

# パンデミック時における社会経済活動の最適停止タイミング\*

## Optimal Stopping Timing of Economic Activity at pandemic\*

川口晃司\*\*・上田孝行\*\*\*・石倉智樹\*\*\*\*

By Koji KAWAGUCHI\*\*・Taka UEDA\*\*\*・Tomoki ISHIKURA\*\*\*\*

### 1. はじめに

パンデミックは人類の歴史上繰り返し発生し、大きな健康被害とこれに伴う社会的影響をもたらしてきた。20世紀では、1918年(大正7年)に発生したスペインインフルエンザ大流行が最大で、世界中で約4千万人が死亡したと推定されており、我が国でも約39万人が死亡している。また、1957年(昭和32年)にはアジアインフルエンザ、1968年(昭和43年)には香港インフルエンザがそれぞれ大流行を引き起こしており、医療提供機能の低下を始めとした社会機能や経済活動の様々な混乱が記録されている。

近年、東南アジアを中心に高病原性鳥インフルエンザ(A/H5N1型)が流行しており、このウイルスがヒトに感染し、死亡例も報告されている。また、高病原性鳥インフルエンザの発生が、アフリカ、中東、ヨーロッパ等でも確認されるなど、依然として世界的に流行が拡大・継続している<sup>1)</sup>。2009年4月にはメキシコで豚経由の新型インフルエンザが発生し、世界中に感染が拡大している。WHOは同年6月11日、警告レベルを最高のフェーズ6に引き上げ、パンデミックを宣言している<sup>2)</sup>。

地球規模でヒト・モノがダイナミックに動いている今日、ひとたびパンデミックとなれば社会機能や経済活動の混乱が予想される。そのため様々な分野で研究の対象とされているが、感染被害拡大のシミュレーションが中心であり<sup>3) - 5)</sup>、パンデミック時の政策やその効果について議論されている論文は少ない。パンデミックが発生した際には、ワクチンの開発には最低でも半年はかかると言われており、有効な政策としては公共交通の停止や学校閉鎖等が考えられ、その効果については研究されて

\*キーワード：計画基礎論、最適停止問題、パンデミック

\*\*非会員、学、東京大学大学院工学系研究科

(東京都文京区本郷7-3-1、

TEL03-3355-3441、FAX03-5841-6119)

\*\*\*正員、工博、東京大学大学院工学系研究科

(東京都文京区本郷7-3-1、

TEL03-5841-6116、FAX03-5379-0125)

\*\*\*正員、博(情報科学)、東京大学大学院工学系研究科

(東京都文京区本郷7-3-1、

TEL03-5841-6116、FAX03-5379-0125)

いる<sup>6)・7)</sup>が、その最適なタイミングについては議論されていない。しかし、これらの政策は行うタイミングを間違えれば効果は小さいため、最適タイミングの導出は十分に検討するに値するものである。

このような問題意識のもと、本研究では一つの都市を想定し、その地域内に感染者が入り感染が拡大していく場合に、経済的な観点から地域内の生産活動を停止する最適なタイミングを求めることを目的とする。他の研究がシミュレーションで感染拡大の再現を行っているのに対して、本研究の特徴は制御モデルを用いて最適政策を求めるという点にある。最適タイミングを導出するにあたってはモード切り換えのモデルで枠組みを作り、簡単な数値シミュレーションによって議論する。

### 2. 状況設定とモデルの定式化

#### (1) 状況設定

本研究では状況を以下のように設定した。

- 1章で述べた公共交通の停止や学校閉鎖等の政策を全てまとめて停止と呼ぶ
- これらの停止は全て同時に行われる
- 仮想都市内で生産が行われ、労働者はその地域内で生産に従事する
- 地域内の人々は通常時は地域内を自由に行動できる
- 時点0で新型インフルエンザ等の感染者が発見される
- その後各期において政府が地域内での人々の移動を停止するかしないかを決定する
- 地域内の移動を停止した場合、感染者は増えない
- ただし、感染しているが未発症の人が発症することは防ぐことができない

#### (2) モデルの定式化

モデルは以下のようにベルマン方程式で定式化される。

$$Z(k, v, t) = \max_u \left\{ (1-k)\Omega(v, t)u(v, t) + (1-k)\pi(v, t)\Delta t \{1 - u(v, t)\} + (1+\rho)^{-1} Z(k, v, t+1) \right\} \quad (1)$$

$$s.t. \quad k(t+1) - k(t) = H(k(t) + u(t)) - k(t) \quad (2)$$

$$x(t+1) - x(t) = -a(1 - k(t))x(t)y(t) \quad (3)$$

$$y(t+1) - y(t) = a(1 - k(t))x(t)y(t) - by(t) \quad (4)$$

$$z(t+1) - z(t) = by(t) - (c + d)z(t) \quad (5)$$

$$w(t+1) - w(t) = cz(t) \quad (6)$$

$$0 \leq u(t) \leq 1$$

$$u(0) = 0, x(0) = \bar{x}, y(0) = \bar{y}$$

$$z(0) = \bar{z}, w(0) = \bar{w}$$

ここで、 $Z$  : 評価関数、 $\Omega$  : 停止した場合の利得関数、 $\pi$  : 停止しない場合の当期の利得関数、 $k$  : 域内が停止しているかどうかを表す状態変数 ( $k=0$ が通常状態、 $k=1$ が停止状態)、 $x$  : 未感染者数、 $y$  : 感染・未発症者数、 $z$  : 発症者数、 $w$  : 回復者数、 $u$  : 域内の状態を操作する変数、 $a$  : 感染率、 $b$  : 発症率、 $c$  : 回復率、 $d$  : 死亡率、 $\rho$  : 割引率、 $v=(x, y, z, w)$ 。

(1)式は、 $u$ の操作によって、停止利得 $\Omega$ か、当期の利得 $\pi$ と次期の評価関数 $Z(t+1)$ の和の大きい方を選択するという意味である。 $H(\cdot)$ はステップ関数であり

( )内が0以下であれば0、0より大きければ1をとる。(3)~(6)式は地域内の人々の状態遷移を表す状態方程式であり、SEIRモデルを参考としている。SEIRモデルは、計算が比較的簡単であり、本研究の規模ではMAS (マルチエージェントシミュレーション)とも整合性がとれる<sup>5)</sup>。

- 未感染者数の変化は、当期の未感染者数と感染・未発症者数に比例する(3)。
- 感染・未発症者数の変化は、当期の未感染者数と感染・未発症者数に比例して増加し、一定の割合が発症して減少する(4)。
- 発症者数の変化は、感染・未発症者数に比例して増加して、一定の割合が回復または死亡して減少する(5)。
- 回復者数の変化は、発症者数に比例して増加する(6)。

SEIRモデルとは、人々の状態を $S(t)$ 感受性人口 (*susceptible*)、 $E(t)$ 潜伏人口 (*exposed*)、 $I(t)$ 感染人口 (*infectious*)、 $R(t)$ 回復または死亡により隔離された人口 (*removed*) の4つの状態で説明した微分方程式である。本研究では $S, E, I$ がそれぞれ $x, y, z$ に対応しているが $w$ は回復した人口のみを表している。

ここで、評価関数 $\Gamma$ を以下のように定義する。すなわち、初期状態においては通常の経済活動が行われていると想定する。

$$\Gamma(v, t) = Z(k=0, v, t) \quad (7)$$

(7)式を用いて(1)式を以下のように書き換えられる。

$$\Gamma(v, t) = \max_u [\{\Omega(v, t) - \pi(v, t)\Delta t\}u(v, t) + \pi(v, t)\Delta t + \{1 - k(t+1)\}(1 + \rho)^{-1}Z(k, v, t+1)] \quad (8)$$

$$s.t. \quad k(t+1) - k(t) = H(k(t) + u(t)) - k(t) \quad (9)$$

$$u \in 0, 1$$

$u(t)$ はbangbang制御でコントロールされる。

$$u(t) = \begin{cases} 0 & R(t) < 0 \\ 1 & R(t) \geq 0 \end{cases} \quad (10)$$

$$R(t) = \Omega(v, t) - \pi(v, t)\Delta t - (1 + \rho)^{-1}\Gamma(v, t+1) \quad (11)$$

$$\Gamma(v, t) = \begin{cases} \pi(v, t)\Delta t + (1 + \rho)^{-1}\Gamma(v, t+1) & \text{if } u = 0 \\ \Omega(v, t) & \text{if } u = 1 \end{cases} \quad (12)$$

これより、(8)式は以下のように相補性問題として表現することができる。

$$\begin{aligned} & (\Gamma(v, t) - \pi(v, t)\Delta t - (1 + \rho)^{-1}\Gamma(v, t+1)) \\ & \times (\Gamma(v, t) - \Omega(v, t)) = 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\Gamma(v, t) - \pi(v, t)\Delta t - (1 + \rho)^{-1}\Gamma(v, t+1) \geq 0 \quad (14)$$

$$\Gamma(v, t) - \Omega(v, t) \geq 0 \quad (15)$$

$$\Gamma(v(T), T) = \Omega(v(T), T) \quad (16)$$

### 3. 利得関数の具体化と数値計算結果

#### (1) 利得関数の特定化

ここでは数値計算のために利得関数 $\Omega$ 、 $\pi$ を具体化する。利得関数には、地域内での生産に加え、経済的損失として罹患時の損失と死亡時の損失を考慮した<sup>7)</sup>。

停止しない場合の当期の利得関数 $\pi$ は以下ようになる。

$$\pi = p\{x(t) + y(t) + w(t)\} - qz(t) - drz(t) \quad (17)$$

ここで、 $p$  : 通常時の地域内での一人あたりの生産係数、 $p'$  : 停止時の地域内での一人あたりの生産係数、

$q$ : 罹患時の損失係数、 $r$ : 死亡時の損失係数。

(10)式は、当期の利得は $x$ 、 $y$ 、 $w$ による生産から、 $w$ の死亡、罹患による損失を引いたものである。ただし、 $r$ は以下で定義する。これは、死亡時の損失は、人口一定の都市において一人が死亡時点から無限遠の将来までに生産できた額を、割引因子をかけて足し合わせたものである。

$$r = \sum_{s=t}^{\infty} p \left( \frac{1}{1+\rho} \right)^{s-t} \quad (18)$$

また、停止した場合の利得関数 $\Omega$ は以下ようになる。つまり、 $\Omega$ は停止期から再開期までの生産から死亡、罹患による損失とその他停止費用を引いたものと、再開期から無限遠の将来までの停止しない場合の利得に割引因子をかけて足し合わせたものである。図1はそのイメージである。

$$\Omega = \sum_{s=t_s}^{t_{re}} \{W(s) - X(s) - Y(s) - I(s)\} \left( \frac{1}{1+\rho} \right)^{s-t_s} + \sum_{s=t_{re}}^{\infty} \pi(s) \left( \frac{1}{1+\rho} \right)^{s-t_{re}} \quad (19)$$

ただし、 $W$ : 生産による利得、 $X$ : 罹患による損失、 $Y$ : 死亡による損失、 $I$ : その他停止費用、 $t_s$ : 停止期、 $t_{re}$ : 再開期。

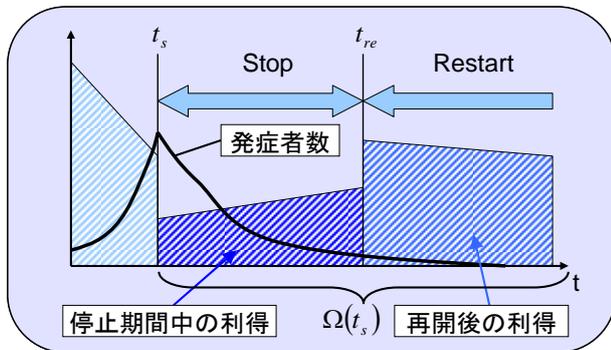


図-1 利得関数 $\Omega$ のイメージ

停止後は、 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $w$ の状態方程式は以下のように表される。

$$x(t+1) - x(t) = 0 \quad (20)$$

$$y(t+1) - y(t) = -by(t) \quad (21)$$

$$z(t+1) - z(t) = by(t) - (c+d)z(t) \quad (22)$$

$$w(t+1) - w(t) = cz(t) \quad (23)$$

そこで、 $x(t_s)=x_s$ 、 $y(t_s)=y_s$ 、 $z(t_s)=z_s$ 、 $w(t_s)=w_s$ と定義し、これらを解析的に解くと以下ようになる。

$$x(t) = x_s \quad (24)$$

$$y(t) = y_s (1-b)^{t-t_s} \quad (25)$$

$$z(t) = \left( z_s - \frac{by_s}{c+d-b} \right) (1-c-d)^{t-t_s} + \frac{b}{c+d-b} y(t) \quad (26)$$

$$w(t) = -\frac{c}{c+d} \{y(t) + z(t)\} + w_s + \frac{c}{c+d} (y_s + z_s) \quad (27)$$

再開期 $t_{re}$ については、感染・未発症者数が1より小さければ、感染が再び拡大することはないと考え、 $y(t_{re})=1$ と定義して、以下のように導出した。

$$t_{re} = t_s - \frac{\ln y_s}{\ln(1-b)} \quad (28)$$

これらを用いて次節で数値計算を行った。

## (2) 数値計算結果

ここでは前節までに導出したモデルを用いて行った簡単な数値計算の結果を示す。

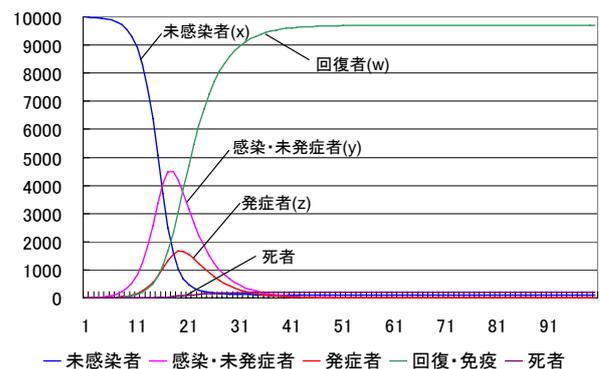


図-2 人々の状態の遷移

まず図2に示したのはSEIRモデルを用いて政策を行わなかった場合の人々の状態の遷移を表したものである。各パラメータは参考文献2)を参考にした(表1)。感染・未発症者数と発症者数にそれぞれピークが見られる。

表-1 数値計算に用いたパラメータ

感染率	a	0.0000802
発症率	b	0.197
回復率	c	0.49
死亡率	d	0.01
回復・死亡比	d/(c+d)	0.02

次に相補性問題として表した式に従って $\Omega$ と $\Gamma$ を比較した数値計算結果を示す。

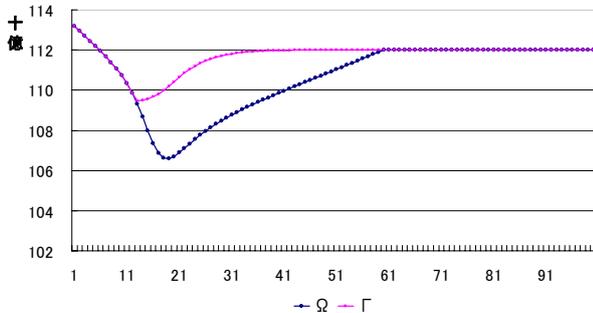


図-3 数値計算結果1

図3は、最終期を定めて(9)式を後ろから順番に数値計算して求めた $\Omega$ と $\Gamma$ を比較した図である。 $\Omega=\Gamma$ となっている期は、停止した方がよいことを表しており、この場合は第1期に停止するのが最適解となる。また第1期で停止するという選択をしなかった場合でも、感染が拡大を続ける途中(12期まで)では停止するという選択が正しいが、感染がある程度以上拡大してしまった場合は停止しない方がよいという結果になる。また、60期以降にも $\Omega=\Gamma$ となるが、この場合は $y(t_{re}) < 1$ であり、実質的には停止しないのと同じである。

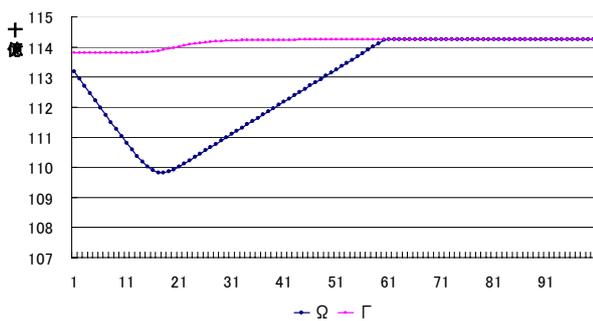


図-4 数値計算結果2

図4は、感染の条件を変えて図3の場合と同様に数値計算を行った。ここでは、 $c=0.4999$ 、 $d=0.0001$ 、つまり感染者に対する死亡率が非常に低い場合の計算結果である。図3の場合と異なり、感染初期に停止するという解はない。また60期以降に存在する解は実質的には停止しないのと同じである。つまり、この場合はどの期間においても停止しないのが最適政策といえる。

#### 4. おわりに

本研究ではパンデミック時における感染の不確実性のない場合において、公共交通の停止や学校閉鎖等の政策を一括して停止とし、リアルオプションの最適停止問題の枠組みにあてはめてモデルを作成し、簡単な数値計算を行った。

数値計算から得られた結果として、感染拡大の条件によって二つの解が存在することが示唆された。一つ目は、感染者が発見されたら直ちに停止するのが最適政策であり、そこで停止しなくても感染拡大の初期には停止した方がよく、ある程度感染が拡大してしまった場合は停止しない方がよいという場合である。二つ目は、どの期間においても停止しないのが最適政策となる場合である。

本研究の課題として、人々の状態の遷移を表す状態方程式に不確実性を表す項を加えた場合についてモデル化及び数値計算を行っていない点が挙げられる。現実世界では不確実性が存在するからこそ停止タイミングの判断が難しいのであり、今後は上記の点について本研究のモデルを拡張させていくことを課題としたい。

#### 参考文献

- 1) 厚生労働省, 新型インフルエンザ対策行動計画, <http://www.mhlw.go.jp/bunya/kenkou/kekkaku-kanse/nshou04/03-00.html>
- 2) 国立感染症研究所感染症情報センター, 新型インフルエンザA(H1N1)の流行状況-更新11, [http://idsc.nih.gov/disease/swine\\_influenza/2009idsc/09idsc11.html](http://idsc.nih.gov/disease/swine_influenza/2009idsc/09idsc11.html)
- 3) 豊坂祐樹, 藤尾光彦, 廣瀬英雄: SEIRモデルとMASモデルによるパンデミックシミュレーションの整合性, 電子情報通信学会信頼性研究会・電子情報通信学会・技術研究報告, 2008-10, 33-38
- 4) 金谷泰宏ほか: 新型インフルエンザに対するパンデミック対策プログラムとプロジェクト分析, オペレーションズ・リサーチ, Vol. 53 No. 12, pp.9-13, 2008
- 5) Chris L. Barrett et al.: If Smallpox Strikes Portland..., 2005 [鈴木和男監修・古川奈々子訳: 大規模予測モデルの実力, 日経サイエンス, 2005年6月号, pp38-46]
- 6) 鈴木和男: シミュレーションによる感染症の対策支援, 日経サイエンス, 2005年6月号, 47-52
- 7) 大日康史, 菅原民枝: 新型インフルエンザパンデミックの経済的損失のインパクトの予想と対策, 臨牀と研究, vol. 85-12, pp41-45, 2