ネットワーク通行権取引市場のオークション・メカニズムに関する研究—単一 OD ペアの場合 *

Auction Mechanisms for Implementing Tradable Network Permits Market with a OD Pair*

和田健太郎 **・赤松隆 ***

Kentaro WADA**・Takashi AKAMATSU**

1. はじめに

周波数オークション，空港のタイムスロットオークション，電力取引オークションに代表される公共財のオークションは，共有資源を効率的に利用する市場メカニズムとして，現実の社会・経済に様々な質的変革をもたらしつつある[1]．

交通システムにおいても，道路容量という限られた資源を市場メカニズムを通して効率的に利用することは可能である．実際，赤松等[2)3)]は，特定のボトルネックを特定の時刻に通行できる権利（ネットワーク通行権）を発行し，その権利を市場を介して取引するという“ ネットワーク通行権取引制度 ”を提案し，その効率性を明らかにしている．さらに，和田・赤松[4)]は，単一のボトルネックを持つネットワーク設定において，通行権市場の取引メカニズムをオークション理論によって設計し，通行権市場について次の望ましい特性を持つことを示した：(1) 通行権市場により実現する通行権の割当は効率的であり，通行権価格は利用者にとって $strategy-proof$ の性質を有する，(2) 競り上げオークションにより実現する通行権の割当は VCG メカニズムにより実現する効率的な割当に一致し，通行権価格は $strategy-proof$ の性質を満たす Vickrey payment に収束する．

通行権市場のオークション・メカニズムが持つ上記の特性は，あくまで単一ボトルネック条件下に限定して証明されたものである．従って，多数のボトルネックを持つ一般的なネットワークでもこのような望ましい性質が成立するか否かは，未解明である．また，一般ネットワークでは，利用者は多数のボトルネックの通行権の“ 組合せ ”(*ie.* 経路）を購入することになるが，組合せオークションをどのように設計すべきか（*ie.* 利用者の入札方法，通行権の割当方法）についても課題である．

本稿では，OD ペアが単一の場合を対象として，通行権市場のオークション・メカニズムを設計する．そして，その性質を明らかにすることを目的とする．より具体的には，まず，通行権市場に対して，VCG メカニズムをそのまま適用する．そして，適用できる状況が非常に限定的なものであることを示す．続いて，上記の問題を解決するような 2 段階オークションを提案する．最後に，提案オークションが VCG メカニズムと（ほぼ）等価な結果を導くことを示す．

2. ネットワーク通行権取引制度

(1) 分析対象とする交通空間条件

本稿では，一般的な（*ie.* 任意のリンク・ノード接続構造を持つ）ネットワーク上の動的な交通流を考える．そのネットワークのノード集合を N，有向リンクの集合を L と書く．ノード集合 N は，その部分集合として，利用者のトリップが発生する起点（Origin）の集合 O，利用者がトリップを終了する終点（Destination）の集合 D を含む．N の各要素は，整数の連番 i で区別され，L の各要素は，その上流側ノード i と下流側ノード j の組 (i, j) で区別される．また，ネットワーク上の経路集合を $R \ni r$ とする．

ネットワークの各リンクは，自由走行区間と 1 つのボトルネック区間から構成されていると仮定する．リンク (i, j) の自由走行区間の旅行時間は定数 t_{ij} とし，ボトルネック区間は容量 μ_{ij} を持つ *point queue* モデルで表現されているとする．動的な利用者の配分を想定する（離散的な）時間 $t \in I$ は十分に長い時間が与えられているものとし，時間の流れに沿った整数の連番で区別する．また，時間帯を通じてネットワークを利用する OD 交通需要 Q は与件とする．

(2) 行動主体

本稿で解析するモデルに表れる主体は，道路ネットワークの管理者と利用者である．道路管理者はネットワークで発生しうる渋滞を抑制し，社会的な交通費用の最小化を目指す主体である．そのために，渋滞の発生しうるボトルネック（*ie.* リンク）に対して，“ 時刻別のネットワーク通行権 ”を設定・発行する．

一方，利用者 $\alpha \in A$ は，起点（*eg.* 住宅地）から終点（*eg.* CBD）へ，このネットワークを通過して，毎日 1 回のトリップを行う主体である．利用者は各々，希望到着時刻 $s \in S$ を持っており，同じ希望到着時刻を持つ利用者の集合を $A(s)$，需要を $Q(s)$ と書く．利用者は，自分の効用（その定義は次節で与える）が最大となるように，終点到着時刻および経路を選択する．なお，利用者がネットワークを通行するためには，自分の選択する経路上にあるリンクに対応した通行権を“ 通行権

---

* キーワード：TDM，通行権，組合せオークション
** 学生員，東北大学大学院情報科学研究科
*** 正会員，東北大学大学院情報科学研究科
(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉 6-6-06,
TEL: 022-795-7420; FAX: 022-795-7418)

取引市場 ”で購入する必要がある．通行権市場については次節で詳述する．

本稿では，動的な利用者の配分を取り扱っており，交通分野で研究が行われてきた動的配分の分野[5)6)7)]と深く関わりがある．例えば，利用者の行う出発時刻選択については，Daganzo[8)]，Newell[9)]，桑原[10)]，井料ら[11)]の研究で発展してきており，動的交通配分の経路選択についても，Smith の[12)]研究が挙げられる．しかしながら，これらの研究では，交通流管理施策などは考慮されておらず，本稿とは異なったアプローチであると言える．

(3) ネットワーク通行権とその取引市場

“ 時刻別ネットワーク通行権 ”とは，予め指定されたボトルネック地点を，予め指定された時刻にのみ通行できる権利である．本稿では，道路管理者が，ボトルネックに対して，この時刻別ネットワーク通行権を設定できる状況を想定する．即ち，時刻 t にリンク (i, j) のボトルネックに流入する交通流は，時刻 t のリンク (i, j) の通行権を持っている利用者のみである．

道路管理者は，ボトルネックに対する時刻別通行権を，そのリンクの交通容量 μ_{ij} に等しい枚数まで発行できるものとする．時刻別通行権の定義により，利用される時刻別通行権の枚数は，ボトルネック流入率となる．従って，この発行条件下では，ボトルネックへの流入率が常に交通容量以下となり，渋滞は原理的に発生しない．

道路管理者が発行した全てのネットワーク通行権は，利用者に市場販売される．利用者は，この取引市場において，自分の希望する到着時刻・経路に応じて必要となる時刻別通行権を購入する．具体的な取引ルールについては，3，4 章で詳しく示す．

(4) 利用者の交通費用と効用の定義

ネットワークの利用者が 1 回のトリップで費やす交通費用は，以下の a)，b) の費用から構成される：a）終点への希望到着時刻 s と実際の到着時刻 t との差異に応じて決まる“ スケジュール費用 ”，b）起点から終点までの旅行時間を金銭換算した“ 旅行費用 ”

a) の各利用者 α の“ スケジュール費用 ”は，終点到着時刻のみの関数 $w^s(t)$ によって与えられる．ただし，各利用者の持つ時間価値は同一とする．

b) の“ 旅行費用 ”は経路によって異なる．起終点間の各経路の旅行時間は，その経路上に含まれるリンクの総和である．ただし，各リンク (i, j) の旅行時間は，通行権制度導入後の渋滞が発生しない状態では，一定値 t_{ij} である．従って，起終点間の任意の経路 r の旅行時間も，到着時刻によらず一定である：

$$T_r = \sum_{ij \in L} t_{ij} \sigma_{ij,r}. \tag{1}$$

ここで，$\sigma_{ij,r}$ は起終点間の経路・リンク接続行列であり，リンク (i, j) が経路 r に含まれるなら 1，そうでないなら 0 をとる．

b) の旅行時間を金銭換算した旅行費用と a) のスケジュール費用の和を，交通費用と呼ぶ．希望到着時刻 s を持ち，経路 r を通行し，時刻 t に終点に到着する利用者の交通費用 $C_r^s(t)$ は，

$$C_r^s(t) = w^s(t) + \gamma T_r \tag{2}$$

である．ここで，γ は旅行時間を金銭費用に換算する時間価値係数である．

ネットワーク利用者は，上記の交通費用に加えて，通行権購入費用も支払う必要がある．この“ 通行権購入費用 ”は，本稿で構築するオークション・メカニズムによって決まる（3，4 章で詳述する）．起終点間の経路 $r(t)$ を通行したときの通行権費用は，その経路上に含まれるリンクの通行権価格の総和である．従って，経路 $r(t)$ を通行する利用者の通行権購入費用は，

$$P_r(t) = \sum_{ij \in L} p_{ij}(t - T_{ij,r}) \sigma_{ij,r} \tag{3}$$

である．ただし，$T_{ij,r}$ はノード i からリンク (i, j) を通って終点までに要する旅行時間を表している：

$$T_{ij,r} = \sum_{kl \in L} t_{kl} \sigma_{kl,r(i,d)} \tag{4}$$

ここで，$\sigma_{kl,r(i,d)}$ はリンク (k, l) がノード i から終点 d への経路 r に含まれるなら 1，そうでないなら 0 をとる経路・リンク接続行列の典型要素である．

利用者の各時刻・各経路に対する私的評価額は，交通費用の符号を逆にしたものと定義する：

$$v_r^{\alpha,s}(t) \equiv -C_r^s(t) \tag{5}$$

また，利用者の効用を準線形関数と仮定し，評価額 $v_r^{\alpha,s}$ と通行権価格の差 $P_r(t)$ を利用者の効用と定義する：

$$u_r^{\alpha,s}(t) \equiv v_r^{\alpha,s} - P_r(t) \tag{6}$$

利用者はこの効用を最大化する主体であり，このことは同時に利用者の費用最小化も意味している．

3. VCG メカニズム

(1) 組合せオークション

組合せオークションは，通常の単一財オークションを組合せ入札が可能となるよう拡張した枠組みである．この枠組みでは，様々な財の組合せが意味を成すような問題（*eg.* 経路が途切れるような通行権の組合せは意味がない）において，非常に有用である．

特に，VCG メカニズム[13)]をインプリメントするような組合せオークションは次の望ましい性質を持つことが知られている：a) 効率的な資源配分を達成できる，

b) 各利用者にとって，自分の選好を正直に表明することが支配戦略となる．性質 b) は，入札者が虚偽の選好表明を行うインセンティブが働かないことを意味し，$strategy-proof$ と呼ばれる性質である．

本稿では，VCG メカニズムをベンチマークとして，それと等価なオークション･メカニズムを構築する．従って，次節からは最も簡単なケースを考え，VCG メカニズムを適用しよう．

(2)　通行権市場の VCG メカニズム

a)　利用者の選好

利用者の希望到着時刻が同一の場合を考える．利用者は各時刻に終点到着時刻に到着する各経路（*ie.* リンクの組合せ）ごとに選好（*ie.* 入札）の表明を行う．入札額は式 (5) で定義された評価額そのものとする．これは,

$$v_r^\alpha(t) = -\left(w(s) + \gamma \sum_{ij\in L} t_{ij}\sigma_{ij,r}\right) \tag{7}$$

と与えられ，スケジュール・ディレイと各リンクの選好の線形和で表されていることがわかる．このような選好を“ 加法的な選好 ”という．

b)　割当決定問題

道路管理者は各利用者の入札に基づいて通行権の割当を行う．これが“ 割当決定問題 ”であり，次の最適化問題 [P] として定式化される：

$$V(A) \equiv \max_{\mathbf{y}}. \sum_{\alpha\in A}\sum_{t\in I}\sum_{r\in R} v_r^\alpha(t) y_r^\alpha(t) \tag{8}$$

subject to

$$\sum_{k\in NI(i)} y_{ki}^\alpha(t-t_{ki}) - \sum_{k\in NO(i)} y_{ik}^\alpha(t) = 1\delta_{id} \qquad \forall i, \forall t, \forall\alpha \tag{9}$$

$$\sum_{\alpha\in A} y_{ij}^\alpha(t) \le \mu_{ij} \qquad \forall ij, \forall t \tag{10}$$

$$y_{ij}^\alpha(t) = \sum_{r\in R} y_r^\alpha(t+T_{ij,r})\sigma_{ij,r} \qquad \forall ij, \forall t, \forall\alpha \tag{11}$$

$$y_r^\alpha(t) \in \{0,1\} \qquad \forall r, \forall t, \forall\alpha \tag{12}$$

ここで，$y_r^\alpha(t)$ は，利用者 α が経路 r を通って時刻 t に終点に到着する通行権の組合せが割当てられたとき 1，それ以外で 0 をとる離散変数である．δ_{id} は $i = d$ なら 1，そうでないなら 0 となる Kronecker のデルタ．また，$NO(i)$ はノード i から流出するリンクの下流側ノードの集合，$NI(i)$ はノード i に流入するリンクの上流側ノードの集合である．

割当決定問題 [P] は，利用者によって申告された通行権への入札額の総和を最大化しており，これは社会的余剰を最大化することを意味する．式 (9) は，各利用者が全時間帯を通じて 1 つの通行権のパッケージ（*ie.* 経路）を獲得することを意味する条件であり，また，経路が途中で途切れないことを保証する式でもある．また，式 (10) は各リンクでの容量制約である．

問題 [P] は，組合せ最適化問題であり，一般には解くことが困難な問題である．しかし，問題 [P] は次のように考えると容易に解けることがわかる．即ち，集計的な変数 $x_{ij}(t) = \sum_{\alpha\in A} y_{ij}^\alpha(t)$ を導入することで，問題 [P] を等価な最小費用流問題に帰着させる．この問題は制約条件の係数行列が *totally unimodular* の性質[14]を満たしているため，線形計画問題を解くのみで整数解を得ることができる．従って，等価な問題 [P] も整数制約 (12) を緩和した線形計画問題を解くことで整数解を求めることができる．

c)　Vikrey payments

各利用者が支払うことになる通行権価格は，Vickrey payments により計算される．Vickrey payments は VCG メカニズムの持つ“ $strategy-proof$ ”を保証する重要なメカニズムである．具体的には，Vickrey payments は自分が入札に参加することによって生じる他の参加者の社会的余剰の減少分と定義される：

$$p_{vcg}^\alpha \equiv V(A^{-\alpha}) - \left[V(A) - \sum_{t\in I}\sum_{r\in R} v_r^\alpha(t) y_r^\alpha(t)\right] \tag{13}$$

ここで，$A^{-\alpha}$ は，利用者 α を除いた利用者の集合を表している．式 (13) の右辺の第一項は利用者 α が入札に参加しなかったときの社会的余剰であり，第二項は現在の社会的余剰から利用者 α の余剰を除いた値である．この価格の下では，自分の虚偽の申告によって支払額を減少させることはできない．従って，利用者にとっては正直な選好を表明することが支配戦略となる（証明は Cramton et al.[13]を参照）．

Vickrey payments は，問題 [P] の双対問題の解である競争均衡価格を用いて計算することができる[15)16)]．より具体的には，次の双対問題 [D] を解くことで Vickrey payments が求まる：

$$\min_{\mathbf{p}}. \sum_{t\in I}\sum_{ij\in L} \mu_{ij} p_{ij}(t) \tag{14}$$

subject to

$$\pi^\alpha(t) \ge v_r^\alpha(t) - P_r(t) \qquad \forall r, \forall t, \forall\alpha \tag{15}$$

$$p_{ij}(t) \ge 0 \qquad \forall ij, \forall t \tag{16}$$

$$\sum_{t\in I}\sum_{ij\in L} \mu_{ij} p_{ij}(t) + \sum_{\alpha\in A} \pi^\alpha(t) = V(A) \tag{17}$$

ここで，$p_{ij}(t)$ は主問題 [P] の式 (10) に対応する双対変数であり，各リンクでの通行権価格と解釈することができる．また，π^α は終点ノードに関する式 (9) の双対変数であり，各利用者の純利得と解釈できる．

この問題は，競争均衡価格を最小化するような問題である．また，式 (17) の制約条件は，各利用者の純利

得を最大化する条件である．この問題の解を最小競争均衡と呼ぶことにする．最小競争均衡価格においては，利用者の純利得 π^{α} が限界生産物と一致し，最小競争均衡価格 $\mathbf{p}$ が Vickrey payments $\mathbf{p}_{vcg}$ に一致する．

(3)　希望到着時刻が分布する場合

ここまでの分析では，利用者の終点への希望到着時刻は唯一で共通と仮定し，通行権市場を設計した．その結果，容易に VCG メカニズムが適用できることがわかった．しかしながら，希望到着時刻が分布する場合には，VCG メカニズムを適用することは非常に難しくなる．このことを，以下では考えてみよう．

希望到着時刻が分布する場合，割当決定問題 [P'] は，問題 [P] の各変数を $y_r^{\alpha}(t) \to y_r^{\alpha,s}(t)$ と置き換えるのみでよい．従って，割当決定問題 [P'] は問題 [P] 同様，組合せ最適化問題となる．しかしながら，希望到着する場合には *totally unimodular* の性質が失われ，線形計画問題を解くだけでは，整数解を得ることはできない．

このことは，問題 [P'] を集計化することで容易に確認できる．即ち，希望到着時刻が分布する場合，個々の利用者で希望到着時刻が異なるため，希望到着時刻別にしか集計化できない．これは，集計化した問題がネットワークフロー問題における multi-commodity フロー問題になることを意味する．multi-commodity フロー問題は，*totally unimodular* の性質を満たさない問題であり，特に変数を整数値に制限した問題は“ NP 困難 ”問題として知られている[14)]．従って，仮に問題 [P'] に解が存在しても，現実的に解ける保証はない．

また，割当決定問題を厳密で解くのではなく，その近似解を活用することも考えられる．しかしながら，この場合はそのメカニズムがもはや $strategy-proof$ の性質を失っており[17)]，利用者は自分の効用を改善するために虚偽の申告をするインセンティブが生じる．

上述のように，ネットワーク通行権市場に VCG メカニズムを素朴に適用できるのは非常に限定的な状況であると言える．これに対して，次章では VCG メカニズムと等価な結果を実現するオークション・メカニズムを提案する．

4.　通行権市場のオークション・メカニズム

(1)　提案オークションの枠組み

まず，提案するオークション・メカニズムの枠組みを示す．提案オークションは，2 段階のオークションであり，財の組合せと割当を分離することが最大の特徴である．まず，第 1 段階では，道路管理者はオークションを行う前に，あらかじめ各“ 経路の容量 ”を設定する．利用者は，その経路に対して入札を行い，社会的余剰を最大化するように通行権の割当が決定する．

第 2 段階では，道路管理者は第 1 段階のオークションで引き出された“ 利用者の私的情報 ”を参照して，新たに“ 経路の容量 ”を設定する．その後，再び利用者が入札を行い，割当，及び，支払額が決定する．

提案オークション・メカニズムのエッセンスは次の通りである．前章までのオークションでは各リンクごとに容量が設定されていた．これは，各リンクの通行権が 1 つの財として販売することを意味すし，その供給パターンの組合せの複雑さが割当決定問題を解く事を困難とした．一方，提案するオークションでは経路ごとに通行権のパッケージが販売されており，経路を 1 つの財として扱っている．従って，供給パターンの単純になり，割当決定問題も容易に解くことができる．

上記の供給パターンの変化に伴って，利用者の選好も変化する．具体的は，利用者の選好が“ 加法的な選好 ”から“ unit-demand の選好 ”のに変化している．ここで，unit-demand の選好とは，各利用者が 1 つの財のみを購入することを意味した選好であり，オークション理論では様々な望ましい性質を持つことが知られている．

経路を 1 つの財として扱う際の問題は，その容量の設定である．リンクの容量は各リンクで独立しており把握することができるが，“ 経路の容量 ”は各リンクの容量を通して相互に依存しているため，容易に把握することはできない．従って，提案オークションでは，集計的な最小費用流問題を考え，社会的交通費用が最小となるような経路交通量パターンから近似的に経路の容量を設定する．しかしながら，道路管理者は，あらかじめ各利用者の私的情報（*eg.* 希望到着時刻）を把握することはできない．即ち，第 1 段階における経路容量の設定では，潜在的な需要を把握しておらず，誤った経路容量の設定によって利用者に不効用を与える恐れがある．そこで，提案オークションでは，2 段階のオークションを考え，第 1 段階のオークションでは私的情報を集め，第 2 段階のオークションでは，その情報を用いて容量を設定する．

(2)　容量設定問題

道路管理者は，まず，オークションの参加者数 Q の情報のみを用いて次の最小費用流問題 [C-1] を解く：

$$\min_{\mathbf{x}}. \sum_{t\in I}\sum_{r\in R} x_r(t) T_r \tag{18}$$

subject to

$$\sum_{t\in I}\sum_{r\in R} x_r(t) = Q \tag{19}$$

$$\sum_{r\in I} x_r(t)\sigma_{ij,r} \le \mu_{ij} \qquad \forall ij, \forall t \tag{20}$$

$$x_r(t) \ge 0 \qquad \forall r, \forall t \tag{21}$$

この問題 [C-1] は，前章で定式化した問題 [P] を集計化した問題である．即ち，各利用者の希望到着時刻は一定と想定した問題であると言える．問題 [C-1] は，*totally unimodular* の性質を満たしており，整数解を得

ることができる．問題 [C-1] の解 $\mathbf{x}^*$ を“ 経路の容量 ”と定義する：

$$\mu_r(t) \equiv x_r^*(t) \tag{22}$$

(3)　第 1 段階のオークション

道路管理者は，容量設定問題 [C-1] によって得られた経路を，経路容量分をオークションを通して販売する．利用者は販売されている経路に対して，式 (5) で定義された入札額を申告する．このとき，通行権の割当を決定する割当決定問題 [P-1] は次のように定式化される：

$$V(A) = \max_{\mathbf{y}}. \sum_{\alpha\in A}\sum_{t\in I}\sum_{r\in R} v_r^{\alpha,s}(t) y_r^{\alpha,s}(t) \tag{23}$$

subject to

$$\sum_{t\in I}\sum_{r\in R} y_r^{\alpha,s}(t) = 1 \qquad \forall\alpha \tag{24}$$

$$\sum_{\alpha\in A} y_r^{\alpha,s}(t) \le \mu_r(t) \qquad \forall r, \forall t \tag{25}$$

$$y_r^{\alpha,s}(t) \in \{0,1\} \qquad \forall r, \forall t, \forall\alpha \tag{26}$$

ここで，制約条件 (24) は各利用者が 1 つの経路の通行権パッケージを購入することを意味する式であり，式 (25) は“ 経路の容量 ”制約条件である．

この問題 [P-1] は，一般的な重み付けマッチング問題（割当問題）であり，制約条件式の係数行列が *totally unimodular* の性質を満たしていることが知られている[18]．従って，整数制約条件を取り除いた線形緩和問題を解くのみで，整数解を得ることができる．

第 1 段階のオークションは，上述の手順で各利用者へ仮の割当を行い終了する．また，各利用者の申告した入札額から，利用者全体の希望到着時刻分布を算出し，第 2 段階のオークションで用いる．

(4)　第 2 段階のオークション

道路管理者は，第 1 段階のオークションから得られた利用者の希望到着時刻分布を基に，再び経路の容量を設定する．経路の容量を設定する問題 [C-2] は，前章で記述した希望到着時刻が分布する場合の割当決定問題 [P’] を希望到着時刻ごとに集計化したものであり，次のように定式化される：

$$\min_{\mathbf{q},\mathbf{x}} \sum_{s\in S}\sum_{t\in I} q^s(t) w^s(t) + \gamma \sum_{t\in I}\sum_{r\in R} x_r(t) T_r \tag{27}$$

subject to

$$\sum_{t\in I} q^s(t) = Q(s) \qquad \forall s \tag{28}$$

$$x_{ij}(t) \le \mu_{ij} \qquad \forall ij, \forall t \tag{29}$$

$$x_{ij}(t) = \sum_{s\in S}\sum_{r\in R} x_r^s(t + T_{ij,r})\sigma_{ij,r} \qquad \forall ij, \forall t \tag{30}$$

$$q^s(t), x_r^s(t) \ge 0 \qquad \forall s, \forall r, \forall t \tag{31}$$

ここで，$q^s(t)$，$x_r(t)$ は各々次のように定義される変数である：

$$q^s(t) \equiv \sum_{\alpha\in A(s)}\sum_{r\in R} y_r^{\alpha,s}(t) \tag{32}$$

$$x_r^s(t) \equiv \sum_{\alpha\in A(s)} y_r^{\alpha,s}(t) \tag{33}$$

この問題 [C-2] は，multi-commodity フロー問題であり，整数解は求まらない．そこで，実数解の小数点以下の切捨てを行い経路容量を決定する：

$$\bar{\mu}_r(t) \equiv \sum_{s\in S} \lfloor x_r^{s*}(t) \rfloor \tag{34}$$

この経路容量の下，第 1 段階のオークションと同様のオークションを行う．割当決定問題 [P-2] と前節の割当決定問題 [P-1] の異なる点は，経路容量制約が $\mu_r(t) \to \bar{\mu}_r(t)$ に変更されていることのみである．また，[P-2] の目的関数値を $\bar{V}(A)$ とする．

最後に各利用者の支払うことになる通行権価格を導出しよう．これは，最小競争均衡価格を導くように定式化された問題 [P-2] の双対問題を解くことで得られる．この双対問題 [D-2] は次のように定式化される：

$$\min_{\mathbf{P}} \sum_{t\in I}\sum_{r\in R} \bar{\mu}_r(t) P_r(t) \tag{35}$$

subject to

$$\pi^\alpha(t) \ge v_r^\alpha(t) - P_r(t) \qquad \forall r, \forall t, \forall\alpha \tag{36}$$

$$P_r(t) \ge 0 \qquad \forall r, \forall t \tag{37}$$

$$\sum_{t\in I}\sum_{r\in R} \bar{\mu}_r(t) P_r(t) + \sum_{\alpha\in A} \pi^\alpha(t) = \bar{V}(A) \tag{38}$$

ここで求まる価格 $\mathbf{P}$ は，経路を表す通行権パッケージに対する価格であり，前章で求めたリンクごとの価格にはなっていないことには注意が必要である．

この価格は第 2 段階のオークションの Vickrey payments に一致し，$strategy-proof$ を満たす価格である．従って，第 2 段階のオークションにおいては，各利用者が虚偽の選好表明を行うインセンティブは働かない．

以上をまとめると，次のような命題が導ける（証明は紙面の制約上省略）：

命題 1　本稿で提案した通行権市場のオークション・メカニズムは，VCG メカニズムを適用した通行権市場と（ほぼ）等価な結果を導く．さらに，計算可能性を保証する現実的なメカニズムである．

命題 1 は，本章で示した第 2 段階のオークションと，第 3 章で示した希望到着時刻が分布する場合のオークションとの等価性を示している．このことを具体的に考えてみよう．第 3 章で示した割当決定問題 [P’] は集計化

すれば，問題 [C-2] の容量設定問題に整数制約を加えた問題である．従って，問題 [C-2] が整数解を持つとすれば完全に等価である．しかしながら，実際には [C-2] は整数解を持たないため，多少のずれが生じる（ほぼ等価である）．同様に，割当決定問題 [P-2] と [P'] も，容量決定の際に少数の切捨てを行ったためずれは生じるが，ほぼ等価であることがわかる．

(5) VCG メカニズムと提案メカニズムのトレード・オフ関係

本稿では，ネットワーク通行権取引市場をインプリメントするためのオークション・メカニズムを２つ示した．１つは既存の VCG メカニズムを適用したもので，２つ目は本稿で新たに提案したオークション・メカニズムである．VCG メカニズムが分権的なメカニズム，提案メカニズムが集権的なメカニズムと言える．即ち，前者についてはリンク毎に通行権市場が開かれているが，後者では中央集権的に１つの市場しか開かれていない状況を想定している．

この２つのメカニズムは，トレード･オフ関係にある．具体的には，分権的なメカニズムでは各オークションの規模は小さくなるが，解くことは難しくなる．一方，集権的なメカニズムはオークションの規模は大きくなるが，容易に解ける．このことは，利用者の通行権購入の観点からも言える．前者のメカニズムでは，利用者は自分の希望する経路に含まれる全てのリンク通行権の市場に入札しなければならないが，後者では，中央市場に入札するだけでよい．

5. おわりに

本稿では，単一 OD ペアを持つネットワークを対象に，ネットワーク通行権取引市場のオークション・メカニズムを提案した．より具体的には，VCG メカニズムを適用できる状況が非常に限定的なものであることを示し，この問題を解決するような２段階オークションを提案した．また，提案オークションが VCG メカニズムを素朴に適用した場合と（ほぼ）等価な結果を導くことを示した．

本稿は，第２段階のオークションに関して，$strategy-proof$ を満たしたメカニズムになっているが，第１段階のオークションに関しては満たされていない．従って，第１段階のオークションにおいては，利用者が虚偽の選好を行う可能性が残されている．そして，虚偽の選好の影響により第２段階のオークションにおける容量制約を誤って設定し，社会的余剰が減少することも考えられる．従って，第１段階のオークション・メカニズムを $strategy-proof$ を満たすように再構築が必要である．

また，本稿で示した２つのメカニズム（*ie.* VCG メカニズム，提案メカニズム）はトレード・オフ関係の両極にあるようなメカニズムであった．従って，より現実性を考えていく上でも，両者の望ましい性質を併せ持ったようなメカニズムが必要であると考える．１つの可能性としては，*iterative* オークションが考えられる（Cramton et al. (2006)[13]の Chapter 2 を参照）．このオークション・メカニズムは，利用者の選好表明の負担を軽減し，かつ，実行可能性も非常に高いメカニズムである．従って，このメカニズムを適用していくことも今後の課題である．

参考文献

1) McMillan, J.: *Reinventing the bazaar: A natural history of markets* ,W W Norton & Co Inc, 2003.
2) 赤松隆，佐藤慎太郎，Nguyen Xuan Long : 時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究，**土木学会論文集** *D*，Vol.62, pp.605-620, 2006.
3) 赤松隆 : 一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度，**土木学会論文集** *D*, Vol.63, pp.287-301, 2007.
4) 和田健太郎，赤松隆 : 単一ボトルネックにおける渋滞と混雑を解消する情報効率的メカニズムの設計，**土木学会論文集**，投稿中．
5) Kuwahara, M. and Akamatsu, T.: Dynamic equilibrium assignment with queues for a one-to-many OD pattern, *Transportation and Traffic Theory*, Vol.12, pp.185-204, 1993.
6) 赤松隆，桑原雅夫 : 渋滞ネットワークにおける動的利用者均衡配分，**土木学会論文集** IV-23, pp.21-30, 1994.
7) Cascetta, E.: *Transportation systems engineering theory and methods*, Kluwer Academic, 2001.
8) Daganzo, C. F.: The uniqueness of a time-depandent equilibrium distribution of arrivals at a single bottoleneck, *Transportation Science*, Vol.19, pp.29-37, 1985.
9) Newell, G. F.: The morning commute for non-identical travels, *Transportation Sceince*, Vol.21, pp.217-229, 1987.
10) 桑原雅夫 : 道路交通における出発時刻選択に関わる研究解説，**土木学会論文集**, IV-41, pp.73-84, 1998.
11) 井料隆雅，吉井稔雄，朝倉康夫 : 出発時刻選択問題の均衡状態に関する数理的分析, **土学会論文集**, IV-66, pp.105-118, 2005.
12) Smith, M. J.: A new dynamic traffic model and the existence and calculation of dynamic user equilibria on congested capacity-constrained road networks, *Transportation Research 27B*, pp.49-63, 1993.
13) Cramton, P., Shoham, Y., and Steinberg, R. : *Combinatorial auctions*, The MIT Press, 2006.
14) Ahuja, R. K., Magnanti, T. L. and Orin, J. B.: *Network flows theory, algorithms, and applications*, Pritice-Hall, 1993.
15) Leonard, H. B.: Elicitation of honest preferences for the assignment of individuals to position, *Journal of Political Economy*, Vol.91, pp.461-479, 1983.
16) Bikhchandani, S. and Ostroy, J. M.:The package assigment model, *Journal of Economic Theory*, Vol.107, pp.377-406, 2002.
17) Nisan, N. and Ronen, A.: Computationally feasible VCG mechanisms, *Journal of Artificial Intelligence Research*, Vol.29, pp.19-47, 2007.
18) Papadimitriou, C. H. and Steiglitz, K.: *Combinatorial optimization: algorithms and complexity*, Price-Hall, 1982.