

金沢市における吸収マルコフ連鎖を用いたOD推計の実施例*

安藤 正幸**・高山純一***・中山晶一郎****

By Masayuki Andou**・Jun-ichi TAKAYAMA**・Syoichirou NAKAYAMA***

1. はじめに

(1) 研究の背景

道路網の計画の立案において、自動車の交通需要の把握は重要な事項である。道路網計画において円滑な交通を提供することはもとより、主要幹線、補助幹線、及び生活道路など各道路の位置づけを明確化し、その位置づけに見合った交通が配分されるよう計画する必要がある。このためには道路の利用状況・交通需要の把握が重要である。自動車交通の需要を把握するには交通量観測を行うほか、一般には全国道路街路交通情勢調査（センサス）時の自動車起終点調査（OD調査）結果が用いられている。

センサスODは、1日の交通需要として示されているため、朝夕の混雑時の交通需要の把握には昼夜率・ピーク率などの補正が必要となる。しかし、朝夕の混雑時の交通需要と一日の合計の交通需要は同一とは考えにくく、計画案の検討には、朝夕混雑時のODが必要である。また、センサスODは日本全国を約6,800のゾーンに分割し集計されているため、比較的狭いエリア内のODは面積比や人口比などにより補正されるが、補正後の値が実情と合致しているかの検証はかなり困難な場合が多い。

この解決策の一つとして、実測道路区間交通量から対象地域内のODを直接推計する手法がいくつか提案されている。これらの手法は得られる既存データや対象地域の大きさなどにより、その適用性が異なるが、道路区間での実測交通量と交差点での右左折直進交通量（比率）が得られれば、非常に手軽にOD推計を行うことができるマルコフOD推計法が提案されている¹⁾²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾。この推計法は、各交差点における右左折直進比率をインプットデータとして、自動車の流れを一つの吸収マルコフ連鎖として考えて、OD交通量を推計するものである。このマルコフ連鎖配分を用いたOD推計法を用いれば、それほど調査費用をかけずに、しかも時間的に手軽にO

D交通量が求められるというメリットがある。

今回の研究は、石川県金沢市の尾張町地内における幹線道路の整備に先立ち、地域の道路利用実態と交通需要を把握するため行われたナンバーマッチング調査により得られたODと「吸収マルコフ推計法」によるOD推計値とを照合し、「吸収マルコフOD推計法」の実用的な利用に向けて、その推計精度の評価・検討を行うことを目的としている。

また、既存のマルコフOD推計法で生じているサイクル回路などの誤差をできるだけ解消し、誤差が実務上問題とならないODを推定する計算手法についても提案する。

2. 研究の概要

(1) 吸収マルコフ連鎖の概要

有限マルコフ連鎖における1つの状態 k が、もしもそれから抜け出ることのできないような状態ならば、状態 k は吸収状態という。そして、マルコフ連鎖が1つ以上の吸収状態を持ち、任意の状態から1つの吸収状態に達し得るとき吸収マルコフ連鎖という。今、吸収的な状態が r 個存在し、非吸収的な状態が s 個存在するものとする。その時、遷移確率行列 P は、次に示す形に配列される。

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{吸収状態} \\ 1 \ \dots \ r \ r+1 \ \dots \ \dots \ \dots \ r+s \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ \vdots \\ r \\ r+1 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ r+s \end{matrix} & \left(\begin{array}{c|c} I & O \\ \hline R & Q \end{array} \right) \end{matrix} \begin{matrix} \text{吸収状態} \\ \\ \\ \text{非吸収状態} \end{matrix} \quad (R \neq 0) \quad (2.1)$$

I : $r \times r$ の単位行列 吸収状態相互の遷移確率

O : $r \times s$ の零行列 吸収状態から非吸収状態への遷移確率

R : $s \times r$ の行列 非吸収状態から吸収状態への遷移確率

*キーワード：吸収マルコフ連鎖，OD推計，サイクル経路

** 正会員 金沢大学大学院 博士後期課程

*** フェロー 工博 金沢大学理工研究域環境デザイン学系

**** 正会員 博(工) 金沢大学理工研究域環境デザイン学系 (〒920-1192 石川県金沢市角間町)

Q : $s \times s$ の正方行列 非吸収状態相互の遷移確率

(2) 吸収マルコフ連鎖の課題

吸収マルコフ連鎖において非吸収状態相互間の推移確率は Q で表される. 発ノードから着ノードに到達する車両は, 1 回の状態遷移 2 回の状態遷移 … と様々な状態遷移を経た場合があると考えられる.

そこで, 佐佐木の吸収マルコフによる交通量配分理論⁶⁾ では Hawkins-Simon 条件が成立するとして以下の(2. 2)式のような近似を行っている.

$$I + Q + Q^2 + Q^3 + \dots + Q^n + \dots = [I - Q]^{-1} \quad (2.2)$$

このような近似を行うと, (2.2)式の左辺を見てわかるように, 無限回の状態遷移を経たものが考慮されている. 無限回遷移を繰り返しているということは, 一度通ったところを何度も通過し, 永久にどのノードにも吸収されないというような状態を表している. 具体的には図-1 に示すようなサイクル回路が生じる.

そこで, 本研究では, 発ノード(i)から着ノード(j)に到達する遷移回数を求め, 逆行列で近似せずに逐次計算する.

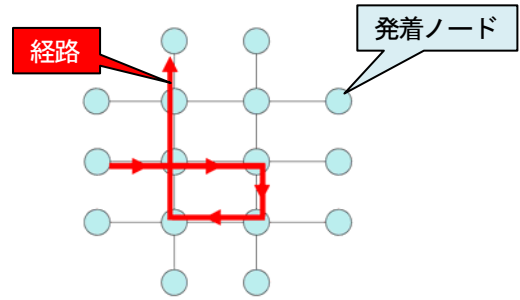


図-1 サイクル回路の概要図

3. 遷移回数を考慮した吸収マルコフ連鎖

(1) 検証ネットワークの概要

今回, 検証を行う地域は図-2 に示す 330m×530m の住宅・オフィスビルが密集する地域である.

ナンバープレート調査では, 調査地域内への出入り交通の調査のみを行ったため, 域内への着地点及び域内から域外への発地点は不明であった. このため, 対象地域中心部の P 点周辺に 4 箇所の域内発着点(Q1~Q4)を仮定する. さらに, 内々交通量は H17 センサスより, 当該ゾーンの発生交通量に対する内々交通量比率 (10.6%)より, Q1~Q4 に配分する.

以上を取りまとめた観測OD表を表-1 に示す.



図-2 ナンバープレート調査位置図

表-1 観測OD表

【単位：台/12h】

流入地点	流出地点																出入合計			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	Q1		Q2	Q3	Q4
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	58	0	0	72	9	104	16	391	41	23	901	0	75	349	0	11	11	11	12	2084
C	8	13	0	19	7	25	3	24	29	4	18	0	5	48	0	6	6	6	4	225
D	1	2	0	0	8	15	8	54	4	0	1	0	1	11	0	5	5	5	6	126
E	0	3	0	31	0	6	2	14	0	1	2	0	0	13	0	0	0	0	1	73
F	37	19	0	13	4	0	10	31	5	4	18	0	7	111	0	6	6	6	6	283
G	2	5	0	6	1	5	0	29	0	0	3	0	2	10	0	2	2	2	0	69
H	18	18	0	227	5	33	14	0	8	5	11	0	3	84	0	9	9	9	10	463
I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	15	30	0	5	0	22	2	8	7	0	23	0	6	32	0	8	8	8	6	180
K	376	1822	0	21	5	42	3	36	22	12	0	0	97	515	0	28	28	28	27	3062
L	635	37	0	4	1	19	1	9	2	5	16	0	58	96	0	12	12	12	12	931
M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N	137	325	0	49	8	484	28	407	36	16	395	0	44	0	0	17	17	17	15	1995
O	92	88	0	27	10	4	2	29	4	1	63	0	1	31	0	10	10	10	10	392
Q1	14	15	0	11	2	12	2	11	9	2	12	0	3	14	0	5	4	4	4	120
Q2	14	15	0	11	2	12	2	11	9	2	12	0	3	14	0	5	4	4	4	120
Q3	14	15	0	11	2	12	2	11	9	2	12	0	3	14	0	5	4	4	4	120
Q4	12	15	0	11	3	11	0	12	10	2	10	0	4	14	0	4	4	4	0	116
出入合計	1433	2422	0	518	67	806	95	1077	195	79	1497	0	312	1356	0	128	127	126	121	10359

(2) OD推計 (吸収マルコフ連鎖) の計算方法

OD推計 (吸収マルコフ連鎖) の計算方法は、以下の手順で行う。

a) 遷移確率行列の作成

遷移確率行列の作成に当たり、交差点の分岐率が必要であるが、ナンバープレート調査では方向別交通量が観測されていなかったため、分割分配法による交通量推計を行い、各交差点における分岐率を取りまとめ、遷移確率行列を作成する。

図-3 に示すネットワーク模式図を例として具体的な遷移確率行列(W)は、図-4 の通りとなる。

ここに、L:左折、S:直進、R:右折、

N1, N2:ノード番号、-1~4:方向の区分

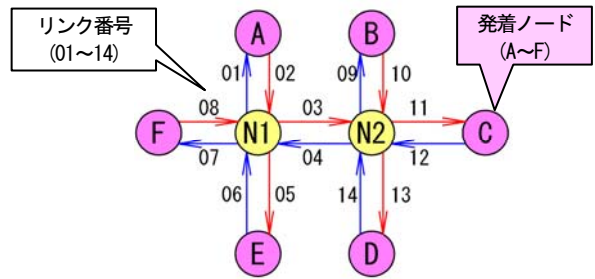


図-3 ネットワーク説明模式図

遷移確率行列 W =

1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	LN1-1	0	SN1-1	0	RN1-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	LN2-1	0	SN2-1	0	RN2-1	0	0	0	0	0	0
RN1-2	0	0	0	LN1-2	0	SN1-2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SN1-3	0	RN1-3	0	0	0	LN1-3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LN1-4	0	SN1-4	0	RN1-4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	RN2-2	0	0	0	0	0	0	0	0	LN2-2	0	SN2-2	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	SN2-3	0	0	0	0	0	0	0	RN2-3	0	0	LN2-3	0	0	0	0	0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
0	0	0	LN2-4	0	0	0	0	0	0	SN2-4	0	RN2-4	0	0	0	0	0	0	0

着リンク番号

発リンク番号

03 リンクから 13 リンクへの分岐率
分岐方向 右折: R
ノード番号 N2
方向の区分 1
以上より RN2-1 と表記

着ノードは吸収するため 1 とする

図-4 遷移確率行列の説明図

b) 吸収マルコフ連鎖による T_{ij} の算定
 発ノード(i)から着ノード(j)への到達確率(P_{ij})は次式により算定される。

$$P_{ij} = I_i \times W^n$$

ここに、

P_{ij} : 発ノード(i)から着ノード(j)への到達確率

I_i : 発ノード(i)における単位行列

W : 遷移確率行列

n : 遷移回数

また、発ノード(i)から着ノード(j)へのOD交通量(T_{ij})は、次式により算定される。

$$T_{ij} = P_{ij} \times Q_i$$

ここに、 T_{ij} : 発ノード(i)から着ノード(j)へのOD交通量

P_{ij} : 発ノード(i)から着ノード(j)への到達確率

Q_i : 発ノード(i)における発生総交通量

以上より、各地点の発着交通量を算定する。

c) 着ノードへの到達遷移回数の確認

検討対象地域の B ノードを発進し、各着ノードへの到達確率と、その遷移回数を算定する。

なお、検討対象地域のリンク図を図-5 に、遷移回数と到達確率表を表-2 に示す。

これより、各着ノードに最小遷移回数で到達する確率の合計は、0.922 であり、第 2 位に到達する確率を加えると、各着ノードへの到達確率の合計は 0.980 である。

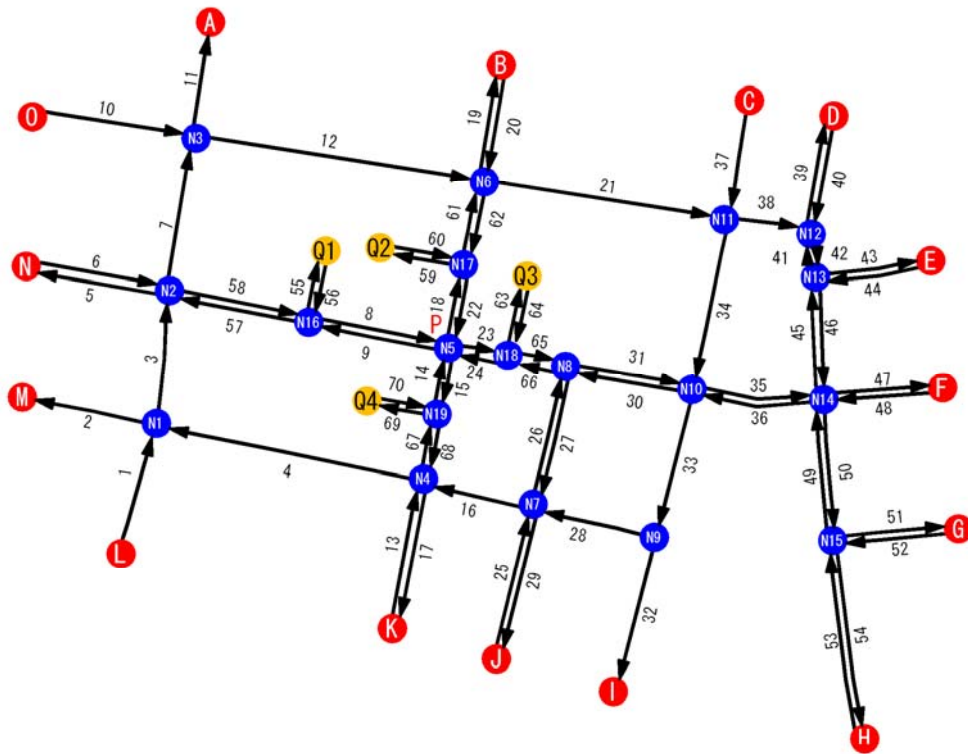


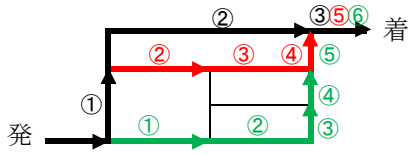
図-5 検討対象地域リンク図

表-2 遷移回数と到達確率表

遷移回数	Bゾーン 発																			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	Q1	Q2	Q3	Q4	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	
3	〃	〃	〃	0.075	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	
4	〃	〃	〃	〃	0.01	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	0.012	〃	
5	〃	〃	〃	〃	〃	0.04	〃	〃	〃	〃	〃	0.386	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	
6	0.054	〃	〃	〃	〃	〃	0.01	0.132	〃	0.002	〃	〃	〃	0.023	〃	〃	〃	〃	〃	
7	〃	〃	〃	〃	〃	0.062	〃	〃	〃	0.006	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	
8	0.065	〃	〃	〃	0.01	〃	0.012	0.15	〃	0.003	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	
9	〃	〃	〃	0.076	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	
10	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	〃	0.023	

最小遷移回数で着ゾーンに到達する確率 = 0.922
 第2位に到着する確率 = 0.980

これは、図-6 に示すようにネットワークの構成により遷移回数が多いものの、サイクル回路や迂回などを生じない場合でも到達の遅れが生じることがある。



黒ルートの到達遷移回数=3回
 赤ルートの到達遷移回数=5回
 緑ルートの到達遷移回数=6回

図-6 遷移回数説明図

サイクル回路や現実的でない経路を経由した可能性はあるものの、到達確率の合計はほぼ 1 となり、実用上は問題ないものとする。よって、各着ノードに第 2 位に到達する確率までを計算する。

なお、各着ノードへの到達確率の合計を 1 とするために、差分を各着ノードに按分する。

(3) OD推計結果

以上の計算方法により 12 時間ODを推計した結果を表-3 及び図-7 に示す。

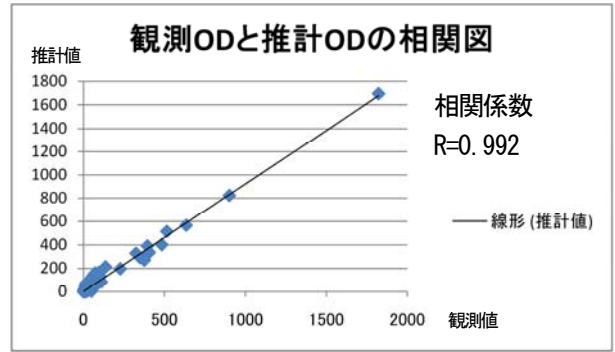


図-7 観測ODと推計ODとの相関図(12h)

表-3 観測OD表と推計OD表の比較

観測OD表(12h)

【単位：台/12h】

流入地点	流出地点																出入合計			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	Q1		Q2	Q3	Q4
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	58	0	0	72	9	104	16	391	41	23	901	0	75	349	0	11	11	11	12	2084
C	8	13	0	19	7	25	3	24	29	4	18	0	5	48	0	6	6	6	4	225
D	1	2	0	0	8	15	8	54	4	0	1	0	1	11	0	5	5	5	6	126
E	0	3	0	31	0	6	2	14	0	1	2	0	0	13	0	0	0	0	1	73
F	37	19	0	13	4	0	10	31	5	4	18	0	7	111	0	6	6	6	6	283
G	2	5	0	6	1	5	0	29	0	0	3	0	2	10	0	2	2	2	0	69
H	18	18	0	227	5	33	14	0	8	5	11	0	3	84	0	9	9	9	10	463
I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	15	30	0	5	0	22	2	8	7	0	23	0	6	32	0	8	8	8	6	180
K	376	1822	0	21	5	42	3	36	22	12	0	0	97	515	0	28	28	28	27	3062
L	635	37	0	4	1	19	1	9	2	5	16	0	58	96	0	12	12	12	12	931
M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N	137	325	0	49	8	484	28	407	36	16	395	0	44	0	0	17	17	17	15	1995
O	92	88	0	27	10	4	2	29	4	1	63	0	1	31	0	10	10	10	10	392
Q1	14	15	0	11	2	12	2	11	9	2	12	0	3	14	0	0	5	4	4	120
Q2	14	15	0	11	2	12	2	11	9	2	12	0	3	14	0	5	0	4	4	120
Q3	14	15	0	11	2	12	2	11	9	2	12	0	3	14	0	5	4	0	4	120
Q4	12	15	0	11	3	11	0	12	10	2	10	0	4	14	0	4	4	4	0	116
出入合計	1433	2422	0	518	67	806	95	1077	195	79	1497	0	312	1356	0	128	127	126	121	10359

推計OD表(12h)

【単位：台/12h】

流入地点	流出地点																出入合計			
	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	Q1		Q2	Q3	Q4
A	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
B	137	0	0	162	21	132	25	319	13	6	824	0	50	292	0	25	20	9	50	2085
C	19	21	0	21	3	11	3	37	30	3	16	0	1	47	0	4	1	6	1	224
D	1	2	0	0	6	24	6	80	0	0	1	0	0	4	0	0	0	0	0	124
E	1	1	0	31	0	9	2	28	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	73
F	35	38	0	16	2	0	3	39	8	5	29	0	2	85	0	7	2	11	2	284
G	3	3	0	18	2	3	0	29	1	0	2	0	0	7	0	1	0	1	0	70
H	30	33	0	197	23	35	14	0	7	4	25	0	1	74	0	6	2	10	1	462
I	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
J	18	22	0	1	0	20	1	17	5	0	37	0	4	42	0	4	1	5	1	178
K	271	1695	0	24	3	89	8	99	19	9	0	0	163	514	0	43	80	12	33	3062
L	566	35	0	2	0	26	2	24	6	3	31	0	60	168	0	2	1	4	2	932
M	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
N	213	328	0	4	3	401	26	336	97	44	390	0	23	0	0	27	15	63	24	1994
O	102	128	0	18	2	13	3	33	1	0	60	0	4	21	0	2	1	1	4	393
Q1	8	17	0	1	0	21	1	17	5	2	20	0	1	20	0	0	1	3	1	118
Q2	8	27	0	0	0	3	0	3	1	0	51	0	3	18	0	2	0	0	3	119
Q3	12	13	0	1	0	21	1	18	5	2	10	0	1	30	0	3	1	0	1	119
Q4	8	71	0	1	0	4	0	4	1	0	0	0	0	21	0	2	3	0	0	115
出入合計	1432	2434	0	497	65	812	95	1083	199	78	1496	0	313	1344	0	128	128	125	123	10352

また、朝(7:00~9:00)及び夕(17:00~19:00)におけるOD推計結果を図-8に示す。

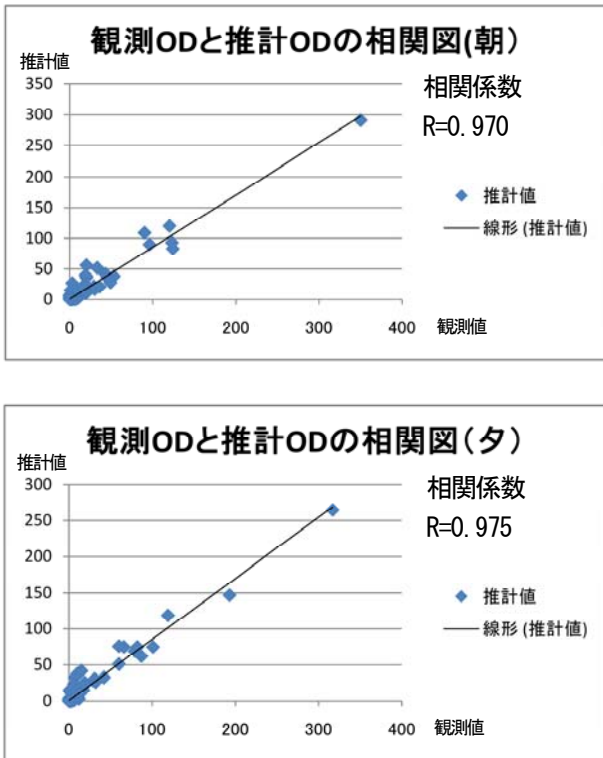


図-8 観測ODと推計ODとの相関図(朝・夕)

以上より、12時間及び朝夕の観測ODと推計ODの相関係数は0.970~0.992と非常に高い結果となった。

3. 考察と課題

(1) OD推計結果の内訳

本研究では、サイクル回路をなどの誤差をできるだけ解消し、誤差が事実上問題とならないODを計算するため、逐次計算により第2位に着ゾーンに到達する到達確率までを考慮する手法で計算を行った。

この結果、推計OD交通量は全体として観測値(プレートナンバー調査による観測OD交通量)との相関が非常に高ものとなったが、表-4に示すOD推計結果の内訳を精査するとすべてのODの推定精度が高いわけではない。

表-4 OD推計結果の内訳

項目	外外	外内	内外	内々	全体
1 交通量	9.432	451	425	51	10.359
2 比率	91.1%	4.4%	4.1%	0.5%	100.0%
h 相関係数	0.993	0.718	0.607	0.618	0.992
朝 交通量	1.487	397	119	15	2.018
朝 比率	73.7%	19.7%	5.9%	0.7%	100.0%
朝 相関係数	0.982	0.811	0.513	0.519	0.970
夕 交通量	1.615	127	346	42	2.130
夕 比率	75.8%	6.0%	16.2%	2.0%	100.0%
夕 相関係数	0.985	0.737	0.774	0.659	0.975

表-4より、通過交通(外外)の相関係数は非常に高いものの、地区内を起終点とする「内」の相関係数は低いものとなっている。今回の研究では、ナンバープ

レート調査で起点もしくは終点が不明な交通量は「内外」もしくは「外内」交通量として整理した。また、「内々」交通量としてH17センサスによる当該ゾーンの発生交通量に対する内々交通量の比率で推定し検証を行った。このとき「内」の発着点が不明であるため対象地域の中心付近に起終点を仮定している。

相関係数が低い原因としては、「内」の発着位置が現実と一致していないこと及び、特に「内々」ODの数値が小さいため、差が大きくなってしまふことが考えられる。

(2) 今後の課題

今回の研究では、分岐率が不明であったため、分割分配法による分岐率を算定したが、観測された分岐率とODにより検証を行う必要があると考える。

4. 謝辞

今回の研究に用いたデータは、金沢市のご厚意によりご提供いただいたものであり、ここに厚く感謝を申し上げます。

参考文献

- 1) 杉山 智美, 高山 純一: 吸収マルコフモデルを用いた観測交通量からのOD推計法の解の収束性抄録, 土木学会年次学術講演会講演概要集第4部 Vol-51, pp350-351, 1996.
- 2) 義浦 慶子, 高山 純一, 杉山 智美: 吸収マルコフ連鎖を用いた観測交通量からのOD推計法の推計精度に関する特性分析, 土木学会年次学術講演会講演概要集第4部 Vol-53, pp566-567, 1998.
- 3) 高山 純一, 中山 晶一郎, 八木 基徳, 赤松 隆: サイクリック経路を除去した吸収マルコフモデルによるOD交通量推計に関する研究, 土木学会年次学術講演会講演概要集第4部 Vol-60, pp4-28, 2005.
- 4) 鈴村 哲矢, 高山 純一, 中山 晶一郎, 赤松 隆: LOGIT型配分による吸収マルコフ連鎖を用いたOD交通量推計に関する研究, 土木計画学研究発表会・講演集 Vol-33, 2006.
- 5) 鈴村 哲矢, 高山 純一, 中山 晶一郎, 赤松 隆: 吸収マルコフ連鎖を用いたOD交通量推計の誤差に関する研究, 土木計画学研究発表会・講演集 Vol-34, 2007.
- 6) 佐佐木綱: 吸収マルコフによる交通量配分理論, 佐佐木綱先生 退官記念論文集, 水の巻, pp212-216,