エントロピー型トリップチェイン・ネットワーク均衡モデルの基本特性分析*

Entropy-based Trip-chain-based Network Equilibrium Model*

円山 琢也**

By Takuya MARUYAMA**

1. はじめに

トリップ・チェイン (以下, TC) を考慮したネットワーク均衡モデルは，筆者ら[1), 2), 3)]のものを含めて，様々なものが提案・構築されている．動学化・行動表現の詳細化[4)]なども重要な展開の方向であるが，都市構造の影響が交通政策に与える影響の本質を分析するとき，あるいは他分野への応用・拡張可能性を考えた場合には，簡潔なモデルも有用な場面も少なくないであろう．

Wilson[5)]によるエントロピー最大化モデルは，統計力学的なアイディアから，重力モデル構造をもった空間相互作用モデルとして導出されたものである．これとは，独立に佐佐木[6)]によっても，先験確率を導入したエントロピー・モデルが導出されていることは周知であろう．

このエントロピー型分布モデルは，配分モデルとの統合がEvans[7)]らによって展開されてきた．これらは古典的なモデルと一蹴することもできるが，行動モデルにおけるGEV型への展開を応用してGEV型エントロピー・モデル[8)]への応用も可能であり，今後の研究の価値は少なく無いと考える．

本研究では，都市内の交通需要・人口分布などから簡潔にTC行動を表現しうるモデルを提案して，その特性などを示しておきたい．これは，都市解析の分野で提案された三重制約型エントロピー・モデル[9)]を，Boyce[10)]によるモデルも一部参考にして，非加法コストを考慮したネットワーク均衡モデルに拡張したものである．最近，集計量のみを用いたTC型 (ツアー型) 交通量のエントロピー最大化による導出の試み[11)]も示されていて興味深い．なお，既存の研究では，便益指標についての精査は見られず，本稿で，それを明示しておく．

2. エントロピー型トリップチェイン・ネットワーク均衡モデル

(1)三重制約型モデルの定式化

各ゾーンからの発生交通量，ゾーンへの立ち寄り・集中交通量が与えられたとして，三重制約型のモデルとして，以下の最適化問題を考える．

$$\min . Z_1(\mathbf{x}(\mathbf{g}),\mathbf{h}) = \sum_a \int_0^{x_a} t_a(\omega)\,d\omega + \sum_{p,q,r}\sum_{m\in M} \tau\, g_{pqr}^m + \frac{1}{\theta}\sum_{p,q,r} h_{pqr}(\ln h_{pqr} - 1) \tag{1}$$

subject to

$$\sum_{qr} h_{pqr} = O_p, \quad \forall p\ , \tag{2}$$

$$\sum_{pr} h_{pqr} = M_q, \quad \forall q\ , \tag{3}$$

$$\sum_{pq} h_{pqr} = D_r, \quad \forall r, \tag{4}$$

$$h_{pqr} = \sum_m g_{pqr}^m, \quad \forall pqr\ , \tag{5}$$

$$x_a = \sum_{m,n} \delta_{a,n}^m g_n^m, \quad \forall a\ , \tag{6}$$

$$x_a \geq 0, h_{pqr} \geq 0, g_n^m \geq 0\,. \tag{7}$$

ここで,

x_a : リンク a の交通量;

$t_a(.)$: リンク a のリンクコスト関数;

τ : (所要時間単位に変換された) 課金額;

M : 課金される TC 経路集合;

h_{pqr} : 発ゾーン p, 経由ゾーン q, 着ゾーン r の TC 交通量

g_n^m : TC n における TC 経路 m の交通量;

O_p :ゾーン p からの発生交通量 (所与)

M_q :ゾーン q への立ち寄り交通量 (所与)

D_r : ゾーン r への集中交通量 (所与)

$\delta_{a,n}^m$: TC n における TC 経路 m にリンク a が含まれれば 1, それ以外では 0 を取る変数;

θ : パラメータ

とする．

この最適化問題の解は,

$$h_{pqr} = A_p O_p E_q M_q B_r D_r \exp(-\theta c_{pqr})\,, \tag{8}$$

となる．ただし,

$$A_p = \left(\sum_{q,r} E_q M_q B_r D_r \exp(-\theta c_{pqr})\right)^{-1}, \tag{9}$$

$$E_q = \left(\sum_{p,r} A_p O_p B_r D_r \exp(-\theta c_{pqr})\right)^{-1}, \tag{10}$$

---

*キーワード: 目的地選択， 交通ネットワーク分析

** 正会員, 博, 熊本大学 政策創造研究教育センター
(〒860-8555 熊本市黒髪 2-39-1, Fax: 096-342-2042)

$$B_r = \left(\sum_{p,q} A_p O_p E_q M_q \exp(-\theta c_{pqr}) \right)^{-1} \quad (11)$$
,

となる Balancing Factor であり，c_{pqr}は，非加法コストとなりうる課金抵抗を含む TC 交通費用である．

このモデルは，Evans [7] によるトリップ・ベースの両側制約型分布・配分統合モデルの TC ベースのモデルへの拡張の一例とみなせる．このモデルへの先験確率の導入も容易であろう．

(2)発生・集中制約型モデル

前項の三重制約式のうち，立ち寄り交通量M_q のデータを計測することは困難な場合も多いであろう．既存の研究 [9]でもこの点に着目して，立ち寄り制約式を外したモデルの検討がされている．本稿のモデルにも同様な展開が可能である．すなわち，式(3)の制約を除いた問題を考える．この場合の解は,

$$h_{pqr} = A_p O_p B_r D_r \exp(-\theta c_{pqr}) \,, \quad (12)$$

ただし,

$$A_p = \left(\sum_{q,r} B_r D_r \exp(-\theta c_{pqr}) \right)^{-1} \quad (13)$$

$$B_r = \left(\sum_{p,q} A_p O_p \exp(-\theta c_{pqr}) \right)^{-1} \quad (14)$$

と変更される．一見，通常のトリップ型の二重制約型エントロピー・モデルのように見えるが，コストが経由地を考慮した c_{pqr} で表現されている点に注意されたい．

(3)消費者余剰指標

都市解析分野の研究では，施設の最適立地問題などへの応用が主眼になっている．交通計画 (特に最適混雑課金) などの分析への応用を念頭に置くと，モデルと整合的な消費者余剰指標を検討しておく価値は高い．

トリップ・ベースの二重制約型エントロピー・モデルと整合的な消費者余剰指標は，Williams [12] によって示されている．具体的には，ODペアod 間のOD交通量が以下のモデルで与えられるとき，

$$q_{od} = A_o B_d O_o D_d \exp(-\gamma\, c_{od}) \quad (15)$$

$$A_o = \left[\sum_d B_d D_d \exp(-\gamma\, c_{od}) \right]^{-1} \quad (16)$$

$$B_d = \left[\sum_o A_o O_o \exp(-\gamma\, c_{od}) \right]^{-1} \quad (17)$$

ここで，od 間のコストをc_{od}，パラメータをγ としている．このとき，消費者余剰指標が

$$CS_1 = -\frac{1}{\gamma} \left[\sum_o O_o \ln A_o + \sum_d D_d \ln B_d \right] \quad (18)$$

で与えられるとするものである．この点は，Jara-Diaz[13] Example 3.3, Jara-Díaz and Farah [14], Bates[15] にも解説がある．

これらの展開を参考にすると，本稿の三重制約型モデルと整合的な消費者余剰指標は,

$$CS_2 = -\frac{1}{\theta} \left[\sum_p O_p \ln A_p + \sum_q E_q \ln M_q + \sum_r D_r \ln B_r \right] (19)$$

であることが導かれる．

(4)行動モデルとの等価性について

さて，二重制約型エントロピー・モデルが行動モデルとみなせるのかどうかという議論がある [16]など．片側制約型エントロピー・モデルは，目的地選択 or 発生地選択ロジット・モデルに容易に変換できるので，行動モデル的根拠は明確であった．一方，二重制約型の場合，そもそも, 目的地選択とみなすのか発生地選択とみなすのか, あるいは，それらの同時選択なのか明確なミクロ的根拠付けについては，必ずしも合意が得られていないと思われる．この点について，Anas[17] は，二重制約型エントロピー・モデルとロジット・モデルの等価性を主張している．青木(p.49) [18] にもこの等価性についての言及がある．

しかし, 筆者は, 二重制約型エントロピー・モデルは, 純粋な離散選択型行動モデルとは等価とみなせないのではないかと考えている. 例えば, Anas[17] の証明において, このモデルは，発生地・目的地同時選択ロジット・モデルと等価であると主張されているが，この効用関数の魅力度として発生量制約式，集中量制約式についての Lagrange 乗数が導入されている．これらの指標は，一般にすべての OD ペア間のコストなどに依存する内生変数であり，通常のロジット・モデルにおける確定効用項とはみなしがたいと思われる． 実際，通常のロジット・モデルと等価であるならば，モデルと整合的な消費者余剰指標は，ログサム変数として導出されるはずであるが，式(18) は，それとは，異なるものとなっている．あえて解釈するのであれば，選択結果についての制約条件が追加された離散選択モデルと等価であるとみなすことは可能と思われる．以上のことから，二重制約型エントロピー・モデルは，純粋なランダム効用モデルではないと思われる．ただ，ミクロ経済学的根拠を持たせることは可能で，式(18)から便益を計算することに問題は無いという関係にあると思われる．この関係は，本研究の三重制約型モデルと式(19)の消費者余剰式についても当てはまると思われる．

3. おわりに

本稿では，筆者らが開発してきた TC 型ネットワーク均衡モデルの需要構造として，発生・立ち寄り・集中交通量制約が与えられたときにエントロピー最大化の考え方を導入した一つの拡張例を示した．このモデルは，現

実の TC パターンを再現する記述性は必ずしも高くない可能性も高い. ただ, 構造が簡潔であることで他分野 (例えばサプライ・チェーン分析など) への適用可能性も少なくないのではと考えている. このモデルの特徴を活かした分析対象の探索などを今後行っていきたい.

参考文献

1) Maruyama, T. and Harata, N.: Incorporating trip chaining behavior in network equilibrium analysis, *Transportation Research Record*, No. 1921, pp. 11-18, 2005.
2) Maruyama, T. and Harata, N.: Difference between area-based and cordon-based congestion pricing: Investigation by trip-chain-based network equilibrium model with non-additive path costs, *Transportation Research Record*, No. 1964, pp.1–8, 2006.
3) Maruyama, T. and Sumalee, A.: Efficiency and equity comparison of cordon- and area-based road pricing schemes using a trip-chain equilibrium model, *Transportation Research Part A*, Vol. 41, Issue 7, pp. 655–671, 2007.
4) 金森亮, 三輪富生, 森川高行: 活動選択を考慮した時間帯別・統合均衡モデルの構築と適用, 土木計画学研究・論文集, Vol.24(4), pp. 915-926, 2007.
5) Wilson, A.G.: A statistical theory of spatial distribution models, Transportation Research, Vol.1, Issue 3, pp.253-269, 1967.
6) 佐佐木綱: トリップの OD 分布を求める確率論的方法, 交通工学, Vol.2,No. 6, pp. 12-21, 1967.
7) Evans, S. P.: Derivation and analysis of some models for combining trip distribution and assignment, *Transportation Research*, Vol. 10, No. 1, pp. 37-57, 1976.
8) de Grange, L., Ibeas, A. and González, F.: A hierarchical gravity model with spatial correlation: mathematical formulation and parameter estimation, *Networks and Spatial Economics*, in press. DOI 10.1007/s11067-008-9097-0
9) 栗田 治, 本間裕大: 立ち寄りを伴うトリップのための空間的相互作用モデル—ウィルソンのエントロピー最大化法の一般化とその応用—, 都市計画論文集, No. 40, pp.109-114, 2005.
10) Boyce, D.: Urban Travel Forecasting Course Notes, 5.5 Extension to Tours, Northwestern University, 2007. http://www.civil.northwestern.edu/people/boyce.html
11) Wang, Q. and Holguín-Veras, J.: Tour-based entropy maximization formulations of urban freight demand, presented at TRB 88th Annual Meeting, #09-1152, 2009.
12) Williams, H. C. W. L.: Travel demand models, duality relations and user benefit analysis, *Journal of Regional Science*, Vol. 16, No. 7, pp. 147-166, 1976.
13) Jara-Díaz, S.: *Transport Economic Theory*, Elsevier, 2007.
14) Jara-Díaz, S.R. and Farah, M., Valuation of users' benefit in transport systems, *Transport Reviews*, Vol. 8, No. 3, pp. 197-218, 1988.
15) Bates, J.: Economic evaluation and transport modelling: Theory and practice, in K.W. Axhausen (ed.) *Moving through Nets: The Physical and Social Dimensions of Travel* - Selected papers from the 10th International Conference on Travel Behaviour Research, pp. 279-351, 2007.
16) 小林潔司: エントロピー理論と都市・交通モデリングへの適用, 土木計画学研究・講演集, No. 10, pp.291-298, 1987.
17) Anas, A.: Discrete choice theory, information theory and the multinomial logit and gravity models, *Transportation Research Part B*, Vol. 17, Issue 1, pp. 13-23, 1983.
18) 青木義次: 建築計画・都市計画の数学-規模と安全の数理, 数理工学社, 2006.