交通ネットワークによる空間従属性への影響を考慮したKrigingによる空間内挿*

Spatial prediction by kriging considering spatial dependence through transportation network*

村上大輔**・堤盛人***

By Daisuke MURAKAMI** and Morito TSUTSUMI***

１．背景と目的

空間統計学では、Kriging という空間内挿手法が体系化されている。Kriging とは、共分散を距離の関数(共分散関数)と置くことにより、空間データ相互の依存関係(空間従属性)を考慮する内挿手法である。共分散関数は通常、ユークリッド距離の関数で与えられる。しかし、都市を構成する要素の一つである交通は様々な活動に影響を及ぼし、都市空間内における空間従属性に対しても大きな影響を与えると考えられる。通常の Kriging の適用にあたっては、このような交通ネットワークの影響の一部は説明変数によって考慮されていると考えられるが、考慮しきれない部分も大きいと考えられる。そこで本研究では、ユークリッド距離と最短経路距離を統合した新たな距離の測度を用いてネットワークの影響を考慮した共分散関数を作成し、従来の Kriging の理論と整合する形で２次元ユークリッド空間での内挿を行う方法について議論する。

２．本研究で対象とするネットワーク

ネットワークにはいくつかの定義が存在するが、本研究では、林(1998)による「ヒト・モノ・エネルギーまたは情報を運ぶために形成され、階層構造を持ち、場所の制約を伴う物理的媒体」という定義を採用する。ネットワークを通し運ばれる人または物の流れ(flow)の影響により、ネットワークの存在する２次元ユークリッド空間上に発生する空間従属性を、以下で提案する共分散関数により表現する。

ネットワークはグラフにより表現される。グラフとは、有限個の頂点（ノード）と異なるノード２点を対とする有限個の辺（リンク）の集合である。リンクとは物体の流れる経路であり、ノードはリンクの結節点または端点である。本研究では、グラフのうちの連結グラフ、すなわちグラフ上の全ノードが複数のリンクによりつながったグラフにより表現されるネットワークを対象とする。

３．空間統計学的手法：Kriging

Kriging は(1)式のような構造をしている。

$$z(s_i) = \mu(s_i) + \varepsilon(s_i) \qquad \varepsilon(s_i) \sim N(0, C(d)) \tag{1}$$

$\mathbf{s}_i = [x_i, y_j]'$:地点 i 　$z(s_i)$:被説明変数　$\mu(s_i)$:トレンド項
$\varepsilon(s_i)$:局所的変動成分　d :距離　$C(d)$:共分散関数

(1)式では、トレンド項で説明できない局所的変動成分の共分散を距離 d の関数(共分散関数)とすることにより、データ相互の空間従属性を表現する。共分散関数の例としては次式で示される指数型共分散関数(2)などがある。

$$C(d) = \begin{cases} \tau^2 + \sigma^2 & if \quad d = 0 \\ \sigma^2 \exp\left(-\dfrac{d}{r}\right) & if \quad d > 0 \end{cases} \tag{2}$$

τ^2, σ^2, r ：パラメータ

共分散とそれで用いられる距離は、それぞれ以下のような距離の条件（公理）、共分散の条件を満たす必要がある。

a)距離の条件（公理）

$$\begin{aligned} &d(s_i, s_i) = 0 \\ &d(s_i, s_j) = d(s_j, s_i) \\ &d(s_i, s_j) \le d(s_i, s_k) + d(s_k, s_j) \quad \text{（三角不等式）} \end{aligned} \tag{3}$$

b)共分散の条件

$$\begin{aligned} &Cov(s_i, s_i) \ge 0 \\ &Cov(s_i, s_j) = Cov(s_j, s_i) \\ &\sum_{i,j=0}^{n} a_i a_j Cov(s_i, s_j) \ge 0 \quad \text{（正定値性）} \\ &a_i \text{ ：定数} \end{aligned} \tag{4}$$

以下、ネットワークを考慮した Kriging 内挿に関する既往研究を踏まえた上で、距離の公理に従うユークリッド・最短経路統合距離を提示し、その距離を用いた共分散が正定値性の条件を満たすことをシミュレーション実験により確認する。その後、実際のデータに適用し、本共分散関数を用いた Kriging 内挿の予測精度について議論する。

４．ネットワーク距離を考慮した空間統計学的研究

本章では、ネットワーク距離を用いた共分散関数の正定値性について議論している既往研究を整理する。Curriero (2005)は、格子状ネットワークにおける共分散関数を、南北方向のユークリッド距離に基づく指数型共分散関数と、東西方向のユークリッド距離に基づく指数型共分散関数の積として与える方法を提案している。指数型関数の積として求められた、いわゆる Separable 型共分散関数は、正定値性を満たすことが

---

*キーワーズ：クリギング、ネットワーク、非ユークリッド
**　学生会員　筑波大学大学院　システム情報工学研究科
***正会員　博(工)　筑波大学大学院　システム情報工学研究科
（つくば市天王台１−１−１　tsutsumi@sk.tsukuba.ac.jp）

知られている（Cressie (1993)）。この方法は実ネットワークにも応用可能であり、例えば、駅をノードとみた鉄道ネットワークにおいて、ノード間の南北・東西距離を元にこのような関数を構築することが考えられる。しかしながら、この方法を用いた場合、鉄道のリンクの長さが同じでも、方向によって共分散が異なるという問題が発生する。

一方、実在の道路ネットワーク上の最短経路距離を指数型共分散関数に用いた研究である Xiaokun(2009)では、道路ネットワークで指数型共分散関数を用いる根拠として、ツリー上では指数型共分散関数は正定値性を満たすという水文学における知見を用いている。実際、水文学においては、最短経路距離による共分散関数を用いた研究が盛んである。そのような研究の多くは河川にツリーを想定している。ツリーとはグラフ上を一筆書きで同一地点に戻ってくることができるグラフ構造(閉路)が存在しない図2のようなグラフである。

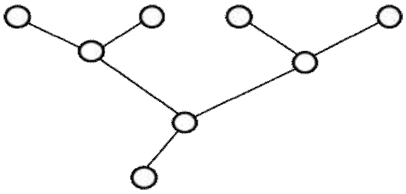


図2：ツリーの例

Ver Hoef et al.(2006)によると、ツリー上の最短経路距離に指数型共分散関数を用いることにより、正定値である共分散を得ることができる（球型モデル(Cressie(1993))など、一般に用いられる他の共分散関数ではこのことは成り立たない）。

本研究では、拡張最短経路木（奥貫(2008)）への変換により、ツリー以外の構造をしたネットワークに対しても、ツリーと同様に、指数型共分散関数により正定値を満足する共分散が得られることを示すことができると考えた。

拡張最短経路木とは、ネットワークの構造を、ネットワーク上のある一点を基点とし、そこからネットワーク上の任意地点までの最短経路に基づきツリーに変換したものである。例えば図 3（左)のようなネットワーク上の点s_aについての拡張最短経路木は図3(右）である。図3（右）はツリーであるため、基点s_aからツリー上の任意値点s_iの間の最短経路距離は、ツリー上の距離として与えられる。また、ネットワーク上のどの地点を基点としてもツリーを作成することができる。そのため、ネットワーク上の任意の2点間の距離をツリー上の最短経路距離として与えることができる。本研究で対象とするツリー以外の構造のネットワークを対象とした場合にも、指数型共分散関数により正定値である共分散を得ることができる。

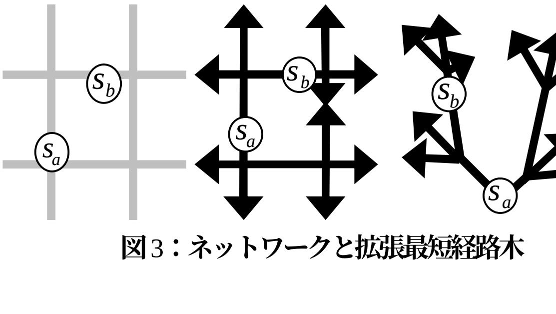


図3：ネットワークと拡張最短経路木

ネットワークによるユークリッド空間上の空間従属性への影響に着目した研究として Krivoruchko and Gribov(2004)では、ユークリッド空間上の任意地点にネットワークからの距離に応じて属性を与え、その属性の差を距離として与えることによりネットワークの存在を考慮した大気汚染物質の濃度の内挿を行っている。しかしながら、鉄道のような、駅（ノード）のみでユークリッド空間との flow の行き来が行われるようなネットワークを想定した場合、任意点からネットワークまでの距離よりはむしろ、任意点からノードまでの距離が重要であろう。

したがって本研究では、ノードを母点として、ユークリッド空間をボロノイ分割し、ユークリッド空間上の任意地点i, jにおけるデータ間の空間従属性を、地点iから、iが属するボロノイ領域までの距離と、iが属するボロノイ領域からjが属するボロノイ領域までの距離と、jが属するボロノイ領域から地点jまでの距離の和として定義する（図4）。距離の具体的な与え方については、５章で述べる。

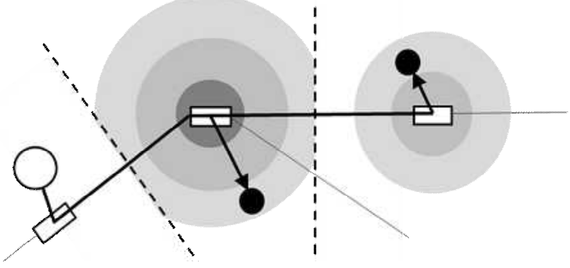


図4：ネットワークを介した空間従属性の広がり

５．最短経路を考慮した共分散関数の提案

図4に示すような経路距離の関数として共分散関数を定式化する。その際、以下のような課題の検討が必要となる。

(1)経路の性質による空間従属性の伝導性の違いを考慮しなければならない

(2)距離関数の三角不等式を満たさなくてはならない

(3)共分散の正定値性を満たさなくてはならない

以下では(1)(2)(3)の順に各課題の説明と、解決のための方策を提示する。

(1) 空間従属性の伝導性の違い

空間従属性の伝わりやすさは、経路の性質（例えば、幹線か支線か）により異なると考えられる。本研究では、2点間の最短経路距離が、図4に示すようにネットワーク内の距離とネットワーク外の距離の2つの異質な経路の和により定義することにより、それらの空間従属性の違いを考慮する。具体的には、図4のように、ネットワークを介した影響は、ネットワーク外へは、ネットワーク上の各ノードから放射状に広がると仮定し、ノードから見て放射方向と同心円方向の両方向への空間従属性の強さは異なると考える。そのために、「d_{link} ：ネットワーク内の最短経路距離」「d_{node1} ：ノードから放射方向への距離」「$d_{node\,2}$ ：ノードから同心円方向への距離」の各距離を、空間従属性の大きさを表すパラメータで重み付けする。そして、同一のボロノイ領域に属する2点

間の距離をd_{node1}、d_{node2}による重み付け距離、異なるボロノイ領域に属する2点間の距離をd_{link}、d_{node1}による重み付け距離でそれぞれ与えることとする（図5）。

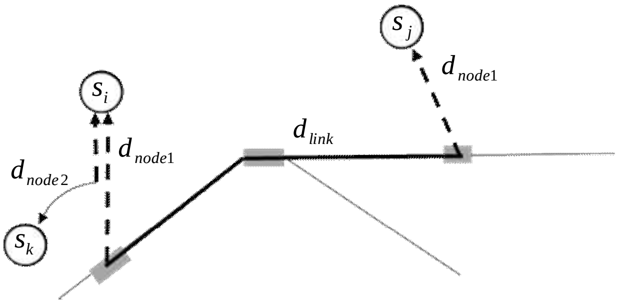


図5：最短経路の与え方

d_{node1}とd_{node2}は、ノードを中心とした放射状リンクと同心円状リンクを十分に高密に配置した仮想ネットワークをユークリッド空間上に仮定し、そのネットワーク上の経路距離として与える。具体的には、d_{node1}は2点間のノードまでの距離の差、d_{node2}はノードを中心とした正円の一部である孤の長さである(図6)。

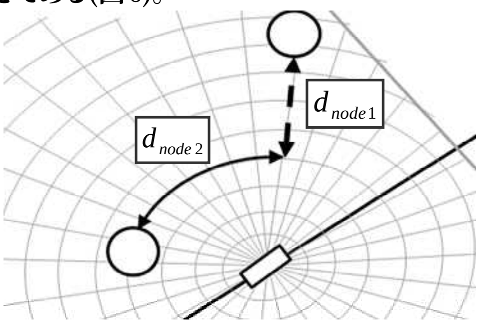


図6：擬似ネットワーク上の距離

3つの距離により、各距離成分の空間従属性の強さを考慮した重み付け最短経路距離を(5)式で与える。

$$d^*_{net} = \frac{d_{link}}{r_{link}} + \frac{d_{node1}}{r_{node1}} + \frac{d_{node2}}{r_{node2}} \quad (5)$$

$r_{link}, r_{node1}, r_{node2}$：パラメータ

（2）距離の三角不等式

本研究では、放射、同心円の各方向のリンクに空間従属性の強さによる重み付けがされた仮想ネットワーク上での2点i、j間の重み付け経路距離は(6)式で与えられる（図7中実線矢印）。

$$d_{node}(s_i, s_j) = \frac{d_{node1}(s_i, s_j)}{r_{node1}} + \frac{d_{node2}(s_i, s_j)}{r_{node2}} \quad (6)$$

ここで、ノードに限りなく近い地点kの存在を仮定すると、i、k間の重み付け経路距離と、k、j間の重み付け経路距離の和は、(7)式で与えられる(図7中破線矢印)。

$$d_{node}(s_i, s_k) + d_{node}(s_k, s_j) = \frac{d_{node1}(s_i, s_k)}{r_{node1}} + \frac{d_{node1}(s_k, s_j)}{r_{node1}} \quad (7)$$

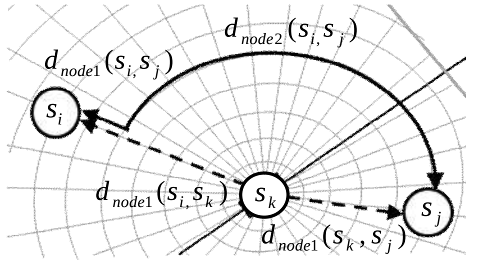


図7：擬似ネットワーク上の最短経路のパターン

そのため、仮想ネットワーク上で重み付け経路距離により与えられる距離が三角不等式を満足するためには、

$$d_{node}(s_i, s_j) \le d_{node}(s_i, s_k) + d_{node}(s_k, s_j) \quad (8)$$

が成立していなくてはならない。(8)式に(6)式と(7)式を代入することにより、

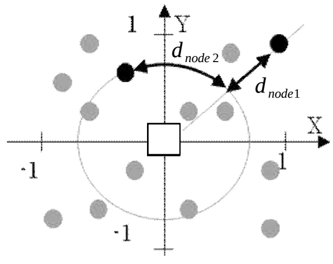
$$r_{node1} \le (\pi/2) r_{node2} \quad (9)$$

という制約が導かれる。この制約が満たされるならば、三角不等式は満足される。

（3）擬似ネットワーク上での共分散の正定値性

仮想ネットワークも図3のようにツリーに変換することができるため、指数型共分散関数の適用が可能であると考えられるが、本研究では独自の距離を定義しているため、正定値性を満足するかどうかは明らかではない。そこで、共分散関数により得られる共分散が本当に正定値性を満足するかを、以下のようなシミュレーションにより確認する。

まず(X,Y)=(0,0)に中心ノードを配置、X[-1,1]、Y[-1,1]の範囲に均一分散の乱数に基づいて地点を100点発生させる。次に、地点間の仮想ネットワークを想定した重み付け距離(6)式を算出する。具体的には、r_{node2}の値を[0.01,3]の範囲、r_{node1}の値を、制約(9)に従い、 [0.01,1.91]の範囲でそれぞれ動かしながら重み付け距離(6)式を指数型共分散関数に代入することにより、得られる各共分散の正定値性を逐一判定する。これを100回繰り返し、正定値性がどの程度保障されるかについて検討した。



(1)ノード周辺に地点配置
(2)2点間の距離成分d_{node1}、d_{node2}算出
(3)重み付け最短経路距離(7)式算出
(4)共分散算出、正定値性検証
(5)(7)式のパラメータ値を変化させる
(6)以降(4)、(5)の繰り返し

図8：シミュレーションの概要

その結果、今回シミュレーション実験を通して正定値性の仮定が満足されなくなることはなかった。本研究で定義した距離に従い指数型共分散関数を用いた場合に正定値性が必ず満足されるのかどうかについては引き続き検討が必要であるが、シミュレーション結果から、実用上はほとんど問題ないと考えられる。

（4）共分散関数の提案

a)新たな距離に基づく共分散関数

パラメータに制約(9)の与えられた重み付け経路距離(5)を指数型共分散関数に代入することにより、共分散関数を(10)式にように提案する。

$$C_{net}(d_{net}^*) = \sigma^2 \exp\left\{ -\left(\frac{d_{link}}{r_{link}} + \frac{d_{node1}}{r_{node1}} + \frac{d_{node2}}{r_{node2}} \right) \right\} \tag{10}$$

b)経路距離と直線距離に基づく共分散関数

仮想ネットワーク経路距離を導入した共分散関数により、ネットワークによる空間従属性の伝播の定式化を行った。しかし、本研究では、ユークリッド空間を内挿の対象とするため、空間従属性はユークリッド空間上における近さ、すなわちユークリッド距離もまた、空間従属性に影響を与えていると考えられる。そこで、(10)式に、ユークリッド距離による影響を加える。

ユークリッド距離とネットワーク距離を同時に考慮した共分散関数によるネットワーク内内挿の研究である Cressie et al.(2006)では共分散関数を以下のように与えている。

$$C^* = \lambda C_{tree} + (1-\lambda) C_{euclid} \tag{11}$$

C_{tree} ：ツリー上の最短経路距離による共分散関数

C_{euclid} ：ユークリッド距離による共分散関数

C^* ：2 つの距離による共分散関数

(11)式中の λ はネットワーク距離による空間従属性の影響の相対的な強さを表し、1 に近づくほどその影響は大きい。

(2)(9)(10)(11)の各式により、ユークリッド距離とネットワーク距離を考慮した共分散関数 C^* を(12)式のように提案する。

$$C^* = \begin{cases} \lambda C_{net}(d_{net}^*) + (1-\lambda) C_{euclid}(d_{euclid}^*) & if \quad s_i \neq s_j \\ \tau^2 + \sigma^2 & if \quad s_i = s_j \end{cases} \tag{12}$$

$$C_{net}(d_{net}^*) = \sigma^2 \exp\left\{ -\left(\frac{d_{link}}{r_{link}} + \frac{d_{node1}}{r_{node1}} + \frac{d_{node2}}{r_{node2}} \right) \right\}$$

$$r_{node1} \leq (\pi/2) r_{node2}$$

$$C_{euclid}(d_{euclid}^*) = \sigma^2 \exp\left(-\frac{d_{euclid}}{r_{euclid}} \right)$$

ただし、r_{euclid} はパラメータ、d_{euclid} はユークリッド距離である。

(12)式を共分散関数に用いた Kriging により、直線距離と最短経路距離の両方による空間従属性への影響を考慮した 2 次元ユークリッド空間上への内挿が可能となる。

７．提案手法と従来手法の実証的比較検討

Kriging の基本式(1)の共分散関数に(12)式を仮定した提案手法と、従来の共分散関数(2)を仮定した従来手法との地価の予測精度の比較を、RMSE(平均二乗平方根誤差)により行う。データは、中央線中野-立川間の各駅と、それらの駅からの鉄道路線延長が 5km 以内の駅を最寄り駅とするエリアの平成 20 年度住宅地公示地価 213 点(ln(円)$/m^2$)を対象とした。また、トレンド項には、最寄駅までの距離 x_1 (km)、最寄駅から東京駅までの鉄道ネットワーク距離 x_2 (km)の 2 つを仮定した。

両モデルによるパラメータ推定結果は表 1 となった。

表１：パラメータ推定結果

パラメータ	提案手法	t 値	従来手法	t 値
定数項	12.58	*** 296.47	12.60	***296.99
x_1 の係数	-0.61	*** -17.96	-0.58	***-17.85
x_2 の係数	-0.10	*** -11.38	-0.10	***-10.88
τ^2	0.04		0.02	
σ^2	0.38		0.16	
r_{euclid}	3.72		4.12	
r_{link}	4.42			
r_{node1}	25.61			
r_{node2}	40.23			
λ	0.19		0.00	

RMSE 式は(13)である。算出には、観測地点を無作為に 5 グループに分割し、4 グループによって残り 1 グループの地価推定を行うという方法を用いた。結果は表 2 である。

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} (z(s_i) - \hat{z}(z_i))^2} \tag{13}$$

n ：予測地点数

表 2：Cross-validation 結果

	RMSE(単位：万円$/m^2$)
提案手法	3.89
従来手法	5.14

８．まとめ・考察

ネットワークにより発生する空間従属性を考慮することによる、地価予測精度の向上が確認された。しかし、パラメータの制約の問題や、地価以外のデータへの本提案手法の適用可能性の検証など課題が多く、引き続き研究を重ねることが必要であると言える。

参考文献

- Cressie, N. (1993). *Statistics for Spatial Data, Revised Edition.* John Wiley & Sons.
- Cressie, N., Frey, J., Harch, B., and Smith, M. (2006). Spatial Prediction on a River Network. *Journal of Agricultural, Biological, and Environmental Statistics*. 11(2), 127-150.
- Curriero, F.C. (2005). On the Use of Non-Euclidean Distance Measures in Geostatistics. *Mathematical Geology*, 38 (8), 907-926.
- K.Krivoruchko, A.Gribov. (2004). Geostatistical Interpolation and Simulation with Non-Euclidean Distances. Kluwer Academic Publishers, Barcelona,Spain,pp.331-342.
- Ver Hoef, J. M., Peterson, E., and Theobald, D. (2006). Spatial Statistical Models that Use Flow andStream Distance. *Environmental and Ecological Statistics*, 13, 449-464.
- Xiaokun (Cara) Wang.(2009).Forecasting Network Data:Spatial Interpolation of Traffic Counts Using Texas Data. *Transportation Research Record*.
- 奥貫圭一. (2008). GIS を活用した空間分析. *地学雑誌*, 117(2), pp324-330
- 林紘一郎. (1998).「ネットワーキング情報社会の社会学」. NTT 出版.