

確率的動学マクロ経済モデルによる長期的防災戦略分析：
防災施設整備，防災 R&D と”Opportunity-based learning”への投資配分フレーム*
Fiscal Policy Framework for Long-term Disaster Prevention Strategy:
Stochastic Dynamic Macroeconomic Approach*

横松宗太**・上田孝行***・石倉智樹****

by Muneta YOKOMATSU**, Taka UEDA*** and Tomoki ISHIKURA****

1. はじめに

本研究では，長期に亘る総合的な防災政策がマクロ経済リスクをコントロールしながら長期的な経済成長を促す構造について記述する．自然災害へのハード対策である建物の耐震化や堤防整備などの防災施設整備が長期に亘って1国のリスクを低減することは論を待たない．本研究では，ハードの防災施設整備に加えて，防災R&D (Research & Development, 研究開発) の継続的發展を考慮する．さらに防災の実務的・学術的R&Dにおいては災害直後の被災地調査が重視され，その成果が後の革新を促すサイクルが存在することに着目する．現実にかかる災害では，実験やモデル分析からは明らかにすることができない現象が数多く発生する．本研究では災害時に新しい知見や次なる課題を得るプロセスを”Opportunity-based learning”と呼び，起こってしまった惨事が将来繰り返されないよう，その機会 (opportunity) の経験・知見を最も有効に利用する戦略について検討する.. 以上のように，本研究では，同一のマクロ経済成長モデルのフレームを用いて，短期的防災対策としての”Opportunity-based learning”と長期的対策としてのハードの防災施設整備を組み合わせた動学的防災戦略について分析する．これらの防災効果については，従来，断片的に認識されてきたものの，1国レベルの長期的経済成長過程の中でどのような機能を発揮するかについての理論的な分析はなされて

いない．国家の財政政策の視点をもった研究も存在しない．本研究では以上の機能に焦点を当てた確率的マクロ経済成長モデルを定式化し，複数の防災対策への投資配分を分析するフレームを開発する．

2. モデル

災害リスクに曝された閉鎖・実物1財経済を考える．時点 t における1家計あたりの生産資本ストックを $k(t)$ と表し，生産関数を $f(k(t))$ により表す．時点 t の産出は以下のような支出にかわる．

$$f(k(t)) = c(t) + i(t) + m(t) + h(t) \quad (1)$$

$c(t)$ は消費， $i(t)$ は生産資本 $k(t)$ への投資， $m(t)$ は災害対策費， $h(t)$ は平常時の防災R&Dへの支出を表す．以下，混乱が生じない限り，時間を表す「 (t) 」の標記を省略する．

災害はポアソン過程に従って到着するものと仮定する．ポアソン過程を q により表し， dq を次式のように定義する．

$$\begin{aligned} dq &= 0 \quad \text{with prob. } 1 - \lambda dt \\ &= 1 \quad \text{with prob. } \lambda dt \end{aligned} \quad (2)$$

ただし λ はポアソン到着率を表す．

経済には3種類のストックが存在するものと仮定する．それらは生産資本 k ，防災資本 g ，防災対策に関するアイデア a とする．生産資本 k は全て物的な施設とし，ゆえに災害により損壊するリスクに曝されているものとする．一方，防災資本 g の効果にはさまざまな形態が存在するが，本研究では建物の耐震化のように，1単位の防災資本がカバーできる物的資本の範囲が限定的であるような防災資本を考える．また g は構造物として建物に体化しており，建物が損壊すれば g も同時に失われるものと仮定する．3つのストック変数の蓄積は次式で与えられるものと仮定す

*キーワード：計画基礎論，防災，マクロ経済動学

**正会員 京都大学防災研究所 巨大災害研究センター
(〒611-0011 宇治市五ヶ庄
TEL 0774-38-4279, FAX 0774- 31-8294)

***正会員 東京大学大学院工学系研究科 社会基盤学専攻
(〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1
TEL/FAX 03-5841-6116)

****正会員 東京大学大学院工学系研究科 社会基盤学専攻
(〒113-8656 東京都文京区本郷7-3-1
TEL/FAX 03-5841-0566)

る。

$$dk = \{i - \delta k\}dt - \psi \left(\frac{g}{k} \right) k dq - s dq \quad (3a)$$

$$dg = \{\omega(m, a) - \delta g\}dt - \psi \left(\frac{g}{k} \right) g dq \quad (3b)$$

$$da = h dt + \eta(s) dq \quad (3c)$$

δ は物的資本と防災資本の減耗率を表す。式(3a)の右辺第1項は生産資本への投資から減耗を差し引いた、平常時のネットの資本の増分を表す。右辺第2項は災害時の物的資本の損失水準を表し、 $\psi(g/k)$ は資本の損壊率を表す関数とする。 $\psi(g/k)$ は以下の性格をもつものと仮定する。

$$\psi(0) = 1, \quad 0 \leq \psi(\cdot) \leq 1 \quad (4a)$$

$$\psi'(\cdot) < 0, \quad \psi''(\cdot) > 0 \quad (4b)$$

g/k は耐震化比率等、防災対策が施された生産資本の割合を示す。十分な防災対策が施されれば災害による損壊が0となるような理想的な場合には、 $\psi(\cdot) = 1 - (g/k)$ という特定化が可能となる。しかし本モデルでは単点解による場合わけの煩雑さを避けるため、 $\psi''(\cdot) > 0$ を仮定する。式(3a)の右辺第3項は災害調査費に代表される、“Opportunity-based learning”のための支出を表す。すなわち災害時における資金 s による調査や学習はアイデアのストック a を大きくジャンプさせ、その効果は式(3c)の右辺第3項で与えられる。

$$\eta'(s) > 0, \quad \eta''(s) < 0 \quad (5)$$

また、式(3b)は防災資本 g の蓄積過程を表す。関数 $\omega(m, a)$ は災害対策費の支出 m と防災資本の増加の関係を表し、アイデア a の増加が以下のように反映されている。

$$\omega_m(\cdot) > 0, \quad \omega_{mm}(\cdot) \leq 0 \quad (6a)$$

$$\omega_a(\cdot) > 0, \quad \omega_{aa}(\cdot) < 0, \quad \omega_{ma}(\cdot) > 0 \quad (6b)$$

右下の添え字は当該変数に関する偏微分を表す。最後の式は、アイデアストックが増加すれば災害対策費支出の限界効果が増加することを意味する。また、式(3b)の右辺第2項は、災害が発生すれば生産資本 k の損壊と同じ比率の防災資本が失われることを表している。式(3c)はアイデアストックの蓄積を表す。前述のように第1項は通時的に行われるR&D活動、第2項は災害時に集中的に行われる活動を表す。

代表的家計は危険回避的とし、時点 t の効用関数を $U(c)$ ($U' > 0, U'' < 0$)により表す。社会的最適化問題は代表的家計の生涯期待効用最大化問題として以下のように表される。

$$\max_c EU := E \int_0^\infty U(c)e^{-\rho t} dt \quad (7)$$

subject to eq.(3a), (3b), (3c)

ただし E は期待値操作を意味する。 ρ は時間選好率を表す。表記の便宜上、状態変数ベクトルを $\mathbf{x}(t) := (k(t), g(t), a(t))^T$ 、制御変数ベクトルを $\mathbf{u}(t) := (c(t), i(t), m(t), h(t), s(t))^T$ と表そう。ただし上付き T は転置を表す。式(3a)-(3c)は以下のように表される。

$$d\mathbf{x} = \mathbf{b}(\mathbf{x}, \mathbf{u})dt + \mathbf{l}(\mathbf{x}, \mathbf{u})dq \quad (8a)$$

$$\mathbf{b}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) := \begin{pmatrix} f - c - m - h - \delta k \\ \omega - \delta g \\ h \end{pmatrix} \quad (8b)$$

$$\mathbf{l}(\mathbf{x}, \mathbf{u}) := \begin{pmatrix} -\psi k - s \\ -\psi g \\ \eta \end{pmatrix} \quad (8c)$$

現在期価値最適値関数 $\bar{V}(t, \mathbf{x}(t))$ を次式により定義する。

$$\bar{V}(t, \mathbf{x}(t)) = \max_c [U(c)e^{-\rho t} + E[\bar{V}(t + dt, \mathbf{x}(t + dt))]] \quad (9)$$

便宜上、任意の3変数のベクトル \mathbf{z} と、 \mathbf{x} に関する勾配ベクトルに関して以下の表現を用いる。

$$\mathbf{z}^T := (z_1, z_2, z_3), \quad \nabla := \left(\frac{\partial}{\partial k}, \frac{\partial}{\partial g}, \frac{\partial}{\partial a} \right) \quad (10a)$$

$$\mathbf{z}^T \nabla := z_1 \frac{\partial}{\partial k} + z_2 \frac{\partial}{\partial g} + z_3 \frac{\partial}{\partial a} \quad (10b)$$

当該期価値最適値関数を $V(\mathbf{x}(t))$ と表し、 $V(\mathbf{x}(t)) = \bar{V}(t, \mathbf{x}(t))e^{-\rho t}$ が成立しているとしよう。若干の計算により、Hamilton-Jacobi-Bellman(HJB)方程式が得られる(付録1)参照。

$$\rho V = \max_{\mathbf{u}} [U + \{(\mathbf{b} + \lambda \mathbf{l})^T \nabla\} V + \frac{\lambda}{2} (\mathbf{l}^T \nabla)^2 V] \quad (11)$$

3. 最適リスク管理政策

c, m, h に関する1階の条件をまとめると、任意の時点 t における限界効用と各ストックの潜在価値の関係について次式を得る。

$$U' = V_k = V_g \omega_m = V_a \quad (12)$$

また、 s に関する1階の条件を整理すると次式を得る。

$$\begin{aligned} & V_a \eta' - V_{ga} \psi g \eta' - V_{ak} (\eta' \Psi + \eta) \\ & = V_k - V_{kk} \Psi - V_{aa} \eta \eta' - V_{kg} \psi g \end{aligned} \quad (13)$$

ただし $\Psi := \psi k + s$ である。上式を整理すると、最適”Opportunity-based learning”に関する以下のルールを得る（付録2）参照。

$$\begin{aligned} & (\eta' - 1) \cdot \left[1 - \frac{d}{da} \left(\frac{\psi g}{\omega_m} \right) \right. \\ & \quad \left. + \frac{U'' c_k}{U'} \left\{ \eta - \psi k - \frac{\psi g}{\omega_m} - s \right\} \right] = 0 \end{aligned} \quad (14)$$

よって以下の2通りの戦略が従う。

$$\text{戦略1) } \eta' = 1 \quad (15a)$$

$$\begin{aligned} \text{戦略2) } & - \frac{U'' c_k}{U'} \left\{ \eta - \psi k - \frac{\psi g}{\omega_m} - s \right\} \\ & = 1 - \frac{d}{da} \left(\frac{\psi g}{\omega_m} \right) \end{aligned} \quad (15b)$$

戦略1では、最適 s はその限界効果が限界費用1に等しくなるように決められる。それに対して、式(15b)の左辺は被災時のネットのゲインを表している。それは災害調査による知識の増加から生産・防災資本の被害、災害調査費用を差し引いた項で構成されている。一方、式(15b)の右辺は1単位の知識 a の増加がもたらす平常時の限界便益を表している。右辺第1項は知識の増加を、右辺第2項はそれによって被災した防災資本 ψg の復旧費用の減少便益を表している。したがって戦略2では、 s は被災時の純便益が平常時の限界便益に等しくなるように決められる。

若干の計算により、以下のようにKeynes-Ramseyルールを得る（付録2）参照。

$$\frac{dU'}{U'} = -\Omega dg^* + \frac{U'' c_k}{U'} \left(dk^* + \frac{dg^*}{\omega_m} + da^* \right) \quad (16)$$

ただし $\Omega := (\omega_{mm} m_a + \omega_{ma}) / (\omega_m)^2 (> 0)$ である。 $d\omega_m/da = \omega_{mm} m_a + \omega_{ma} > 0$ かつ $c_k > 0$ のもっともらしいケースを想定しよう。最適成長経路上において、限界効用の確率過程はストック変数の最適経路 dk^*, dg^*, da^* の線形和で構成される。いま、”Opportunity-based learning”に関して戦略1が採用されるとき、Keynes-Ramseyルールは以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{dU'}{U'} & = \frac{U'' c_k}{U'} \left[\{i - \delta k + \Lambda(\omega - \delta g) + h\} dt \right. \\ & \quad \left. + \{\eta - \psi k - \Lambda \psi g - s\} dq \right] \end{aligned} \quad (17)$$

$$\text{ただし } \Lambda := \frac{1}{\omega_m} - \frac{U' \Omega}{U'' c_k} (> 0)$$

平常時において $i > \delta k$ かつ $\omega > \delta g$ 、すなわち物的資本と防災資本に対して物的減耗以上の投資を行えば、 $dU' < 0$ すなわち消費が増加する。また、式(15a)を満たす s による $\eta(s)$ が、上式(17)の右辺2行目の中括弧全体を正にするほど大きくない限り、災害時に限界効用は上方にジャンプする。すなわち消費水準は下方にジャンプする。一方、戦略2が採用されるとき、式(15b)を考慮することにより式(16)は以下の表現を得る。

$$\frac{dU'}{U'} = \frac{U'' c_k}{U'} \{i - \delta k + \Lambda(\omega - \delta g) + h\} dt - dq \quad (18)$$

ジャンプ項 dq の係数は-1に制御される。そのことが任意の効用関数の限界効用の増加率について成立する。戦略2のもとでは災害時に消費水準が上方にジャンプする。

4. おわりに

戦略2が成立するためには式(15b)の左辺が正である必要がある。そのためには”Opportunity-based learning”の効果関数 $\eta(\cdot)$ が大きいことに加えて、 k や g が小さい、すなわち経済発展の初期段階である必要がある。戦略2の成立可能性についてはさらなる検討が必要である。

また本モデルでは耐震補強の類の防災投資を想定し、生産資本が壊れると防災資本も同時に壊れると仮定したが、災害情報システムのように、破壊の条件が異なる防災施設も存在する。今後さまざまなタイプの防災施設にモデルを拡張する予定である。さらに最適経済成長経路と整合的な防災会計の枠組みを導く必要がある。発表時には、以上のような分析の拡張や数値事例の結果を示す。

付録

1) Hamilton-Jacobi-Bellman 方程式の導出

$V(\mathbf{x}(t)) = \bar{V}(t, \mathbf{x}(t)) e^{-\rho t}$ に留意して、 $\bar{V}(t+dt, \mathbf{x}(t+dt))$ を $(t, \mathbf{x}(t))$ の周りでテイラー展開すると、

$$\begin{aligned} & \bar{V}(t+dt, \mathbf{x}(t+dt)) \\ & = \bar{V}(t, \mathbf{x}(t)) + \bar{V}_t dt + (\mathbf{d}\mathbf{x}^T \nabla) \bar{V} \\ & = \{V - \rho V dt + (\mathbf{d}\mathbf{x}^T \nabla) V\} e^{-\rho t} \end{aligned} \quad (19)$$

上式の右辺の最終項は

$$(\mathbf{d}\mathbf{x}^T \nabla) V = (\mathbf{b}^T \nabla) V dt + (\mathbf{l}^T \nabla) V dq \quad (20)$$

上式の右辺第2項の期待値は次式のように表される。

$$E[(\mathbf{l}^T \nabla) V dq] = \lambda [V(\mathbf{x} + \mathbf{l}) - V(\mathbf{x})] dt$$

$$= \lambda[(l^T \nabla)V + \frac{1}{2}(l^T \nabla)^2 V]dt \quad (21)$$

式(19)-(21)を式(9)に代入して整理すると、HJB方程式(11)を得る。

2) Keynes-Ramsey ルールの導出

式(12)をそれぞれ k, g, a で微分すると、

$$U'' c_k = V_{kk} = V_{kg}\omega_m + V_g\omega_{mm}m_a = V_{ak} \quad (22a)$$

$$U'' c_g = V_{kg} = V_{gg}\omega_m + V_g\omega_{mm}m_g = V_{ga} \quad (22b)$$

$$\begin{aligned} U'' c_a &= V_{ak} = V_{ga}\omega_m + V_g(\omega_{mm}m_a + \omega_{ma}) \\ &= V_{aa} \end{aligned} \quad (22c)$$

上の関係より $V_{(2)} := V_{kk} = V_{ak} = V_{aa}$ とおくと、

$$\begin{aligned} V_{kg} &= V_{ga} \\ &= \frac{1}{\omega_m} \{V_{(2)} - V_g(\omega_{mm}m_a + \omega_{ma})\} \end{aligned} \quad (23)$$

式(13)に式(12)(22a)-(22c)(23)を代入して整理すると、式(14)を得る。一方、 U' に伊藤のレンマを適用すると、式(12)の関係を用いて、

$$dU' = dV_k = V_{kk}dk + V_{kg}dg + V_{ak}da \quad (24)$$

上式に式(12)(22a)-(22c)(23)を代入して整理すると、Keynes-Ramsey ルール(16)を得る。

参考文献

- 1) Romer, P.M.: Endogenous Technological Change, Journal of Political Economy, Vol.98, S71-S102, 1990.
- 2) Grossman, G., Helpman, E.: Innovation and Growth in the Global Economy, The MIT Press, 1991.
- 3) Turnovsky, S.J.: Methods of Macroeconomic Dynamics, The MIT Press, 1995.