

劣化過程を考慮した最適廃棄・補修政策*

An Optimal Inspection / Rehabilitation Model For Sewage Work Facilities*

貝戸清之**・小濱健吾***・青木一也****・小林潔司*****

by Kiyoyuki KAITO**, Kengo OBAMA***, Kazuya AOKI**** and Kiyoshi KOBAYASHI*****

1. はじめに

わが国では、人口の減少期を迎え、社会基盤管理の財源を維持することが困難となっている。一方で、社会基盤施設の老朽化が進展し、社会基盤施設の管理費用の増大が懸念されている。このような状況の中で、老朽化した社会基盤施設を廃棄し、社会基盤ネットワークを縮退させる必要性が議論されるようになってきた。

もとより、社会基盤施設は長期間にわたり、その効用を発揮することができる。土木施設が老朽化したとしても、安全性、経済性に問題がなければ、直ちに社会基盤施設を廃棄する必要はない。一方で、中山間地をはじめとして、コミュニティが消滅するなど、社会基盤をとりまく環境は急速に変化しつつある。したがって、社会基盤管理においては、施設需要の長期的動向を踏まえ、施設管理のサービス水準を抑えたり、長期的な施設廃棄を検討するなど、施設の長期的廃棄・補修政策を検討することが必要となる。

社会基盤施設の長期的廃棄・補修政策を検討する場合、施設をとりまく施設環境の特性が非常に重要な課題となる。本研究では、将来における施設需要が確実に減少し、将来時点において施設廃棄が確定的に予測されるような社会基盤施設の廃棄・補修戦略について考察する。**2. (2)**で言及するように、将来的に施設廃棄が予定されるような社会基盤施設に関しては、1) 施設を廃棄する、2) 最低限の維持業務のみを行う。3) 将来の施設廃棄を考慮にいれながら、施設の維持補修を継続するというシナリオが利用可能である。施設管理者は、施設の運用がもたらす将来便益の流列を考慮にいれながら、望ましいシナリオを選択すると考える。

以上の問題意識の下に、本研究では、将来に施設廃棄

が予定されるような社会基盤施設を対象として、期待純便益の割引現在価値を最小とするような社会基盤施設の最適廃棄・補修政策を求める最適廃棄・補修モデルを提案する。もとより、社会基盤施設の廃棄の是非に関しては、本研究でとりあげるような安全性、経済性基準のみに基づいて決定されるべきものではない。しかし、本研究で提案する方法論により、限定された視点ではあるが、施設廃棄政策に関する1つの合理的な判断情報を提示するものとする。以下、**2.**では、本研究の基本的な考え方を提示する。**3.**では、最適廃棄・補修モデルを提案し、**4.**では、モデルの解法を示す。

2. 本研究の基本的考え方

(1) 既存研究の概要

土木施設の劣化過程や故障の生起事象を確率過程としてモデル化し、ライフサイクル費用を最小にするような最適補修政策を求める数理モデルが数多く提案されている。特に、健全度を離散的な状態変数で記述するマルコフ決定モデル^{3),4)}は、劣化過程の記述が簡単であり、数多くの実用モデル⁵⁾⁻⁷⁾が提案されている。伝統的なマルコフ決定モデルは、システムの劣化過程を表現するマルコフ推移確率が、初期時点からの経過時間に依存しないような斉次マルコフ劣化モデルで表現し、定常的な最適補修政策を求めることを目的としている。このようなマルコフ決定過程モデルに関する研究は、ハザードモデルを用いて劣化過程を表現する方法が開発されることにより、実用化が急速に進展した。例えば、青木等は照明ランプで構成されるシステムを対象として、システム全体の点検・補修タイミングに関する補修政策を求める方法論を提案している^{9),10)}。さらに、貝戸らは橋梁部材の劣化過程を表すマルコフ推移行列を多段階指数ハザードモデルを用いて推計する方法を提案し、平均費用を最小にするような橋梁補修政策を求めるマルコフ決定モデルを提案している。

土木施設の維持補修政策を検討する上で、将来時点で対象とする施設の廃棄を想定するか否かにより、土木施設の維持補修問題の内容は大きく異なってくる。前述したように、既往研究の多くは、土木施設を半永久的に使用することを前提として、ライフサイクル費用を最小に

*キーワード：アセットマネジメント、維持管理計画

**正会員 博(工) 大阪大学特任講師 大学院工学研究科グローバル若手研究者フロンティア研究拠点部

(〒565-0871 吹田市山田丘2-1,

TEL:06-6879-7598, E-mail:kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp)

***学生会員 工修 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻

(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂, TEL:075-383-3224,

E-mail:k.obama@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp)

****正会員 博(工) 株式会社パスコ研究開発センター応用技術開発課

(〒153-0043 東京都目黒区東山2-8-11 目黒ビル新別館1F,

TEL:03-3715-4011, E-mail:kiakzo6013@pasco.co.jp)

*****フェロー会員 工博 京都大学教授 経営管理大学院

(〒606-8501 京都市左京区吉田本町, TEL:075-383-3224,

E-mail:kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp)

するような最適補修政策を決定することに主眼が置かれてきた。しかし、維持管理政策の選択肢の1つとして施設廃棄を考慮する場合、定常政策とは異なった管理政策について検討することが必要となる。特に、施設廃棄政策を検討する場合、維持補修費用だけでなく、施設が生み出す将来便益を同時に考慮しなければならない。さらに、将来時点において施設廃棄が想定される場合、施設の残存寿命によって補修政策が影響を受けるため、非定常補修政策を検討することが必要となる。以上の問題意識の下に、本研究では、施設運用による純便益の割引現在価値を最大にするような最適非定常政策を求めめるための最適廃棄・補修モデルを提案することとする。

(2) 廃棄問題の種類

最適廃棄・補修モデルを定式化する場合、施設需要の変化過程と施設の劣化過程を同時に考慮することが必要となる。これらの2つの過程は、それぞれ多大な不確実性を含んでおり、将来の動向を正確に予測することは困難である。施設需要過程と劣化過程に介入する不確実性を考慮するか否かにより、1) 確定的需要変化、確定的劣化過程(ケース1)、2) 確率的需要変化、確定的劣化過程(ケース2)、3) 確定的需要変化、確率的劣化過程(ケース3)、4) 確率的需要変化、確率的劣化過程(ケース4)、という4つの異なったモデルを定式化することができる。本研究では、近い将来にコミュニティの消滅等が発生せざるを得ない過疎地域における施設の廃棄・補修モデルをとりあげている。多くの過疎地域では、コミュニティの老齢化は、土木施設の劣化速度より早い速度で進展している。しかも、個人の老齢化の速度は一様であり、コミュニティの年齢構成も社会増減、死亡等を除けば一様に変化する。それに対して、土木施設も年齢構成は一様に変化するが、施設年齢と施設健全度が1対1に対応しているわけではなく、劣化過程の不確実性は無視できない。施設廃棄が検討対象となるような過疎地域のアセットマネジメント政策を検討する場合、ケース1、ケース2は理論的興味はありえても、あまり現実的なケースとはなりえないと考える。ケース3、ケース4は劣化過程の不確実性を考慮しており、現実的な施設廃棄・補修政策を検討することが可能である。

本研究では、劣化過程の不確実性を考慮した施設の廃棄・補修政策を検討する。その際、施設管理政策として、1) 廃棄政策、2) 非補修政策、3) 補修政策という3つの政策をとりあげる。廃棄政策は、施設の使用を直ちに中止し、施設を廃棄するような政策である。施設を廃棄する場合、廃棄費用が必要となる。しかし、土木施設は耐用年数が長く、劣化の進展速度も遅いため、直ちに施設を廃棄することが必ずしも合理的でない場合が多い。そこで、非補修政策は、清掃・巡回等の最低限の維持政策を実施する

が、大規模な補修作業を実施せず、適切な時期において施設の廃棄を実施することを決定するような政策である。最後に、補修政策は、補修政策を継続するような政策である。この場合でも、将来時点において施設廃棄が想定されているため、補修政策は施設需要や劣化状態に依存するような非定常政策となる。さらに、本研究では、施設需要が単調に減少するような確定的状態変化を想定する。このような状況下では、3. で言及するように、時間の経過とともに、施設管理政策が「補修政策→非補修政策→廃棄政策」の順に変化をすることになり、これらの政策間の最適スイッチング時点を決定することが課題となる。なお、ケース4では、施設需要変化と劣化過程の双方が確率的に変化するため、複数リスクを考慮した動的計画モデルを解く問題に帰着する。さらに、需要が必ずしも単調に減少しないため、上述の3つの政策以外に、定常政策も同時に考慮したような政策の最適スイッチング問題を考慮しなければならない。このような複雑な維持管理問題に関しても、本研究で提案する最適廃棄・補修モデルを拡張することにより対処可能であるが、この問題に関しては将来の課題とする。

(3) モデルの基本構成

カレンダー時刻 t_0 を始点とし、無限時限まで続く離散時間軸 $t = 0, 1, \dots$ を対象とする。離散軸上の期間 $[t, t+1)$ を t 期と呼ぶ。各期間長はすべて同一である。いま、 t 期まで施設管理が継続され、 t 期における最適除却政策を考える問題に直面したと考える。各期首の点 a に施設の健全度に関する点検が実施される。点 b では、仮に当該期においても施設管理を継続する場合、当該期において実施すべき最適補修政策を決定する。点 c では、当該期において「廃棄政策」、「非補修政策」、「補修政策」のいずれを選択するかを決定する。「廃棄政策」、「非補修政策」が選択された場合、意思決定プロセスは終了し、 t 期で選択された政策に基づいて、 t 期以降の管理業務が遂行される。

3. 最適廃棄・補修

(1) モデル化の前提条件

施設の劣化状態は I 個の健全度で記述される。施設の健全度を i ($i = 1, \dots, I$) で表現しよう。施設がもっとも健全な(劣化が進展していない)状態を $i = 1$ で表し、状態変数 i の値が大きくなるほど、劣化が進展していることを表す。 $i = I$ の場合、当該の施設が使用限界に到達していることを表す。初期時点 t_0 における施設の健全度を状態変数 $h(0)$ と表そう。状態変数 $h(t_0)$ は健全度 i ($i = 1, \dots, I$) の中のいずれかの値をとる。施設の劣化・修繕過程は、離散時間軸上で定義される状態変数の流れ $h(0), h(1), \dots, h(t), \dots$ を用いて定義される。一方、 t 期に

において、当該施設を使用することにより得られる便益を $v(t)$ ($t = 0, 1, \dots$) と表そう。本研究では、将来時点にわたり施設需要が減少することが予測されており、最適な廃棄政策を検討することが課題になっているような社会基盤施設を対象とする。便益 $v(t)$ ($t = 0, 1, \dots$) は t に関して減少関数であり、任意の t に対して

$$v(t) > v(t+1) \quad (1)$$

が成立する。施設の使用便益に関しては不確実性が存在せず、確定的に与えられると考える。当然のことながら、施設の将来便益の流列には不確実性が存在する。本研究では、施設の使用便益の減少過程に関して複数のシナリオを考え、感度分析を行うことにより将来便益の不確実性の影響を分析することとする。

初期時点からインフラの最適維持・更新作業が実施され、 t 期に至った場合を考える。 t 期において、施設管理者は、1) 直ちに廃棄する(廃棄政策)、2) 維持修繕を放棄する(非補修政策)、3) 施設廃棄に関する意思決定を保留する(補修政策)という3つの選択肢が存在する。施設管理者が「廃棄政策」を採用した場合、施設管理者は廃棄費用 C を負担して、直ちに施設を廃棄する。つぎに、非補修政策を採用した場合、每期ごとに維持費用 c を負担してパトロール、清掃等の最低限の維持作業は実施するが、大規模補修は実施しない。時間の経過に伴って施設の劣化が進展し、健全度が使用限界 I に到達した時点で、施設を廃棄する。劣化過程に不確実性が存在するため、施設の廃棄時点は不確実である。施設を廃棄するためには、廃棄費用 C が必要となる。最後に、補修政策を実施する場合、施設管理者は、施設廃棄に関する意思決定を保留し、維持管理業務を継続する。その際、将来時点において施設廃棄の可能性があることに配慮しつつ、施設使用による期待純便益の当該期価値を最大にするように当該期における維持補修政策を決定する。以下では、初期時点から時間が経過し、 t 期の期首に、施設管理者が廃棄政策を決定する問題を考える。以下では、**3. (2)** では、施設管理者が廃棄政策を採用した場合に着目する。ついで、**3. (3)** では、非補修政策を採用した場合、**3. (4)** では、補修政策を採用した場合に着目する。最後に、**3. (5)** で最適廃棄・補修を定式化する。

(2) 廃棄政策

施設管理者が、「廃棄政策」を採用した場合、現在時点で直ちに施設が廃棄されるため、将来時点において施設便益は発生しない。したがって、現在時点で発生する純便益 Ψ_a は

$$\Psi_t^a(i) = -C \quad (2)$$

と表される。ここに、上付き添え字 a は、廃棄政策を採用したことを意味する。

(3) 非補修政策

非補修政策を採用した場合、巡回、清掃等の最低限の維持作業は実施するが、施設の劣化過程に影響を及ぼすような補修作業は実施されない。施設の健全度は時間の経過とともに低下し、健全度が使用限界 I に到達した時点で施設が廃棄される。施設の劣化過程がマルコフ連鎖に従って変化すると考える。そこで、2つの時刻間における健全度間の推移状態をマルコフ推移確率で表現する。マルコフ推移確率は、時刻 t で測定された健全度 $h(t) = i$ を与件とし、 $t+1$ 期において健全度 $h(t+1) = j$ ($j \geq i$) が生起する条件付推移確率として定義される。すなわち、

$$\text{Prob}[h(t+1) = j | h(t) = i] = \pi_{ij} \quad (3)$$

と表せる。このような推移確率を健全度ペア (i, j) に対して求めれば、マルコフ推移確率行列

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \pi_{11} & \cdots & \pi_{1I} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \pi_{II} \end{pmatrix} \quad (4)$$

を定義できる。補修がない限り常に劣化が進行するので、 $\pi_{ij} = 0$ ($i > j$) が成立する。また、推移確率の定義より $\sum_{j=i}^I \pi_{ij} = 1$ が成立する。すなわち、マルコフ推移確率に関して

$$\left. \begin{array}{l} \pi_{ij} \geq 0 \quad (i, j = 1, \dots, I) \\ \pi_{ij} = 0 \quad (i > j \text{ の時}) \\ \sum_{j=i}^I \pi_{ij} = 1 \end{array} \right\} \quad (5)$$

が成立しなければならない。状態 I は、補修のない限りマルコフ連鎖における吸収状態であり、 $\pi_{II} = 1$ が成立する。なお、マルコフ推移確率は過去の劣化履歴とは独立して定義される。

ここで、初期時点から時間が経過し、 t 期に到達した状態を考える。当該時点における施設の健全度を $h(t) = i$ ($i = 1, \dots, I$) と表す。ここで、 t 期において健全度 $h(t) = i$ の施設に対して、はじめて非補修政策を採用した場合に獲得できる期待純便益の当該期価値(以下、非補修政策の当該期価値と呼ぶ)を $\Psi_t^b(i)$ と表す。非補修政策では、施設の健全度が使用限界 I に到達した場合、直ちに廃棄される。施設を廃棄する場合に、廃棄費用 C が発生する。まず、 t 期において、健全度が I である場合、非補修政策の当該期価値は

$$\Psi_t^b(I) = -C \quad (6)$$

となる。つぎに、 t 期の健全度が i ($i = 1, \dots, I-1$) である場合を考える。ここで、 t 期の期首において健全度が $h(t) = i$ である状態から τ 期経過した $t+\tau$ 期の期首における健全度分布 $\mathbf{p}(t+\tau | h(t) = i) = \{p_1(t+\tau | h(t) = i), \dots, p_I(t+\tau | h(t) = i)\}$ は、マルコフ推移確率行列(4)を用いて次式で表される。

$$\mathbf{p}(t+\tau | h(t) = i) = \mathbf{p}_i \mathbf{\Pi}^\tau \quad (7)$$

ただし、 $\mathbf{p}_i = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$ は、第 i 番目の要素のみが値1をとり、それ以外が0であるような行ベクトルを意味する。さらに、 $t+\tau$ ($\tau > 0$) 期の期首において健全

度が $h(t + \tau) = l$ ($l = i, \dots, I - 1$) であるという条件の下で、 $t + \tau + 1$ 期の期首に施設が廃棄される条件付確率 $\hat{p}_{t+\tau+1}(l)$ は

$$\hat{p}_{t+\tau+1}(l) = \pi_{II} \quad (8)$$

と表される。一方、施設が廃棄されない確率 $\pi_{t+\tau+1}(l)$ は

$$\pi_{t+\tau+1}(l) = 1 - \pi_{II} \quad (9)$$

と表される。したがって、 t 期の期首において健全度が $h(t) = i$ であるという条件の下で、 $t + \tau + 1$ 期の期首にはじめて健全度が使用限界 I に到達する条件付確率 $P_t(t + \tau + 1|h(t) = i)$ は次式で表される。

$$P_t(t + \tau + 1|h(t) = i) = \sum_{l=i}^{I-1} p_l(t + \tau|h(t) = i)\pi_{II} \quad (10)$$

一方、 $t + \tau$ 期において施設が廃棄されず、 $t + \tau + 1$ 期においても施設使用が継続される確率 $\hat{P}_t(t + \tau + 1|h(t) = i)$ は

$$\hat{P}_t(t + \tau + 1|h(t) = i) = \sum_{l=i}^{I-1} p_l(t + \tau|h(t) = i)(1 - \pi_{II}) \quad (11)$$

となる。したがって、 t 期において健全度が $h(t) = i$ である施設に対して、非補修政策を適用した場合に獲得する施設純便益の当該期価値 $\Psi_t^b(i)$ ($i = 1, \dots, I - 1$) は

$$\Psi_t^b(i) = \sum_{s=t}^{\infty} \rho^s \left\{ (v(t) - c)\hat{P}_t(s|i) - CP_t(s|i) \right\} \quad (12)$$

と定義できる。ただし、 ρ ($0 < \rho < 1$) は割引因子である。

(4) 補修政策

補修政策では、施設が劣化した場合に適切な補修を実施する。ただし、将来時点において、施設がいずれ除却されることが確定しているため、施設管理者は除却までに残された時間を考慮しながら、補修政策を決定する。このため、補修政策は初期時点からの経過時間に依存する非定常政策となる。

補修政策の下では、各期の期首に施設の健全度を観測し、必要な場合には施設の維持補修を実施する。ここで、期間 $[t, t + 1)$ におけるコンクリート舗装の補修・劣化過程を以下のようにモデル化する。いま、 t 期の期首における施設の健全度が $h(t) = i$ であると仮定する。 t 期で補修を実施する場合、 t 期の期首において直ちに補修が実施され、施設の健全度が $\hat{h}(t) = l$ ($l \leq i$) に回復する。期間 $[t, t + 1)$ にわたり、施設の健全度は、マルコフ推移確率行列 Π に従って推移する。その結果、 $t + 1$ 期の期首にモニタリングが実施され、施設の健全度が $h(t + 1) = j$ に推移したと考える。この時、期間 $[t, t + 1)$ の間に、施設の健全度は、最終的に $h(t) = i$ から、 $h(t + 1) = j$ に推移する。このように補修アクションが実施された結果実現する健全度の推移状態を施設の劣化・補修過程と呼ぶこととする。

いま、 t 期において実施される補修政策 $d(t) \in D$ を、施設の健全度 $h(t) = i$ ($i = 1, \dots, I$) のそれぞれに対して

実施すべき補修アクションを指定する関数を用いて定義する。補修政策は有限個存在し、 D は補修政策の集合である。補修政策 $d(t) \in D$ の下で実施される補修アクションを $\xi^{d(t)}$ 、補修アクション実施後の劣化水準 $\xi^{d(t)}(i)$ を用いて

$$\xi^{d(t)} = \begin{pmatrix} \xi^{d(t)}(1) \\ \vdots \\ \xi^{d(t)}(I) \end{pmatrix} \quad (13)$$

と定義する。補修政策 $d(t)$ の下で補修アクション $\xi^{d(t)}(i)$ を採用した場合の補修費用を $c^{d(t)}(i)$ と表す。すなわち、施設の健全度が i から $\xi^{d(t)}(i) = l$ に改善される場合には補修費用 $c_i^{d(t)}(i) = c_{il}$ が必要となる、補修を実施しない場合には $c_i^{d(t)}(i) = 0$ となる。ただし、補修費用は条件

$$c_{ij} \leq \dots \leq c_{lj} \leq \dots \leq c_{Ij} \quad (14)$$

$$(j \leq l \leq I; l = 1, \dots, I)$$

を満足すると仮定する。条件 (14) は補修の劣化水準が悪い方が、同一の劣化水準に回復するための費用が大きくなることを意味する。

つぎに、補修政策 $d(t) \in D$ を実施した場合の健全度の推移状態を定義する。補修政策 $d(t)$ に基づくアクション内容は t 期における健全度 $h(t) = i$ に対して、アクション実施後の健全度 $\hat{h}(t)$ を対応させる関数 $\xi^{d(t)}(i)$ を用いて記述できる。健全度 i の時に補修政策 $d(t)$ を適用した場合、施設の健全度の推移関係は

$$q^{d(t)}(i, l) = \begin{cases} 1 & \xi^{d(t)}(i) = l \text{ の時} \\ 0 & \text{それ以外の時} \end{cases} \quad (15)$$

$$(i = 1, \dots, I; l = 1, \dots, I) \quad (16)$$

と表される。さらに、補修政策 $d(t)$ の下で、 t 期の期首におけるモニタリング後の状態 $h(t) = i$ から、補修アクションを実施し、 $t + 1$ 期の期首までに健全度が $h(t + 1) = j$ に推移する確率 $\hat{\pi}_{ij}^{d(t)}$ は

$$\hat{\pi}_{ij}^{d(t)} = \sum_{l=1}^i q^{d(t)}(i, l)\pi_{l,j} \quad (17)$$

と表される。

ここで、 t 期の期首に補修政策 $d(t) \in D$ を用いて施設を補修し、 $t + 1$ 期の期首までに健全度 $h(t) = j$ に推移し、それ以降の時点において最適な施設管理政策を採用した場合に獲得できる純便益の割引当該期価値を $V_{t+1}(j)$ と表す。この時、 t 期に至るまで補修政策を適用し、 t 期においても補修政策を継続した時に獲得できる期待純便益の当該期価値は

$$\Psi_t^c(i) = \max_{d(t) \in D} \left\{ v(t) - c_t^{d(t)} + \rho \sum_{j=1}^I \hat{\pi}_{ij}^{d(t)} V_{t+1}(j) \right\} \quad (18)$$

と表せる。ここで、問題 (18) における最適廃棄政策を $d^*(t)$ と表記する。また、 $\Psi_t^c(i)$ は、 t 期の期首において、健全度が $h(t) = i$ であるときに、保留政策を採用した場合に獲得できる期待純便益の割引当該期価値の最大値を表している。

(5) 最適廃棄・補修の定式化

以上の議論では、時点 t における政策を所与として、それぞれの政策の下で時点 t 以降に獲得できる純便益の割引当該期価値を定式化した。時点 t の期首において、施設管理者は、時点 t 以降に獲得する期待純便益の割引当該期価値を最大にするように「廃棄政策」、「非補修政策」、「補修政策」の中から1つの政策を採用する。施設管理者が、 t 期に「廃棄政策」、「非補修政策」を採用した場合、それ以降の期における意思決定の可能性は消滅する。したがって、 t 期において、3つの政策の中から1つの政策を選択する問題が成立するためには、 t 期までの各期において「補修政策」が採用されてきたことが前提となる。この時、 t 期における意思決定モデル（以下、最適廃棄・補修と呼ぶ）は、以下のように定式化できる。

$$V_t(i) = \max \left\{ \Psi_t^a(i), \Psi_t^b(i), \Psi_t^c(i) \right\} \quad (19)$$

$$(i = 1, \dots, I; t = 0, 1, \dots)$$

ここで、問題(18)の中に最適値関数 $V_{t+1}(i)$ が含まれていることに留意すれば、問題(19)は最適値関数 $V_t^*(i)$ に関する再帰的関数方程式になっていることが理解できる。

4. 最適廃棄・補修の解法

(1) モデルの基本構造

最適廃棄・補修(19)を解くためには、1) 廃棄政策の当該期価値 $\Psi_t^a(i)$ 、2) 非補修政策の当該期価値 $\Psi_t^b(i)$ 、3) 補修政策の当該期価値 $\Psi_t^c(i)$ を求めることが必要である。ここで、 t 期の意思決定問題において、その導出過程から明らかかなように、 $\Psi_t^a(i)$ 、 $\Psi_t^b(i)$ は定数となる。そこで、最適廃棄・補修(19)を

$$V_t(i) = \max \left\{ \max \{ \Psi_t^a(i), \Psi_t^b(i) \}, \Psi_t^c(i) \right\} \quad (20)$$

$$(i = 1, \dots, I; t = 0, 1, \dots)$$

と書き換え、その部分問題

$$\Psi_t^{ab}(i) = \max \left\{ \Psi_t^a(i), \Psi_t^b(i) \right\} \quad (21)$$

$$(i = 1, \dots, I; t = 0, 1, \dots)$$

を考える。式(12)において、 $v(t)$ が強単調減少関数であることより、健全度 i が同一である限り

$$\Psi_t^b(i) > \Psi_{t+1}^b(i) > \dots \quad (22)$$

が成立する。一方、 $\Psi_t^a(i)$ は t, i の値に関わらず、一定値 $-C$ をとる。したがって、任意の i に対して、

$$\Psi_{t^*(i)-1}^b(i) > \Psi_{t^*(i)}^a(i)$$

$$\text{and } \Psi_{t^*(i)}^a(i) \leq \Psi_{t^*(i)}^b(i) \quad (23)$$

が成立するような $t^*(i)$ が存在する。このような $t^*(i)$ を健全度別廃棄時点と呼ぶ。すなわち、健全度 i の状態で廃棄時点 $t^*(i)$ に到達すれば、廃棄費用 C を支出して、施設を直ちに廃棄することが合理的となる。このような廃棄時点は健全度 i により異なる。つぎに、縮約化された最適廃棄・補修

$$V_t(i) = \max \left\{ \Psi_t^{ab}(i), \Psi_t^c(i) \right\} \quad (24)$$

$$(i = 1, \dots, I; t = 0, 1, \dots)$$

を考える。健全度別廃棄時点の間には、

$$t^*(1) > \dots, t^*(I) \quad (25)$$

が成立する。ここで、最終廃棄時点 $t^* = t^*(1)$ を定義する。最終廃棄時点 t^* 以降では、施設を補修しても新たな便益が期待できず、逆に補修費用が増加するため、時点 t^* 以降にわたり、施設管理を継続することは、望ましい政策ではない。最終廃棄時点 t^* は、部分問題(21)に対して定義されたものであるが、全体問題(20)に関しても最適最終廃棄時点となっている。そこで、最適最終廃棄時点 t^* より、逆向きに縮約化された最適廃棄・補修モデル(24)を再帰的に解くことにより、最適補修・廃棄政策を求めることができる。

(2) 解法

最適廃棄時点 t^* において、終端条件

$$V_{t^*}(j) = -C \quad (j = 1, \dots, I) \quad (26)$$

が成立する。ここで、 $t^* - 1$ 期における期待純便益の割引当該期価値

$$\Psi_{t^*-1}^c(i) = \max_{d(t^*-1) \in D} \left\{ v(t^* - 1) - c_{t^*-1}^{d(t^*-1)} \right. \\ \left. + \rho \sum_{j=1}^I \hat{\pi}_{ij}^{d(t^*-1)} V_{t^*}(j) \right\} \quad (27)$$

を定義する。その上で、 $t^* - 1$ 期における最適値関数

$$V_{t^*-1}(j) = \max \{ \Psi_{t^*-1}^{ab}(i), \Psi_{t^*-1}^c(i) \} \quad (28)$$

を求める。以下、再帰的に t 期における補修政策の割引当該期価値

$$\Psi_t^c(i) = \max_{d(t) \in D} \left\{ v(t) - c_t^{d(t)} \right. \\ \left. + \rho \sum_{j=1}^I \hat{\pi}_{ij}^{d(t)} V_{t+1}(j) \right\} \quad (29)$$

を定義する。その上で、 t 期における最適値関数

$$V_t(i) = \max \{ \Psi_t^{ab}(i), \Psi_t^c(i) \} \quad (30)$$

を定義する。以上のプロセスを初期時点まで繰り返すことになる。解法の手順は下記のように整理できる。

ステップ1：最終廃棄時点 t^* を求める。

ステップ2：任意の $i = 1, \dots, I, t = 0, \dots, t^* - 1$ に対して、部分問題の最適関数 $\Psi_t^{ab}(i)$ を求める。

ステップ3：式(29)を用いて、補修政策を適用した場合の最適補修政策、及び補修政策の割引当該期価値 $\Psi_t^c(i)$ を求める。

ステップ4：式(30)を用いて、最適値関数 $V_t(i)$ ($i = 1, \dots, I$)を求める。以上のプロセスを初期時点まで反復する。

5. おわりに

本研究では、施設需要の減少と劣化過程の進展により、将来時点において施設需要が確定的に減少するような場合を想定し、対象とする施設の最適な廃棄タイミングと

それまでの最適補修政策を検討する方法論を提案した。社会基盤施設は耐久性を有しているため、直ちに施設廃棄を実施するのではなく、安全性、経済性に問題がなければ継続的に運用することが可能である。このような観点から、施設管理政策として、1) 施設を直ちに廃棄する、2) 必要最低限の維持管理のみを実施する、3) 施設の補修を継続的に実施する、という3つの廃棄・補修政策をとりあげた。その上で、施設需要や劣化状態を考慮し、廃棄・補修政策を最適に転換するようなアセットマネジメント政策を求める最適廃棄・補修モデルを提案した。本研究で提案した方法論は、現実問題への適用性は高いと考えるが、今後以下のような研究課題が残されている。第1に、本研究では施設需要が確定的に減少するトレンドを有する場合を想定していた。そのため、上述の3つの管理政策に対して、「補修政策→非補修政策→廃棄政策」という適用順序を一意的に決定することができた。しかし、需要トレンドが確定的な減少トレンドを持たない場合、管理政策の適用順序を一意的に決定することはできない。この場合、政策のスイッチング順序とそのタイミングを同時に決定するような最適廃棄・補修モデルを定式化することが必要となる。第2に、施設需要の不確実性を考慮する必要がある。この場合、施設需要と劣化過程という2つの不確実性を同時に考慮にいたした動的計画モデルを開発することが必要である。この場合、本研究でとりあげた政策以外にも、施設廃棄を前提とした意思決定問題に移行することを保留し、当面の間、定常的政策を適用するというシナリオを採用することも可能である。問題の特性に応じて、本研究で提案した最適廃棄・補修モデルを多方面に拡張することが可能である。第3に、現実の施設廃棄問題に適用する場合には、施設需要の将来予測の方法を開発することが必要である。施設需要の将来予測が困難である場合は、施設需要のモニタリング結果に基づいて、動的意思決定問題をバイズ修正するような方法論の開発が必要である。最後に、現実の施設廃棄問題においては、本研究でとりあげた安全性、経済性だけでなく、代替施設の利用可能性、災害時におけるリダンダンシー等をはじめとして、多くの評価基準を用いて総合的に検討することが必要であることは言うまでもない。なお、劣化過程を考慮した最適廃棄・補修政策モデルを用いた実証分析の結果については発表時に報告させていただきたい。

- 1) 例えば, Heyman, D.P. and Sobel, M.J. (eds.): *Stochastic Models, Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol. 2, North-Holland, 1990.
- 2) 例えば, 三根久, 河合一: 信頼性・保全性の数理, 朝倉書店, 1982.
- 3) 例えば, White, D.J.: *Markov Decision Process*, Wiley, pp.130-146, 1993.
- 4) 例えば, Eckles, J.E.: Optimal maintenance with incomplete information, *Operations Research*, Vol.16, pp.1058-1067, 1968.
- 5) Madanat, S.: Incorporating inspection decisions in pavement management, *Transportation Research, Part B*, Vol.27B, pp.425-438, 1993.
- 6) Madanat, S. and Ben-Akiva, M.: Optimal inspection and repair policies for infrastructure facilities, *Transportation Science*, Vol.28, pp.55-62, 1994.
- 7) Durango P. and Madanat S.: Optimal maintenance and repair policies for infrastructure facilities under uncertain deterioration rates: An adaptive control approach, *Transportation Research, Part A*, Vol. 36, pp.763-778, 2002.
- 8) 織田澤利守, 石原克治, 小林潔司, 近藤佳史: 経済的寿命を考慮した最適修繕政策, 土木学会論文集, No.772/IV-65, pp.169-184, 2004.
- 9) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: トンネル照明システムの最適点検・更新政策, 土木学会論文集, No.805/VI-67, pp.105-116, 2005.
- 10) 青木一也, 山本浩司, 小林潔司: 時間依存型劣化過程を有するシステムの集計的最適点検・補修政策, 土木学会論文集F, Vol.62 No.2, pp.240-257, 2006.