

# 加速劣化ハザードモデルによるコンクリート中性化予測\*

Forecasting Concrete Neutralization Processes by Accelerated Deterioration Hazard Models\*

田中尚\*\*・安野貴人\*\*\*・貝戸清之\*\*\*\*・小林潔司\*\*\*\*\*

by Takashi TANAKA\*\*, Takato YASUNO\*\*\*, Kiyoyuki KAITO\*\*\*\* and Kiyoshi KOBAYASHI\*\*\*\*\*

## 1. はじめに

近年、浄水場施設の老朽化が進み、補修時期や更新時期の精査が大きな問題となっている。浄水場施設の劣化・損傷のモニタリングは、多大な費用と時間を要することから、構造物の劣化予測に必要な点検結果が十分に蓄積されていないのが実情である。しかし、近年のアセットマネジメントの重要性に対する認識の結果、限られた情報ではあるが、浄水場施設の劣化過程に関する点検データもいくつか利用可能になってきている。このような現実のデータを用いて、これまで実務において用いられてきた劣化予測式の現象再現性について実証的な検証を試みる事が可能となった。

本研究では、浄水場施設におけるコンクリート構造物の老朽化の主要な要因の1つである中性化過程に着目する。コンクリートの短・中期間を対象とした中性化予測では、中性化深さが経過年数の平方根に比例することが定説（以下、「ルートt則」と略す）であり、ルートt則を用いた中性化速度式を用いて構造物設計が実施されている。ルートt則は、定常状態における炭酸イオンのコンクリート内拡散現象に基づいて導出された力学モデルであり、実験室内での自然暴露試験や促進試験、あるいは短・中期的な現場観測の結果により、その妥当性が確認されてきた。しかし、アセットマネジメントの対象となる長期間を対象とした中性化過程に関しては十分な知見が蓄積されていないのが実情である。とりわけ、長期間を対象としたアセットマネジメントにおいて、ルートt則による劣化過程の表現が、ライフサイクル費用を算定する上で経験的妥当性を有しているかどうかを検討す

ることが必要である。

本研究では、現実に観測された中性化深さの測定データに基づいて、コンクリート構造物の中性化速度式を統計的に推計する方法を提案する。既往の中性化速度式は確定的モデルであり、現実のデータとの整合性に関して、厳密な統計解析を実施できないという問題がある。そこで、中性化速度式に対して、1) 加速度パラメータ値（ルートt則の場合、0.5となる）に関する制約を緩和する、2) 中性化過程に介在する個別的な環境要因を表現する確率誤差項を付加することにより、統計分析が可能な確率モデル（以下、加速劣化ハザードモデルと呼ぶ）として再定式化する。以上のように定式化した加速劣化ハザードモデルは、既往の中性化速度式を特殊ケースとして包含するような統計的劣化予測モデルであり、このモデルを推計することにより既往の中性化速度式の現象再現性に関して統計的解析を行うことが可能となる。

以上の問題意識の下、本研究では、浄水場施設におけるコンクリート構造物の中性化判定結果に基づいて、加速劣化ハザードモデルを推計するとともに、ルートt則による力学的劣化モデルの現象再現性について実証的に考察する。さらに、加速劣化ハザードモデルを用いた、余寿命の評価手法を提案する。以下、**2.**では、本研究の基本的な考え方を述べる。**3.**で加速劣化ハザードモデルと、それを用いた余寿命の推定方法について言及する。

## 2. 本研究の基本的な考え方

### (1) アセットマネジメントと劣化予測式

コンクリート構造物の維持補修計画を検討する場合、長期にわたる計画期間を対象として、ライフサイクル費用の最小化に資するような最適補修計画を立案することを目的とする。アセットマネジメントにおいて、ルートt則を用いた中性化速度式を用いた場合、ライフサイクル費用評価においていくつかの現実的な問題が発生する。ルートt則に基づいた中性化速度式は、ライフサイクルの後半において劣化速度が非常に緩慢になることを意味する。その結果、最適な更新間隔を算定しても、非現実的な結果が得られる場合も少なくない。ライフサイクル後半期において、定常状態における炭酸イオンの拡散現

\*キーワード：中性化、加速劣化ハザードモデル、ルートt則、浄水場施設、アセットマネジメント

\*\*正会員 大阪市水道局工務部計画担当  
(〒559-8558 大阪市住之江区南港北1-14-16WTCビル8F  
e-mail: tak-tanaka@suido.city.osaka.jp)

\*\*\*正会員 (株) ニュージェック  
(〒531-0074 大阪府大阪市北区本庄東2-3-20  
e-mail: yasunotk@newjec.co.jp)

\*\*\*\*正会員 大阪大学大学院工学研究科 特任講師  
(〒565-0871 吹田市山田丘2-1  
e-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp)

\*\*\*\*\*フェロー 京都大学経営管理大学院 教授  
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町  
e-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp)

象以外の原因により、中性化が進展している場合には、ルートt則に基づいた中性化予測を用いることにより対策時期の判断に重大な遅延をもたらす可能性がある。

既往研究では、数ヶ月から15年程度の短・中期を対象とした室内実験や現況調査により中性化速度式を検証しており、アセットマネジメントが対象とするような長期間を対象として中性化速度を検討した事例は、筆者らの知る限り存在しない。このため、実際の使用環境で、長期間供用しているコンクリート構造物の中性化過程に関しては、ほとんど情報が蓄積されていないのが実情である。対策時期に関する判断遅延リスクを避けるためには、現実のコンクリートの中性化過程に関する実データに基づいて、中性化速度式を推計するという方法が考えられる。本研究では、1. で言及したように、既往研究における中性化速度式に対して、1) 中性化方程式における加速度パラメータ値の制約を緩和する、2) 中性化過程に介在する個別的な環境要因を表現する確率誤差項を付加したような加速劣化ハザードモデルを提案する。加速劣化ハザードモデルの加速度パラメータを0.5に拘束したモデルは、ルートt則に基づく中性化速度式に確率誤差項を付加した力学モデルに相当する。したがって、加速劣化ハザードモデルを用いて、中性化速度式におけるルートt則に関する統計的検定を行うことが可能となる。

当然のことながら、本研究で提案する加速劣化ハザードモデルは、確率誤差項の確率分布として、パラメトリックな確率分布関数を想定しており、仮説検定の結果が確率誤差項分布に関する特定化誤差の影響を受けている可能性がある。このため、加速劣化ハザードモデルを用いた仮説検定が棄却されたからといって、直ちに中性化に関わるルートt則の妥当性が否定されるわけではない。しかし、今後、検査サンプルを蓄積することにより、ルートt則の経験的有効性に関する経験的研究を積み重ねることが重要である。

## (2) ベースラインモデルと比例性

目視点検の結果に基づいて、構造物の劣化過程を予測する統計的劣化予測モデルに関しては、多くの研究が蓄積されている。しかし、統計的劣化モデルを推定するためには、一定量のデータの蓄積が必要である。たとえば、津田らはマルコフ劣化モデルを安定的に推計するためには、2000個程度の点検データが必要となるとしている。統計的予測モデルは、劣化過程のベンチマークとなる力学モデルを内包していないため、劣化過程を安定的に表現するために、大量のデータが必要となる。これに対して、力学的劣化モデルは、劣化過程を直接モデル化しているため、(モデル化が正しい限り) より少ないデータを用いて劣化予測を行うことが可能となる。しかし、現実の劣化過程には多様な要因が介在するため、単一の力学

モデルを用いて劣化過程を表現するには限界がある。このため、限られたデータを用いて力学モデルを統計的に推計しようとするハイブリッド型劣化予測モデルも提案されている。

本研究では、比例ハザードモデルを用いたハイブリッド型劣化予測モデルを提案する。比例ハザードモデルは、ベースラインの寿命関数(ベースラインモデル)を特定化し、定数やハザード形状パラメータを最尤法により推定する手法である。比例ハザードモデルは、構造物による劣化速度の異質性を表現するが、構造物ごとに定義された損傷発生ハザード関数が交差しないことを仮定する。ルートt則を用いた中性化速度式も、このような比例性を満足している。すなわち、ベースラインモデルとしてパラメトリックな関数  $x = \sqrt{t}$  を用いるとともに、構造物ごとの中性化速度の異質性を中性化速度係数により表現している。比例ハザードモデルは、このようにベースラインモデルを特定化することにより、パラメータ空間が相対的に絞られるため、限定されたデータによっても推定できる点に利点がある。

本研究で提案する加速劣化ハザードモデルは、比例ハザードモデルの性質を満足している。その際、ベースラインモデルとして、加速度方程式(ベースライン劣化速度式)  $x = t^{1/\alpha}$  を採用する。ここに、 $x$  は中性化深さであり、経過時間  $t$  の関数として表現される。 $\alpha$  は加速度パラメータであり、ルートt則に基づく中性化速度式は、加速度パラメータを  $\alpha = 2$  に設定した加速度方程式を採用していることに他ならない。さらに、加速劣化ハザードモデルは、ベースラインの中性化速度式として加速度方程式を採用し、中性化係数に確率誤差項を導入することにより、個別構造物の中性化速度の異質性を表現しようとする点に特徴がある。

## 3. 加速劣化ハザードモデル

### (1) 劣化ハザードモデル

いま、対象とするコンクリート構造物群が、 $n$  個の部材で構成されていると考える。対象とする部材  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) の前回の更新時点からの経過年数を  $t_i$ 、コンクリート部材の中性化深さを  $x_i$  (mm) と表す。中性化の進行プロセスを

$$x_i = \exp\left(\frac{B_i}{\alpha}\right) t_i^{1/\alpha} \quad (1a)$$

$$B_i = -\boldsymbol{\theta}' \mathbf{z}_i - \sigma w_i \quad (1b) \\ (i = 1, \dots, n)$$

と定式化する。ここで、 $\alpha (> 0)$  は加速度パラメータ、 $B_i$  は、個々のコンクリート部材の使用環境の異質性を反映する係数(中性化係数と呼ぶ)であり、加速要因と誤差項の和で構成される。ただし、 $\mathbf{z}_i = (z_i^1, \dots, z_i^M)$  は部

材*i*の劣化・損傷の共変量ベクトル,  $\boldsymbol{\theta} = (\theta_1, \dots, \theta_M)$  は寿命に関するパラメータベクトル,  $w_i$ は部材*i*に固有な劣化要因を表す確率誤差項,  $\sigma$ は偏差パラメータを表す. ここで,  $\alpha = 2$ を仮定すれば

$$x_i = \exp\left(\frac{B_i}{2}\right) t_i^{1/2} \quad (2)$$

を得る. 式(2)は中性化深さが経過年数の平方根に比例する既往の中性化速度式に他ならない. すなわち, 式(2)は, 既往の中性化速度式を特殊ケースとして内包するモデルとなっている. 右辺の中性化係数  $B_i$ は, 個々のコンクリート構造物の中性化速度が, 使用環境特性  $\mathbf{z}_i$ と誤差項  $w_i$ に応じて異質であることを表現している.

加速劣化ハザードモデルでは, 劣化状態がある管理水準に到達するまでの経過年数(寿命)の対数値を, 劣化・損傷の共変量  $\boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i$ と誤差項  $\sigma w_i$ の線形和として表現する. 式(1a)の両辺の対数をとれば, 加速度劣化ハザードモデル

$$y_i = \ln t_i = \alpha \ln x_i + \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i + \sigma w_i \quad (i = 1, \dots, n) \quad (3)$$

を得る. ここで, 確率変動項  $w_i$ が確率密度関数

$$f_w(w_i) = \exp\{w_i - \exp(w_i)\} \quad (4)$$

で表現される極値分布に従うと仮定する. 式(3)を

$$w_i = \frac{y_i - \alpha \ln x_i - \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i}{\sigma} \quad (i = 1, \dots, n) \quad (5)$$

と書き直し, 確率密度関数(4)の変数変換を行う. その結果, 部材*i*が使用環境  $\mathbf{z}_i$ において中性化深さが管理水準  $x_i$ に到達するまでの所要時間(寿命)の条件付分布を表す確率密度関数は,

$$\begin{aligned} f_y(y_i|x_i, \mathbf{z}_i) &= f_w\left(\frac{y_i - \alpha \ln x_i - \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i}{\sigma}\right) \frac{1}{\sigma} \\ &= \exp\left\{-\exp\left(\frac{y_i - \alpha \ln x_i - \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i}{\sigma}\right) + \frac{y_i - \alpha \ln x_i - \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i}{\sigma}\right\} \frac{1}{\sigma} \end{aligned} \quad (6)$$

と表すことができる. 一方, 確率密度関数(4)より, 生存関数は

$$\begin{aligned} S_w(w_i) &= 1 - \int_0^{w_i} f_w(w) dw \\ &= \exp\{-\exp(w_i)\} \end{aligned} \quad (7)$$

と表現される. 部材*i*が使用環境  $\mathbf{z}_i$ において対数時間  $y_i$ が経過した時点で, 中性化深さが管理水準  $x_i$ まで到達していない確率は, 生存関数

$$\begin{aligned} S_y(y_i|x_i, \mathbf{z}_i) &= S_w\left(\frac{y_i - \alpha \ln x_i - \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i}{\sigma}\right) \\ &= \exp\left\{-\exp\left(\frac{y_i - \alpha \ln x_i - \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i}{\sigma}\right)\right\} \end{aligned} \quad (8)$$

を用いて表現できる. 式(8)を

$$S_y(y_i|x_i, \mathbf{z}_i) = \exp\{-\lambda_i(x_i, \mathbf{z}_i) \exp(\beta y_i)\} \quad (9a)$$

$$\lambda_i(x_i, \mathbf{z}_i) = \exp\{\beta(-\alpha \ln x_i - \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i)\} \quad (9b)$$

と書き換える. さらに, 変数変換  $t_i = \exp(y_i)$ により経過年数  $t_i$ に関する生存関数は,

$$S_t(t_i|x_i, \mathbf{z}_i) = \exp\{-\lambda_i(x_i, \mathbf{z}_i) t_i^\beta\} \quad (10)$$

となる. 式(10)は, ワイブル劣化ハザードモデルの生存関数<sup>1)</sup>に他ならない. ただし, 通常のワイブル劣化ハザードモデルは, 対象とする構造物の寿命が確率分布すると仮定しているのに対して, 加速劣化ハザードモデルを用いて導出されたワイブル劣化ハザードモデルでは, 個別部材の中性化速度係数の異質性が寿命分布の原因となっていることに留意する必要がある. ハザード関数  $h_y(y_i|x_i, \mathbf{z}_i)$ は

$$h_y(y_i|x_i, \mathbf{z}_i) = \lambda_i(x_i, \mathbf{z}_i) \beta t_i^{\beta-1} \quad (11)$$

と表される.

## (2) ハザード関数の推定

コンクリート構造物の中性化過程に関するサンプルの利用可能性により, ハザード関数の推計方法が異なる. 本研究では, 以下の2つの異なったタイプのサンプルが入手可能な場合を考える. すなわち, 1) 経過時間  $y_i$ と中性化深さ  $x_i$ に関する情報が獲得可能な場合(タイプ1), 2) 中性化深さが管理水準  $x_i$ に到達したかどうかを表すデータのみが入手可能な場合(タイプ2)という2種類の場合を考える.

### a) タイプ1の場合

本研究の適用事例では, 浄水施設の更新時に, コンクリート版から無作為にサンプルコアを抽出し, 各サンプルの中性化深さを実測している. 経過年数の異なる施設からサンプルを抽出しており, 各サンプルの情報を  $\boldsymbol{\xi}_i$  ( $i = 1, \dots, n$ )を  $\boldsymbol{\xi}_i = (x_i, y_i, \mathbf{z}_i)$ と表すことができる. ただし,  $\mathbf{z}_i = (z_i^1, \dots, z_i^M)$ はサンプル*i*の使用環境を表すベクトルであり,  $z_i^m$  ( $m = 1, \dots, M$ )はサンプル*i*の*m*番目の使用環境特性を表している. サンプル  $\boldsymbol{\xi}_i$ が観測される尤度  $\mathcal{L}_i$ は

$$\mathcal{L}_i = f_w\left(\frac{y_i - \alpha \ln x_i - \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i}{\sigma}\right) \frac{1}{\sigma} \quad (12)$$

と表すことができる. ここで, 浄水場施設の布設年次は同一であるとは限らず, 異なる場合を含む. 浄水場施設は, 構造物の諸元や環境条件が均質でない場合が多い. 対象とする単位の浄水場施設は, それらの劣化・損傷に関して相互に独立であると仮定できる. したがって, すべてのサンプル  $\boldsymbol{\xi} = \{\boldsymbol{\xi}_i (i = 1, \dots, n)\}$ を与件とした対数尤度関数は

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L}(\alpha, \boldsymbol{\theta}, \sigma) &= \sum_{i=1}^n \left\{ -\exp\left(\frac{y_i - \alpha \ln x_i - \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i}{\sigma}\right) + \left(\frac{y_i - \alpha \ln x_i - \boldsymbol{\theta}'\mathbf{z}_i}{\sigma}\right) \right\} - n \ln \sigma \end{aligned} \quad (13)$$

と表される.

### b) タイプ2の場合

タイプ1のデータは, 加速劣化ハザードモデルの説明変数に関する情報が直接観測可能である場合を想定している. このようなデータは, 適用事例のように施設更新

が実施された機会等を利用して、コンクリートのコアサンプルを抽出することが必要となる。しかし、現在使用中の浄水施設に対して、このようなコアサンプルを把握することは容易ではない。コンクリート版の目視点検の結果のみが利用可能である場合が少なくない。いま、目視点検で、中性化により構造物が限界状態に達成しているかどうかを判定することができる場合を考える。さらに、非破壊試験等により、コンクリートの鉄筋かぶり厚  $x_i$  が測定できると考える。目視点検で、構造物に中性化による損傷・損壊が発見された場合、中性化深さが少なくともかぶり深さ  $x_i$  に到達していると考えよう。この場合、目視点検のサンプルが有する情報は  $\xi_i = (\delta_i, y_i, z_i)$  として整理できる。ただし、 $\delta_i$  はダミー変数であり、

$$\delta_i = \begin{cases} 1 & \text{管理水準を満足しない場合} \\ 0 & \text{満足する場合} \end{cases} \quad (14)$$

と定義する。すなわち、 $\delta_i = 1$  ならば、構造物  $i$  に中性化による損傷・損壊が発生し、中性化が鉄筋の位置まで進行していることを意味している。 $\delta_i = 1$  が生起する確率は、寿命関数

$$F_y(y_i|x_i, z_i) = 1 - S_y(y_i|x_i, z_i) = 1 - \exp\{-\lambda_i(x_i, z_i) \exp(\beta y_i)\} \quad (15)$$

を用いて表現される。一方、 $\delta_i = 0$  ならば、管理水準を満足しており、その確率は生存確率(9b)を用いて表現される。浄水場施設をある経過年数  $y_i = \ln t_i$  に点検すると、すでにある限界状態に到達しているか、あるいは未到達であるかのいずれかの状態が観測される。したがって、尤度関数は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\alpha, \theta, \sigma) &= \prod_{i=1}^n \{F_y(y_i|x_i, z_i)\}^{\delta_i} \{S_y(y_i|x_i, z_i)\}^{1-\delta_i} \\ &= \prod_{i=1}^n \left\{ 1 - S_w \left( \frac{y_i - \alpha \ln x_i - \theta' z_i}{\sigma} \right) \right\}^{\delta_i} \\ &\quad \left\{ S_w \left( \frac{y_i - \alpha \ln x_i - \theta' z_i}{\sigma} \right) \right\}^{1-\delta_i} \end{aligned} \quad (16)$$

さらに、対数尤度関数は次式で表される。

$$\begin{aligned} \ln \mathcal{L} &= \sum_{i=1}^n \delta_i \{1 - \exp(A_i)\} \\ &\quad + \sum_{i=1}^n (1 - \delta_i) \{-\exp(A_i)\} \end{aligned} \quad (17)$$

ここで、 $A_i = -\exp\{(y_i - \alpha \ln x_i - \theta' z_i)/\sigma\}$  である。対数尤度関数の1階条件は解析的に解けないため、数値計算により、定数と加速パラメータを推定する必要がある。ニュートン法の汎用アルゴリズムが確立されており、対数尤度関数を最大にするパラメータを探索することが可能である<sup>2)</sup>。

### (3) ルート t 則の統計的検定

ルート t 則を用いた中性化速度式は、加速劣化ハザードモデルの加速度パラメータを  $\alpha = 2$  に設定した特殊ケースに相当する。そこで、2種類の加速劣化ハザード

モデル

$$y_i = \alpha_1 \ln x_i + \theta_1' z_i + \sigma_1 w_i \quad (18a)$$

$$y_i = 2 \ln x_i + \theta_2' z_i + \sigma_2 w_i \quad (18b)$$

を考える。さらに、これら2種類の加速劣化ハザードモデル(18a),(18b)のパラメータの最尤推定量を、それぞれ  $(\hat{\alpha}_1, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma}_1)$ ,  $(2, \hat{\theta}_2, \hat{\sigma}_2)$  と表す。ルート t 則に関する仮説検定モデルは、

$$\begin{cases} H_0 & \hat{\alpha}_1 = 2 \\ H_1 & \hat{\alpha}_1 \neq 2 \end{cases} \quad (19)$$

と定式化できる。すなわち、帰無仮説  $H_0$  を対立仮説  $H_1$  に対して検定する問題を考える。ここで、尤度比検定法を用いれば、仮説検定統計量  $\xi$  は

$$\xi = 2\{\mathcal{L}(\hat{\alpha}_1, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma}_1) - \mathcal{L}(2, \hat{\theta}_2, \hat{\sigma}_2)\} \quad (20)$$

と定式化される。ただし、 $\mathcal{L}(\hat{\alpha}_1, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma}_1)$ ,  $\mathcal{L}(2, \hat{\theta}_2, \hat{\sigma}_2)$  は、それぞれ最尤推定量  $(\hat{\alpha}_1, \hat{\theta}_1, \hat{\sigma}_1)$ ,  $(2, \hat{\theta}_2, \hat{\sigma}_2)$  に対して定義される尤度である。この時、検定統計量  $\xi$  が棄却域  $\xi \geq \chi_{(100-\alpha)}^2(\gamma)$  に入れば有意水準  $\alpha\%$  で帰無仮説  $H_0$  を棄却できる。ここに、 $\chi_{(100-\alpha)}^2(\gamma)$  は、自由度  $\gamma = M + 2$  の  $\chi^2$  分布における有意水準  $\alpha\%$  の臨界値を表す。

## 4. おわりに

本研究では、浄水場施設において点検・モニタリングデータが限定される状況を前提とし、限られた損傷データを用いても安定的なパラメータを推定可能な余寿命の推定手法を提案した。具体的に、まず、経年変化によっても損傷発生ハザードが逆転しないことを仮定した比例ハザードモデルであり、なおかつ回帰モデルでもある加速劣化ハザード回帰モデルを提案した。本手法は、コンクリート構造物を対象に応用したが、浄水場施設が抱える点検・モニタリングのデータが限定される状況下で有用であると考えられる。土木構造物の維持管理において、点検・モニタリングを通じ、状態監視することが原点である。しかし、点検の費用と労力が膨大となるため、点検データが限定されることが多い。コア採取など乱用し構造物に傷を残すことになれば本末転倒である。本手法は点検データが限定される状況においても頑健的に劣化曲線を得られる点の特徴である。なお、本稿においては紙面の都合上、実証分析は割愛した。研究発表会当日には、国内の浄水場施設における中性化深さの損傷を対象にした実証分析結果を報告するとともに、リスクマネジメント指標を提案する予定である。

### 参考文献

- 1) 青木一也, 山本浩司: 劣化予測のためのハザードモデルの推計, 土木学会論文集, No.791/VI-67, pp.111-124, 2005.
- 2) Lee, E.T. and Wang, J.W.: *Statistical Methods for Survival Data Analysis*, John Wiley & Sons, 2003.