

Nested Logit Modelのパラメータ推定の安定性に関する研究*¹

Study on Estimation Stability of Nested Logit Models *¹

明壁佳久*², 菊池輝*³, 中井周作*⁴, 北村隆一*⁵, 藤井聡*³
By Yoshihisa ASUKABE*², Akira KIKUCHI*³, Shusaku NAKAI*⁴, Ryuichi KITAMURA*⁵ and Satoshi FUJII*³

1. はじめに

交通需要予測の代表的な手段として、離散選択モデル¹⁾が挙げられ、これまでに様々な離散選択モデルが開発されている。中でもProbit Model, Nested Logit Model, Mixed Logit Modelに代表されるNon-IIA Modelは選択肢間の誤差項に相関のある選択問題を扱えることから、幅広い分野で適用されている。しかしながら、Non-IIA Modelは決して万能なモデルではなく、Probit ModelはB.R. Dansie²⁾により、Mixed Logit ModelはNakai and Kitamura³⁾により、その適用の有効性に関する問題点が指摘されている。しかしながら、同じく代表的なNon-IIA ModelであるNested Logit Modelについては適用可能性の検証は未だ十分になされていない。

そこで本研究では、Nested Logit Modelの特性および問題を明らかにすることを目的とし、同一のパラメータ、誤差構造を持つ離散選択データを複数セット作成した上で、それらに基づいてNested Logit Modelより得られるパラメータ推定値の再現性に加え、推定値の分布に着目し推定値のバラツキに関する考察を行う。

2. 離散選択データの作成⁴⁾

分析者が離散選択モデルを推定する際には、まず効用関数、言い換えれば誤差構造を特定する必要がある。しかし、現実には誤差構造は観測不可能であり、実測データの誤差構造と特定した誤差構造との乖離が存在することは否めない。本研究ではその乖離に起因する問題を明らかにし整理するために、シミュレーションにより作成した離散選択データを用いた検証を行う。実測データを用いた検証では誤差構造が未知であり、推定結果の正し

さを知る術がないのに対して、作成データを用いた検証では誤差構造が既知であるため、より厳密にモデルの推定精度を評価することが可能なためである。

本研究で用いる離散選択データは、選択肢数3肢、説明変数は2変数の単純な構造とし、個人数(オブザベーション数)は1,000とした。選択肢間の誤差項の相関を表現するために、誤差項の共分散行列を考慮し、選択データを作成する。すなわち、誤差項の共分散行列を与えた上で、誤差項の実現値を確率的にシミュレートし、式(1)で表す効用関数に従い効用を算出し、最大の効用となった選択肢が選ばれりとみなす。

$$U_{in} = \beta_1 X_{1in} + \beta_2 X_{2in} + \varepsilon_{in} \quad (1)$$

U_{in} : 個人 n が選択肢 i を選択したときの効用

X_{jin} : 個人 n の選択肢 i に関する $j(j=1,2)$ 番目の説明変数

β_j : $j(j=1,2)$ 番目の説明変数に関するパラメータ

ε_{in} : 個人 n の選択肢 i に関する誤差項 (正規分布に従う)

以下、離散選択データの作成手順の詳述する。

(1) 説明変数値の作成

作成する2つの説明変数値は、標準正規分布に従う正規乱数を生成し用いる。

(2) 誤差項の作成

図1に示すように、選択肢1が独立であり、選択肢2と選択肢3の誤差項間に相関がある選択肢のネスト構造を仮定する。

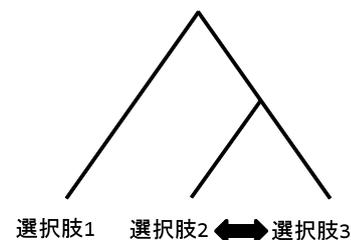


図1 作成データの選択肢のネスト構造

まず、独立な正規乱数 r_1, r_2, r_3 を生成し、コレスキー分解を用いて、式(2)で表される誤差の共分散行列 Σ_ε に従う乱数すなわち、誤差項 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ を生成する。

*1 キーワーズ: Nested Logit Model, Non-IIA Model, 離散選択

*2 正員, 東京建物株式会社

*3 正員, 工博, 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻

(京都市西京区京都大学桂4-C1-2,

TEL 075-383-3240, FAX 075-383-3236

E-mail:kikuchi@trans.kuciv.kyoto-u.ac.jp)

*4 学生員, 工修, 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻

*5 正員, Ph.D., 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{pmatrix} \sim \Sigma_\varepsilon = \sigma^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & \sigma_{23} \\ 0 & \sigma_{23} & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

本研究では、とし、誤差相関係数 σ_{23} を0.00, 0.10, 0.30, 0.50, 0.70, 0.90と複数の値を設定し、誤差項を生成する。ここで誤差相関係数 $\sigma_{23} = 1.0$ を含めないのは、理論的にNested Logit Modelの推定が行えないためである。

ここで、それぞれの誤差相関係数を用いて誤差項を50,000回生成し、生成したデータから分散共分散行列を算出した結果、設定した値とほぼ等しいことを確認した上で次の離散選択のシミュレートを行った。

(3) 離散選択のシミュレート

前節までで、効用関数の説明変数、誤差項を作成した。ここで、式(1)で表す効用関数のパラメータ値を設定することで効用を算出し、最大効用となる選択肢が選ばれたとみなす。このシミュレートをオブザベーション数だけ繰り返し、1セットの離散選択データとする。本研究では式(3)のとおりパラメータ値を設定した。

$$\begin{cases} \beta_1 = 1.0 \\ \beta_2 = 0.5 \end{cases} \quad (3)$$

本研究ではパラメータ推定値と設定値との比較に加えて、推定値のバラツキの考察を行うため、設定した6種類の誤差相関係数毎に100セットの離散選択データを作成した。

3. 検証

(1) 概要

本稿では、選択肢のネスト構造の特定に着目する。まず3.(2)にてデータのネスト構造と特定したネスト構造とに乖離が無い状況を想定し、Nested Logit Modelの特徴を明らかにする。ここでは、前章で作成した離散選択データを用いて、既知であるデータの誤差構造を特定し推定を行い、誤差相関係数毎に100セットの推定結果を得る。設定値との比較から再現性を、推定値のバラツキから推定値の安定性を把握する。

続いて3.(3)にて誤差構造が未知である、というより現実的な状況を想定し、既知であるデータのネスト構造と異なるネスト構造を特定し推定することで、Nested Logit Modelの持つモデルの特定化と推定値の関係を明らかにする。

ここで、本稿で用いるネスト構造の表記について説明する。まず上位選択肢に対して番号 $m(m = 1, 2)$ を付す。下位選択肢については、任意の上位選択肢 m の下に対

して $rm(r = 1, 2)$ なる2桁の番号を付す。

なお、推定ソフトウェアはRを用いた。

(2) データと等しいネスト構造を特定した場合

図2に示すように、データと等しいネスト構造を特定する。

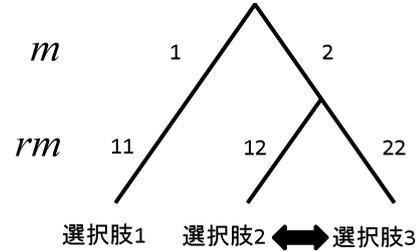


図2 3.(2)にて特定する選択肢のネスト構造

すなわち、選択肢2と選択肢3が同一の上位選択肢の下に属するとする。このとき効用関数を式(4)のように特定する。

$$\begin{cases} U_{1n} = \beta_1 X_{11n} + \beta_2 X_{12n} + \varepsilon_{(1|1)n} + \varepsilon_{1n} \\ U_{2n} = \beta_1 X_{21n} + \beta_2 X_{22n} + \varepsilon_{(1|2)n} + \varepsilon_{2n} \\ U_{3n} = \beta_1 X_{31n} + \beta_2 X_{32n} + \varepsilon_{(2|2)n} + \varepsilon_{2n} \end{cases} \quad (4)$$

ここで、

$\varepsilon_{(r|m)n}$: m を選択した条件の下で rm を選択したときの効用の誤差項

ε_{mn} : m を選択したときの効用の誤差項であり、誤差項はいずれもロケーションパラメータ0、スケールパラメータ μ のGumbel分布に従うとする。このとき、選択肢2と選択肢3の誤差相関係数は次式で表される。

$$\sigma_{23} = 1 - \mu^2 \quad (5)$$

また、式(4)のように効用関数を特定したとき、選択確率式は次式で表される。

$$\begin{cases} P_{11n} = \frac{\exp(V_1)}{\exp(V_1) + \{\exp(V_2/\mu) + \exp(V_3/\mu)\}^\mu} \\ P_{12n} = \frac{\exp(V_2/\mu) \{\exp(V_2/\mu) + \exp(V_3/\mu)\}^{\mu-1}}{\exp(V_1) + \{\exp(V_2/\mu) + \exp(V_3/\mu)\}^\mu} \\ P_{22n} = \frac{\exp(V_3/\mu) \{\exp(V_2/\mu) + \exp(V_3/\mu)\}^{\mu-1}}{\exp(V_1) + \{\exp(V_2/\mu) + \exp(V_3/\mu)\}^\mu} \end{cases} \quad (6)$$

この式(6)を用いて最尤推定法により未知パラメータを推定する。ここで未知パラメータは効用関数の確定効用部分のパラメータ β_1, β_2 , 誤差項のスケールパラメータ

タ μ である。 β_1 の設定値は 1.0, β_2 の設定値は 0.5 であり, μ の値は式(5)より誤差相関係数 σ_{23} を用いて算出する (表 1)。以降, 推定値にはハット記号を付す。

表 1 誤差相関係数とスケールパラメータ

誤差相関係数	0.00	0.10	0.30	0.50	0.70	0.90
スケールパラメータ	1.00	0.95	0.84	0.71	0.55	0.32

まず, 尤度による goodness-of-fitting に関する考察を行う。誤差相関係数 σ_{23} 毎の対数最終尤度を図 3 に示す。ただし, 図中の実線は初期尤度値を示す。初期尤度と最終尤度に有意な差が見られるため, モデルはデータへ十分に当てはまっていることが分かる。また誤差相関係数が大きくなるにつれ, モデルの goodness-of-fitting が上昇することが分かった。

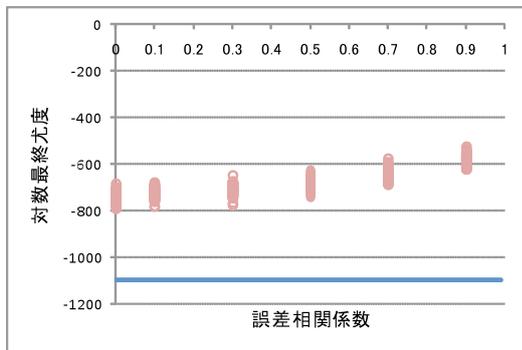


図 3 σ_{23} 毎の対数最終尤度の分布

次に, スケールパラメータの推定結果について考察を行う。誤差相関係数 σ_{23} 毎に推定したスケールパラメータ $\hat{\mu}$ の値の分布を図 4 に示す。図中の実線は $\hat{\mu}$ の設定値を表す。誤差相関係数 σ_{23} の値によらずスケールパラメータ $\hat{\mu}$ は設定値付近に分布していることがわかる。また, 誤差相関係数が増大するに従ってスケールパラメータの標準偏差が減少している。ここで, 弱度の正の相関の下では相関関係は曖昧であり, 相関が強くなるに従ってその曖昧さは減少する。よって, この結果は妥当であると考えられる。

次に, 確定効用部分のパラメータの推定結果について考察を行う。誤差相関係数 σ_{23} 毎に推定した確定効用部分のパラメータ $\hat{\beta}_1$ の値の分布を図 5 に示す。ただし, 図中の実線は β_1 の設定値, すなわち $\hat{\beta}_1 = 1.0$ を示す。誤差相関係数 σ_{23} の値によらず確定効用部分のパラメータ $\hat{\beta}_1$ も設定値付近に分布していることがわかる。また, $\hat{\beta}_2$ も同様の結果が得られている。

最後に, 選択確率の推定結果について考察を行う。図 6 にて選択確率推定値 \hat{P}_{1n} の平均値と, 設定値から算出される選択確率 P_{1n} の平均値との比較を示す。ここに

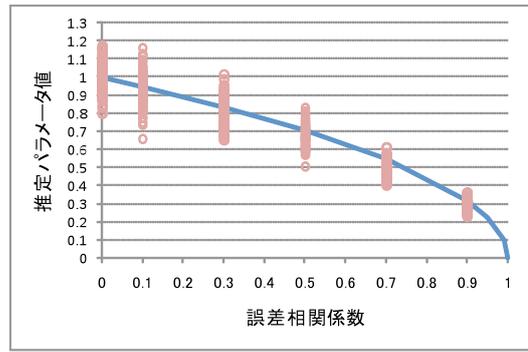


図 4 σ_{23} 毎の $\hat{\mu}$ の分布

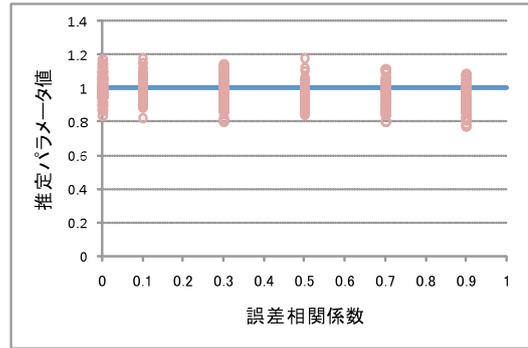


図 5 σ_{23} 毎の $\hat{\beta}_1$ の分布

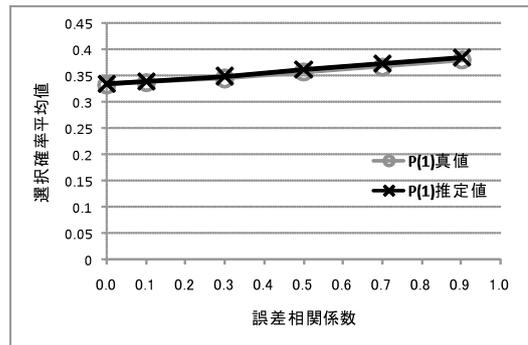


図 6 σ_{23} 毎の \hat{P}_{1n} の平均値

選択確率 P_{1n} は, 式(6)において $\beta_1 = 1.0$, $\beta_2 = 0.5$ として作成データから算出したものである。図から, 選択確率推定値 \hat{P}_{1n} も P_{1n} 付近に分布していることがわかる。また, \hat{P}_{12n} , \hat{P}_{22n} も同様の結果が得られている。

以上の推定結果から, Nested Logit Model はデータと等しいネスト構造を特定した場合には, 誤差相関係数 σ_{23} の値によらず, 需要予測に足る高い推定精度を有するモデルであると考えられる。

(3) データと異なるネスト構造を特定した場合

ここでは図 7 に示すように, データと異なるネスト構造を特定する。

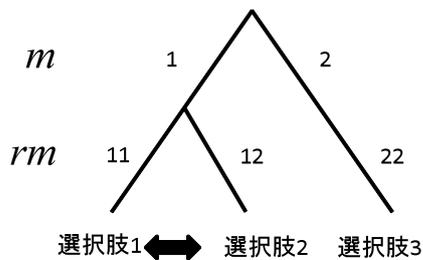


図7 4-(2)にて特定する選択肢のネスト構造

すなわち、選択肢1と選択肢2が同一の上位選択肢の下に属するとする。ここで、Nested Logit Modelでは、特定したネスト構造がデータのネスト構造と異なる場合、スケールパラメータの値は有意に1を超えて推定されるとされている。本節では尤度によるgoodness-of-fittingおよびスケールパラメータの推定値から、異なるネスト構造を特定した際のモデルの識別可能性の検証を行う。

まず、尤度によるgoodness-of-fittingに関する考察を行う。比較のため、前節で求めた対数最終尤度の平均値の近似曲線を点線で、本節で求めた対数最終尤度の平均値の近似曲線を実線で、それぞれ図8に示す。

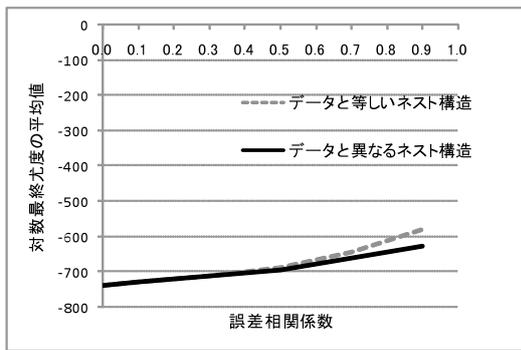


図8 σ_{23} 毎の対数最終尤度の平均値

誤差相関係数 σ_{23} がおおよそ0.50を下回るとき、データと等しいネスト構造を特定して推定した値とデータと異なるネスト構造を特定して推定した値はほぼ等しいことがわかる。すなわち、goodness-of-fittingの観点から見れば、異なるネスト構造を特定したにも関わらず、誤差相関係数 σ_{23} が0.50付近を下回るときにはデータへのモデルの当てはまり具合はほぼ等しく、異なるネスト構造を特定した際のモデルの識別はできていないと言える。

次に、スケールパラメータの推定結果について考察を行う。誤差相関係数 σ_{23} 毎に推定したスケールパラメータ $\hat{\mu}$ の値の分布を図9に示す。ここで、図中の実線は $\hat{\mu} = 1$ を示す。加えて、誤差相関係数 σ_{23} 毎にスケールパラメータが1を下回って推定された回数を表2に示す。この結果から、誤差相関係数 σ_{23} がおおよそ0.50を下回るとき、スケールパラメータが1を下回って推定される場合が存在することがわかる。

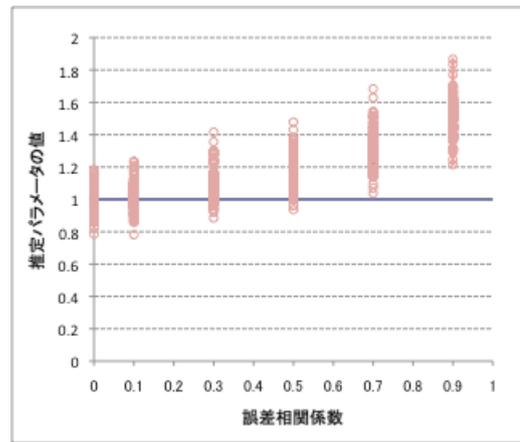


図9 σ_{23} 毎の $\hat{\mu}$ の分布

表2 σ_{23} 毎の $\hat{\mu}$ が1を下回った100ケース中の回数

誤差相関係数	0.00	0.10	0.30	0.50	0.70	0.90
回数	61	46	13	4	0	0

以上の検証結果は、誤差相関係数にして0.50未満の弱度の正の相関の下では、真のネスト構造と異なるネスト構造を特定したにも関わらず、それがさも正しいかのように分析者が認識してしまう危険性を示している。

4. おわりに

本論文では、ネスト構造の特定という観点からNested Logit Modelの適用可能性についての問題点を検証した。推定結果から、誤差相関係数にして0.50未満の弱度の正の相関の下では、真のネスト構造と異なるネスト構造を特定したにも関わらずその違いを識別できない危険性があるというNested Logit Modelの適用に関する問題点を示唆できた。今後は他のNon-IIA Modelとの比較検証を行い統括する必要がある。

謝辞：

本研究を進めるにあたり、名古屋大学の山本俊行准教授より有用な助言、指摘をいただいた。

参考文献：

- 1) 北村隆一、森川高行編著、交通行動の分析とモデリング、技報堂出版、p.107、2002.
- 2) B. R. Dansie: PARAMETER ESTIMABILITY IN THE MULTINOMIAL PROBIT MODEL, Transportation Research, Vol.19(6), pp.526-528, 1985.
- 3) Shusaku Nakai and Ryuichi Kitamura: SHALL WE MIXED LOGIT?, JOURNAL OF CHOICE MODELING, (投稿中)
- 4) 中井周作：Mixed Logit Modelの特定可能性に関する研究、京都大学大学院工学研究科修士論文、2006.