

# 最適耐震化混合線形計画問題の拡張

## —通行可能時間制約の表現—\*

### Expansion of the Optimal Seismic-Proofing Investment Model on Mixed Linear Programming, Considering Available Time Window of Road Links\*

佐々木和寛\*\*・奥村誠\*\*\*・大窪和明\*\*\*\*

By Kazuhiro SASAKI\*\*・Makoto OKUMURA\*\*\*・Kazuaki OKUBO\*\*\*\*

#### 1. はじめに

大規模地震発生時には広域で同時多発的に発生する被災者をいかに早く病院へ搬送して治療を行うかが重要である。筆者らは道路網と医療施設の耐震化を整合的に比較して大規模地震直後の被災者搬送中の死亡リスクを最小化するような数理計画モデルを提案し<sup>1)</sup>、宮城県を対象に実用的規模の問題を求解できることを確認した<sup>2)</sup>。そのなかで、地震直後から高速道路の通行機能が維持することは、一般道や医療施設の耐震化費用を節約する効果を持つことを示した。

しかしながら実際には、道路の被災状況を点検するまでの時間は高速道路は通行止めにせざるを得ない。ヘリコプターによる点検体制の確立や構造物・舗装の変形を電気抵抗の変化などを通じて把握するような構造物のインテリジェント化は、点検時間の短縮を通じて上記のような効果の拡大につながる可能性がある。そこで、点検時間の短縮が最適耐震化政策にもたらす影響を整合的に分析できるモデルの開発が求められる。

前稿のモデル<sup>1)</sup>は、Churchらによるミニマックス問題を、実用的な解法が用意されている線形計画問題として表現するためのテクニック<sup>3)</sup>を用いたものである。本稿は、同様の手法を適用することによって、特定の道路区間が通行できる時間帯が制約されているような場合の最適耐震化問題を、混合整数線形計画問題として定式化できることを示す。

#### 2. Knight流不確実性とミニマックス問題

##### (1) ミニマックス問題の意義

Knightは、我々が直面する将来の状況に関する不確実性を、それぞれの状況の発生に対する主観的な確率を割

\*キーワード：計画手法論，防災計画

\*\*学生会員，東北大学大学院工学研究科土木工学専攻

(仙台市青葉区川内41番地，

TEL022-795-7571, FAX022-795-7477,

E-mail: k-sasaki@cneas.tohoku.ac.jp)

\*\*\*正会員，博(工)，東北大学東北アジア研究センター

(E-mail: mokmr@cneas.tohoku.ac.jp)

\*\*\*\*正会員，博(学術)，東北大学東北アジア研究センター

(E-mail: okubo@cneas.tohoku.ac.jp)

り当てることのできるリスクと、確率を割り当てることのできない不確実性に区分した。このKnight流の不確実性下での問題に対する数理的アプローチの動向を、前稿に対する匿名の査読者からの情報に基づき概観する。

Ellsbergは不確実性下における典型的な選択行動である不確実性の回避を取り上げ、どのように主観的確率を定義しても、期待効用最大化モデルを用いて表現できないことを示した<sup>4)</sup>が、Gilboa・SchmeidlerはKnight流不確実性下の行動がミニマックス問題として定式化できることを示した<sup>5)</sup>。Bell<sup>6)</sup>は、危険物輸送における低頻度・大損害特性を持つ損失を最小化するミニマックス輸送計画問題を定式化し、長江・赤松<sup>7)</sup>は実用的な解法を提案している。

一方、Churchらは、施設利用に関わる移動コストを最小化する数理計画問題において、人為的なテロや自然災害により一部の施設の機能が停止することの影響を分析<sup>8)</sup>していたが、その延長としてテロや自然災害に対応する防衛策を最適化するミニマックス問題を提案し、それを混合整数計画法の問題として定式化するテクニックを提案した<sup>3)</sup>。

##### (2) 最悪被災パターンでの死亡リスクを最小化する耐震化計画問題

前稿のモデル<sup>1)</sup>は、このChurchらのテクニックを利用して、耐震化のための総費用が予算額 $B$ を超えないという制約のもとで、重傷者搬送中の死亡リスクを最小化するような耐震化すべき道路リンクと救急医療施設の組み合わせを求める問題を、次のように定式化している。

対象地域において複数の被災パターン $h \in H$ が想定されているが発生確率は不明であるとする。被災パターン $h \in H$ において、居住ゾーン $i \in I$ で発生した重傷者 $P_i^h$ の搬送に対して道路リンク $k \in \bar{K}$ を用いる人数を表現する変数 $x_{ik}^h$ を導入する。所要時間に対する死亡確率にカーラー救命曲線の線形近似式を用いて、最悪の被災パターンでの死亡リスクを最小化するミニマックス問題を、以下の混合整数計画問題として定式化した。

$$\min_{W, x, Y, Z} W \quad (1)$$

$$s.t. W \geq \sum_{i \in I} g \left( \sum_{k \in K} d_k^h x_{ik}^h \right) \quad \forall h \in H \quad (2)$$

$$\sum_i x_{ik}^h \leq S_k^h + \Delta S_k^h Z_k \quad \forall k \in K, \forall h \in H \quad (3)$$

$$\sum_i x_{ij}^h \leq Q_j^h + \Delta Q_j^h Y_j \quad \forall j \in J, \forall h \in H \quad (4)$$

$$\sum_k c_k Z_k + \sum_j e_j Y_j \leq B \quad (5)$$

$$Z_k = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad \forall k \in K \quad (6)$$

$$Y_j = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases} \quad \forall j \in J \quad (7)$$

$$\sum_{k \in L_i} x_{ik}^h \geq P_i^h \quad \forall i \in I, \forall h \in H \quad (8)$$

$$\sum_{k \in M_f} x_{ik}^h \geq P_i^h \quad \forall i \in I, \forall h \in H \quad (9)$$

$$\sum_{k \in L_a} x_{ik}^h = \sum_{k \in M_a} x_{ik}^h \quad \forall a \in A - \{i\}, i \in I, h \in H \quad (10)$$

$$0 \leq x_{ik}^h \quad \forall i \in I, \forall k \in \bar{K}, \forall h \in H \quad (11)$$

ただし、被災パターン  $h \in H$  のもとでの道路交通容量を  $S_k^h$ 、救急医療施設  $j \in J$  の受け入れ可能重傷者数を  $Q_j^h$ 、リンクの所要時間を  $d_k^h$  と表現する。  $Z_k$  は道路リンク  $k \in K$  の耐震化の実施の有無を表現する0-1変数であり、その費用は  $c_k$  である。  $\Delta S_k^h$  はその実施による交通容量の増加分を示す。また、  $Y_j$  は医療施設  $j \in J$  の耐震化実施の有無を表現する0-1変数であり、その費用は  $e_j$  である。  $\Delta Q_j^h$  はその実施による受け入れ可能重傷者数の増加分を示す。  $A$  は居住地セントロイド  $i \in I$ 、医療施設の近隣交差点ノード  $j \in J$ 、救急医療の終了を示す仮想ノード  $f$  で構成されるノード集合、  $\bar{K}$  は道路リンク  $k \in K$ 、医療施設使用ダミーリンク、時間超過ダミーリンクを含むリンク集合である。  $g$  はカーラー救命曲線の線形近似式の勾配である。

この定式化において(2)式の右辺は被災パターン  $h \in H$  のもとでの死亡リスクを表しており、  $W$  がその最大値を下回らないことを保障している。(1)式でこの  $W$  を最小化することによって、ミニマックス問題を線形計画問題として表現している。

### 3. 通行可能時間制約の考慮方法

#### (1) 点検による通行可能時間の制限

前稿では、地震直後から高速道路が通行できる場合と救命効果のある時間の間は利用できない場合を設定し、一般道や医療施設の耐震化費用を比較して、耐震化費用の節約効果を計算した<sup>2)</sup>。実際には、道路の被災状況を点検するまでの時間は高速道路は通行止めにせざるを

得ない。外生的に与えた点検時間を変化させて最適耐震化問題を解き、点検時間の短縮が耐震化施策にもたらす影響を分析することが望まれる。

#### (2) ミニマックス問題による表現

地震発生後の点検に要する時間を  $D$  とし、それ以前は高速道路を使えない状況を考える。このときの各被災地から緊急医療機関までの搬送時間  $W_i^h$  は、以下の2つの時間の長いほうに等しいと考えられる。

a) すべての高速道路が地震直後から使用できるときの最短経路の搬送時間

b) 高速道路の入口に時刻  $D$  以前に到着し、時刻  $D$  まで待機して以降は使用可能なすべての道路を経由して緊急医療機関に搬送するときの最短搬送時間

a)のケースの所要時間は、先に示した標準的な問題の解に他ならない。一方 b)のケースの所要時間は、道路ネットワークを以下のように置き換えられた上で、標準的な問題と同様の方法で計算すればよい。

もとの問題の IC にあたるノードを高速道路側のノードと一般道路側のノードに分解し、高速道路から一般道路に降りるための可能リンクを設定する。一方、各居住地のセントロイドからすべての IC の高速側ノードに、所要時間  $D$  の仮想リンクを設定する、時刻  $D$  まで待っても高速道路を使うことに効果があれば、この仮想リンクに交通量が流れる。もし一般道だけの高速道路リンクをまったく含まない経路が最短経路であれば、b)の問題はa)の問題と全く同じ解を与えるはずである。

いま b)の問題に対応する操作変数を  $\bar{x}_{ik}^h$  とする。  $\bar{x}_{ik}^h$  に対してはネットワークの設定が異なるだけで、式(3)、式(8)~式(11)と同じ制約条件が必要である。その上で、式(2)を以下のような式に置き換えることにより、ミニマックス問題として定式化することが可能となる。

$$W \geq g \sum_{i \in I} W_i^h \quad \forall h \in H \quad (12)$$

$$W_i^h \geq \sum_{k \in \bar{K}} d_k^h x_{ik}^h \quad \forall h \in H \quad (13)$$

$$W_i^h \geq \sum_{k \in K} d_k^h \bar{x}_{ik}^h \quad \forall h \in H \quad (14)$$

なお、医療施設への医者や体制の立ち上げなどにより、一定時間経過するまでは診療行為ができないケースは、上記のような仮想リンクを各医療施設に設ければ、同様にミニマックス問題として扱うことが可能である。

#### (3) 施設周辺道路への車両集中による影響

一方、都市部の医療施設周辺の一般道路では、地震直後には通行できるが、徐々に車両が集中して一定の時間以降は円滑な利用が期待できないことも考えられる。このようなケースについても、ミニマックス問題への置き換えが可能である。

当該リンクを時刻  $E$  以後に通過することはできないものとする。この場合の各被災地から緊急医療機関までの搬送時間  $W_i^h$  は、以下の 2 つの時間の長いほうに等しいと考えられる。

- c) 被災していないすべての道路が地震後最大救命時間  $T$  の間は使用できるときの最短経路の搬送時間
- d) 当該リンクを遅くとも時刻  $E$  に通過するという条件の下での最短経路の搬送時間

c) のケースの所要時間は、先に示した標準的な問題の解に他ならない。一方 d) のケースの所要時間は、すべての医療機関に向かう道路リンクを削除し、代わりに当該リンクからすべての医療機関の間に所要時間  $T - E$  の仮想リンクを設けた道路ネットワークを考えて、その最短搬送時間を求めればよい。

2つの問題の結合は、先の (2) と同じように、式 (12)~(14) のように混合整数線形計画法の制約条件を置き換えればよい。

#### 4. おわりに

本論文では、前稿で提案した最適耐震化計画モデルがミニマックス問題を許容する形となっていることを利用して、地震後の点検が必要な高速道路など、通行可能時間に制約がある区間を含む問題への拡張方法を提案した。

この拡張により、元の問題に比べて未知変数、制約条件式がほぼ 2 倍になるものの、混合整数線形計画問題という枠組みの中での拡張にとどめていることから、既存のフリーソフトウェアなどで十分に求解できると考えられる。

残念ながら、本研究は、宮城県などの実地域に適用する段階にいたっていないが、発表時には計算結果とそれに基づく高速道路点検時間の短縮化の効果分析の考察を示したいと考えている。

本研究の実施にあたり、前稿に対する匿名査読者からのコメント、東日本高速道路会社東北支社技術部との意見交換が大変有用であった。記して感謝の意を表します。

#### 参考文献

- 1) 奥村誠, 堀内智司: 大規模地震被災者搬送のための道路・医療施設耐震化計画モデル, 土木計画学研究・講演集, No.38, CDROM125, 2008.
- 2) 奥村誠, 堀内智司, 佐々木和寛: 地震被災者搬送のための道路・医療施設耐震化計画モデル, 土木計画学研究・論文集, No.26, 8 pages, 2009. (登載決定)
- 3) Church, R.L. and Scaparra, M.P.: Protecting Critical Assets: The r-interdiction Median Problem with Fortification, *Geographical Analysis*, 39, pp.129-146, 2007.
- 4) Ellsberg, D.: Risk, ambiguity, and the Savage axioms, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 75, pp. 643-669, 1961.

- 5) Gilboa, I. and Schmeidler, D.: Maxmin expected utility with non-unique prior, *Journal of Mathematical Economics*, Vol. 18, pp. 141-153, 1989.
- 6) Bell, M. G. H.: Mixed route strategies for the risk-averse shipment of hazardous materials, *Networks and Spatial Economics*, Vol. 6, pp. 253-265, 2006.
- 7) 長江剛志・赤松隆: 危険物輸送のためのカタストロフ回避戦略, 土木学会論文集 D, Vol. 63, No.4, 509-523, 2007.
- 8) Church, R.L., Scaparra, M.P., and Middleton, R.: The r-interdiction Median Problem and the r-interdiction Covering Problem, *Annals of the Association of American Geographers*, 94, pp.491-502, 2004.