rho}^s, \boldsymbol{P}^s$）を蓄積し（その集合を $E$ と書く），その情報に基づいて経路容量を調整する．具体的には，次の 1 変数の最適化問題を解くことにより経路容量を設定する：

$$[\mathrm{MP/s}] \quad \max\ \bar{\theta} \tag{16}$$

$$s.t.\ \ \bar{\theta} \leq \sum_{\alpha\in A}\rho^s_\alpha + \sum_{t\in T}\sum_{r\in R} x^s(r,t)P^s(r,t) \quad \forall s\in E \tag{17}$$

$$\bar{\theta} \geq 0,\ \ \boldsymbol{x}\in X$$

ここで,（$\boldsymbol{\rho}^s, \boldsymbol{P}^s$）は式 (14)，(15) で構成される許容領域の頂点であり高々有限個であり，全ての頂点が列挙されれば [MP/s] は [MP] を線形緩和した問題と等価な問題である．即ち，[MP/s] は [MP] の上界を与えており，逐次得られる頂点情報を式 (17) を追加し，上界を改善していくのが経路容量調整フェーズの戦略である．

### (5) 提案メカニズムの効率性と収束性

ある day $s$ で設定される経路容量 $\boldsymbol{x}^s$ が（近似的に）最適であるかは次式で定義する値 $\underline{\theta}$ により判断される：

$$\underline{\theta}(E) \equiv \min_{s\in E}\sum_{\alpha\in A}\rho^s_\alpha + \sum_{t\in T}\sum_{r\in R}\lfloor x^s(r,t)\rfloor P^s(r,t) \tag{18}$$

$\underline{\theta}(E)$ は，[MP/s] の解 $\boldsymbol{x}^s$ を経路容量としたときに，現在の $E$ から予想される社会的余剰の最小値である．この値は,（良い上界を与える）頂点が生成されれば $\underline{\theta}(E) \leq f^{day}$ が成り立つ（$\underline{\theta}(E)$ は頂点については最小化されているが，$\boldsymbol{x}^s$ については端数処理により厳密には最大化されないため）．即ち，社会的余剰の最大値の近似値を表現する指標となる．従って，$\underline{\theta}(E) < D(\boldsymbol{x}^s)$ を収束判定基準とする．また，この収束判定基準を用いるとき，失われる社会的余剰 $\Delta f^{day}$ は，以下の範囲内におさまる：

$$0 \leq \Delta f^{day} < f^{day} - \underline{\theta}(E_{all}) \tag{19}$$

また，オークション・フェーズは,（収束判定基準を満たさないとき）常に新たな端線情報を生成する．従って，次の命題が成立する：

**命題 3**　メカニズムは，有限回のステップで収束し，このとき実現する社会的余剰と社会的余剰の最大値の乖離度は，限定された範囲内に収まる．

## 6. おわりに

本研究では，一般ネットワークを対象として，ネットワーク通行権取引市場の取引メカニズムを構築した．具体的には，まず，通行権取引市場の VCG メカニズムが利用者が同質な場合に機能することを示した．続いて，任意の状況で容易に実装可能な day-to-day オークション・メカニズムを提案した．そして，次のような結果を得た：*i*) 各 day で行われる通行権取引市場は，効率的な資源配分を達成し，かつ，*strategy-proof* である．*ii*) メカニズムは有限回で収束し，メカニズムによって達成される社会的余剰と社会的余剰の最大値の乖離度は，限定された範囲内に収まる．

本稿で提案された day-to-day オークション・メカニズムは，道路管理者が適切な経路を列挙可能であることを前提としていた．しかし，現実の道路ネットワークでは無数の経路が考えられるため，道路管理者がその中から適切なものを選び出すべきかは，必ずしも，自明ではない．したがって，明示的に経路を列挙することを避けるようなオークション・メカニズムの構築は，今後の重要な課題である．

### 参考文献


1) 赤松隆，佐藤慎太郎，Nguyen Xuan Long：時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究，土木学会論文集 D，Vol.62, pp.605-620, 2006.
2) 赤松隆：一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度，土木学会論文集 D, Vol.63, pp.287-301, 2007.
3) 和田健太郎，赤松隆：単一ボトルネックにおける渋滞と混雑を解消する情報効率的メカニズムの設計，土木学会論文集，印刷中.
4) Kuwahara, M. and Akamatsu, T.: Dynamic equilibrium assignment with queues for a one-to-many OD pattern, *Transportation and Traffic Theory*, Vol.12, pp.185-204, 1993.
5) 赤松隆，桑原雅夫：渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分，**土木学会論文集** IV-23, pp.21-30, 1994.
6) Cascetta, E.: *Transportation systems engineering theory and methods*, Kluwer Academic, 2001.
7) Daganzo, C. F.: The uniqueness of a time-depandent equilibrium distribution of arrivals at a single bottoleneck, *Transportation Science*, Vol.19, pp.29-37, 1985.
8) Newell, G. F.: The morning commute for non-identical travels, *Transportation Sceince*, Vol.21, pp.217-229, 1987.
9) 桑原雅夫：道路交通における出発時刻選択に関わる研究解説，**土木学会論文集**, IV-41, pp.73-84, 1998.
10) 井料隆雅，吉井稔雄，朝倉康夫：出発時刻選択問題の均衡状態に関する数理的分析, **土学会論文集**, IV-66, pp.105-118, 2005.
11) Smith, M. J.: A new dynamic traffic model and the existence and calculation of dynamic user equilibria on congested capacity-constrained road networks, *Transportation Research 27B*, pp.49-63, 1993.
12) Cramton, P., Shoham, Y., and Steinberg, R. : *Combinatorial auctions*, The MIT Press, 2006.
13) Ahuja, R. K., Magnanti, T. L. and Orin, J. B.: *Network flows theory, algorithms, and applications*, Pritice-Hall, 1993.
14) Cramton, P.: Ascending Auctions,*Eouropean Economic Review*, Vol.42, pp.745-756, 1998.
15) Demange, G., Gale, D. and Sotomayor, M.: Multi-Item auctions, *Journal of Political Economy*, Vol.94, pp.863-872, 1986.
16) Parkes, D. C. and Ungar, L. H.: Preventing strategic manipulation in iterative auctions: proxy agents and price-adjustment, In *Proc. 17th National Conference on Artificial Intelligence*, pp.82-89, 2000.