連成ゲームの協調均衡解として見た制度形成過程*

Spontaneous Institutions as cooperative equilibriums in repeatedly-played games*

小川幸裕**，上田孝行***，石倉智樹****
By Yukihiro OGAWA**, Takayuki UEDA ***and Tomoki ISHIKURA****

1．はじめに

住民間に醸成される信頼感や連帯感は，地域での様々な互助的活動の基盤になる．それは防犯活動や祭事運営など様々な活動で観察される(宮川・大守(2004など))．これらの活動は，地域の中で長年繰り返され，地域内の制度として確立されている場合が多い．確立された制度の活性度や頑健性は地域間で異なるが，それを説明するための一般的な理論化には未だ成功していない．本研究は，様々な活動に現れる住民間の協調行動がどのようなメカニズムで制度として成立し，その活性度が状況に応じてどのように決定されるのか，という問題に対して，モデル分析を試みる．

青木(2003)は，こうした複数種類の互助的活動が，相互に影響を及ぼし合っている点に着目した．また複数種類の活動が相互に影響を及ぼすために，単独種類の個々の活動では成立しない協調行動が，複数種類が同時に連成されることで相互補完的に地域に成立することも指摘している．しかしながら，青木(2003)で想定されている活動間の連成は非常に限定的であり，モデルで表現されている状況も多様性が乏しい．

本研究は，青木(2003)のモデルを拡張し，制度の成立を連成ゲームの協調均衡解として捉える．その基本的なアイディアは，第１は，複数種類のゲームを結合した一つのゲーム構造の中に取り込んだ連成ゲームをモデル化することである．第２は，その上で，無限繰り返しゲームにおけるプレイヤーの持つ戦略を多様化させることである．この拡張のもとで，地域で自生的に形成される制度の多様性を示し，そのような制度の維持・継承施策についての含意を示す．

2．数理モデルの構築

2.1 想定する社会的状況

本研究が分析の対象とするのは，いわゆるコミュニティ活動と言われる，住民間の自発的な協調行動である．関連する既往研究は図１のような軸で整理することができ，本研究をその中に位置づけることができる．本研究が想定するゲームは，取引費用・情報費用が十分に小さく，かつインフォーマルな制約（慣習・規範）によって住民の行動が制約されていることで特徴づけられる．

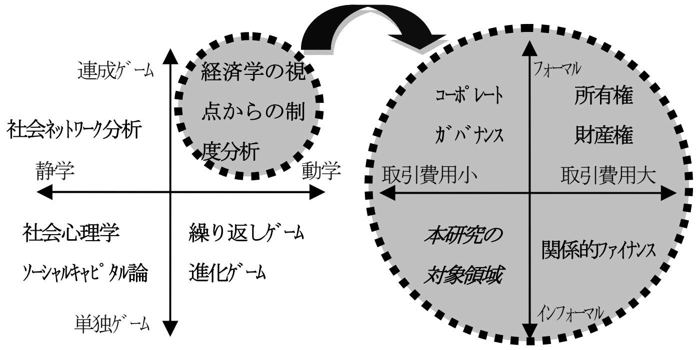

図1 既往研究理論と本研究の位置付け

2.2 モデル化

(1) ゲーム構造のモデル化

単独種類の活動を単独ゲームとして表す．単独ゲーム j の構造を，プレイヤー数 I，プレイヤー i が用いる戦略集合 $\{s\}_{i\in I}$，各プレイヤーが持つ利得関数 $\{F\}_{i\in I}$ によって $G^j = \left[I^j, \{s\}^j_{i\in I}, \{F\}^j_{i\in I}\right]$ として表す．

また，互いに影響を及ぼす複数種類の単独ゲームを，あたかも一つのゲームであるかのようにプレイヤー数・戦略集合・利得関数を組み合わせたものを，連成ゲーム $\times_{j\in J} G^j$ として，(1)で表す．

$$\times_{j\in J} G^j = \left[\forall_{j\in J} I^j, \times_{j\in J}\{s\}^j_{i\in I^j}, \times_{j\in J}\{F\}^j_{i\in I^j}\right] \tag{1}$$

ただし，$\forall_{j\in J} I^j$ は全プレイヤー数，$\times_{j\in J}\{s\}^j_{i\in I^j}$ はプレイヤー i の連成した戦略集合，$\times_{j\in J}\{F\}^j_{i\in I^j}$ はプレイヤー i の連成した利得関数．

(2) 単独ゲームの戦略・活動の成果・利得関数

単独ゲームへの参加するプレイヤーは，そのゲームで協調か非協調かの2選択肢の戦略を持つとする．

協調するプレイヤーは，利得として金銭的な財を得るだけでなく，円滑な人間関係や信頼など，協調者しか持

*キーワーズ：協調均衡解，連成ゲーム，自生的制度

** 学生員，学士(工学)，東京大学大学院工学系研究科社会基盤学専攻
(東京都文京区本郷7丁目3番1号)
*** 正員，博士(工学)，東京大学大学院工学系研究科社会基盤学専攻
****正員，博士(情報科学)，東京大学大学院工学系研究科社会基盤学専攻

てない心理的な満足も利得の一部として得られると考える．それらも含め協調活動の成果とし，それはクラブ財の性格を持つとする．

プレイヤーは，各自が自由に処分できる私的財ω_iを初期賦存量として持ち，あるゲームで協調する場合，費用負担として，参加費用g^jが等しく課されるとする．非協調の場合，負担は無いとする．

ゲームG^jに投入される全私有財は，(2)で表せる．

$$\sum g^j = \sum_{i \in I} P_i^j g^j \tag{2}$$

$$\forall_{i \in I, j \in J}, P_i^j = \begin{cases} 1 \cdots G^j \text{に協力の場合} \\ 0 \cdots G^j \text{に非協力の場合} \end{cases}$$

活動の生産関数は投入量に依存するとし，(3)で表す．

$$y^j = \left(\sum g^j\right)^{f_j} = \left(\sum_{i \in I} P_i^j g^j\right)^{f_j} \tag{3}$$

プレイヤーiのG^jでの利得を(4)で定義する．

$$\{F\}_i^j = \left(\omega_i - P_i^j g^j\right)^e + \left\{P_i^j \left(\sum_{i \in I} P_i^j g^j\right)^{f^j}\right\}^{e^J} \tag{4}$$

ただし，eは私的財消費の効用の感度パラメータであり，e^Jは活動に協調した場合の効用の感度パラメータである．

(3) 連成ゲームの戦略と利得関数

連成ゲームは，互いに影響を及ぼし合う複数の単独ゲームの組み合せとして表現される．その戦略は，格単独ゲームの戦略の組合せとして表現される．

複数種類のゲームて協調するプレイヤーは，各ゲームの利得の合計に加え，追加的な利得を得ていると考えられる．ある種類の活動に対応したゲームで得た心理的な利得が，他の種類の活動に対応したゲームにも作用し，活動の効率や士気を上げるというような場合である．追加利得を$\Delta\{F\}_i^j$と置き，(5)で表す．

$$\Delta\{F\}_i^j = \sum_{\substack{j,j' \in J \\ j \neq j'}} P_i^{j'} \left(\sum_{-i \in I} P_{-i}^j \alpha^{jj'} y^{j'}\right) \tag{5}$$

ただし$\alpha^{jj'}$はゲームG^j，$G^{j'}$間の連成係数で，$0 \le \alpha^{jj'} \le 1$の定数，$-i$はIに含まれるi以外のプレーヤーである．以上より，連成ゲームの利得関数を(6)に定義する．

$$\{F\}_i^j = \left(\omega_i - P_i^j g^j\right)^e + \left\{\sum_{j \in J} P_i^j \left(y^j + \sum_{\substack{j,j' \in J \\ j \neq j'}} P_i^{j'} \alpha^{jj'} y^{j'}\right)\right\}^{e^J} \tag{6}$$

(4) 繰り返し戦略

連成ゲームは長期的に繰り返される．プレイヤーは繰り返しの終点を知らないとし，無限繰り返しゲームを仮定する．この時，プレイヤー間で他プレイヤーの戦略に対する特定の反応の仕方（繰り返し戦略）が，共有予想となっているとする．本研究は以下の３つの戦略を想定する．

①最低限求められる協調／戦略A

特定の影響力のある一種類の単独ゲームで前期に非協調だったプレーヤーに対し，全種類の単独ゲームで今期は非協調な戦略．

②最大限許される非協調／戦略B

前期に特定以上の種類の単独ゲームで非協調だったプレーヤーに対し，全種類の単独ゲームで今期は非協調な戦略．

③しっぺ返し／戦略C

前期に特定のプレーヤーがとった戦略リストを，当期に自分が繰り返す戦略．

2.3 2ゲーム2プレーヤーモデル

繰り返し連成ゲームの均衡解を計算するために，ゲーム数とプレイヤー数を単純化したモデルを用意する．2つの単独ゲームG^j，$G^{j'}$が連成し，2人のプレーヤーa，bが存在する状態を考える．aの連成ゲームの利得関数は，(7)から(10)で表される．

$$V_a(t) = \left(\chi_a\right)^e + \left\{P_a^j \left(y^j + P_a^{j'} P_b^j \alpha^{jj'} y^{j'}\right) + P_a^{j'} \left(y^{j'} + P_a^j P_b^{j'} \alpha^{jj'} y^j\right)\right\}^{e^J} \tag{7}$$

$$\chi_a = \omega_a - P_a^j g^j - P_a^{j'} g^{j'} \tag{8}$$

$$\forall_{j \in j,j'} \quad y^j = (P_a^j g^j + P_b^j g^j)^{f^j} \tag{9}$$

aの繰り返し戦略は，(10)から(13)で表される．

①最低限求められる協調／戦略A

$$P_a^j(t+1) = P_a^j(t) P_b^{j'}(t) \tag{10}$$

$$P_a^{j'}(t+1) = P_a^{j'}(t) P_b^{j'}(t) \tag{11}$$

但し，$G^{j'}$がG^jに影響力を持つとする．

②最大限許される非協調／戦略B

$$P_a^j(t+1) = P_a^j(t) \prod_{j \cdots m \in J} \left\{1 - \left(1 - P_b^j(t)\right) \cdots \left(1 - P_b^m(t)\right)\right\} \tag{12}$$

但し，n個以下のゲームでの非協調が許容されるとする．$j...m$は，Jに含まれるn個のゲームの任意の組合せを示す．

③しっぺ返し／戦略C

$$\forall_{j \in j,j'} \quad P_a^j(t+1) = P_b^j(t) \tag{13}$$

3. 数値シミュレーション結果

3.1 2ゲーム2プレイヤーモデルの数値シミュレーション

様々な条件設定のもとで均衡解の計算を行い，その挙動を図示する．以下にその結果と考察を掲載する．ただし，以下の図における凡例は，次の意味を示す．

$$(x, y) \times (z, w) = (P_a^j, P_a^{j'}) \times (P_b^j, P_b^{j'}) \tag{14}$$

(1)連成係数と割引率を変化させた場合

本モデルにおいて特徴的な変数は，ゲーム間の関係の強さを示すαと，割引因子δである．本項では2つのパラメータが均衡解に与える影響を考察する．数値はω=110, $g^j = g^{j'}$=5，$f^j = f^{j'}$=1，e =0.8，e^J =0.4とし，0<δ<1，0<α<1の下で計算する．戦略 A は図2，戦略 C は図3になる．

図2,3とも，連成度が高まるほど2つの単独ゲームともに協調する均衡(=(1,1)×(1,1))が達成する領域が広がっている．ただし，それを達成できる□の領域が両者で異なっている．戦略Cは強く2つの単独ゲームを結びつけ，□が小さくても□ゲームともに協調均衡解が達成されるが，戦略□は十分に強く結び付けられないので，□ゲームの協調均衡解の達成のために，□の値が大きい必要がある．

(2)参加費用を変化させた場合

参加費用は，住民の活動への参加を支配する重要な要因である．本項では，様々な参加費用の組合せによって協調均衡解の違いを考察する．数値はω=110，δ=0.8，α =0.8，$f^j = f^{j'}$=1，e =0.8，e^J =0.4とし，0< g^j < 110, 0< $g^{j'}$ <110の下で計算する．戦略Aは図4，戦略Bは図5になる．戦略A，Bともに対称的な均衡解分布をする．参加費用が一定値以上の単独ゲームは非協調，以下ならば協調．両単独ゲームの参加費用が十分小さければ，2ゲームともに協調均衡解が達成される．

(3)所得が2人のプレイヤー間で異なる場合

所得は住民の活動の自由度を決める上で重要な要因である．本項では様々な所得の組合せによる達成均衡解の違いを考察する．数値はδ=0.8，α=0.8，$g^j = g^{j'}$=5，$f^j = f^{j'}$=1，e =0.8，e^J =0.4とし，0<ω<110の下で計算する．戦略 A は図6，戦略 B は図7になる．

戦略 A，B ともに似たような均衡解の分布をしている．両プレーヤーの所得がともに高い場合に2つの単独ゲームともに協調均衡解が達成する．しかし，プレイヤー間で大きな所得差が生じるか，両プレイヤーの所得がともに低い場合には，2つともに非協調均衡解，もしくは片方の単独ゲームのみの協調解が成立する．

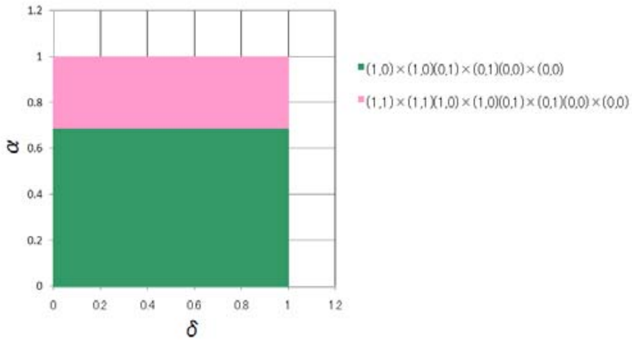

図2 戦略 A 下でのδ–αに応じた均衡解

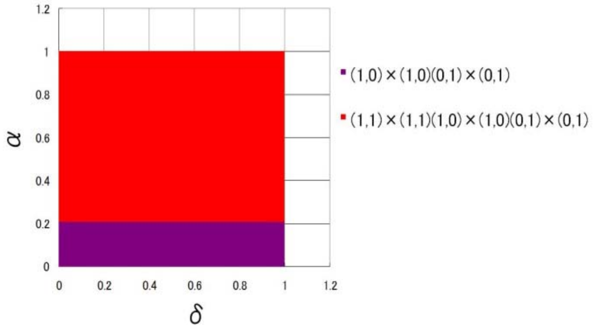

図3 戦略C下でのδ–αに応じた均衡解

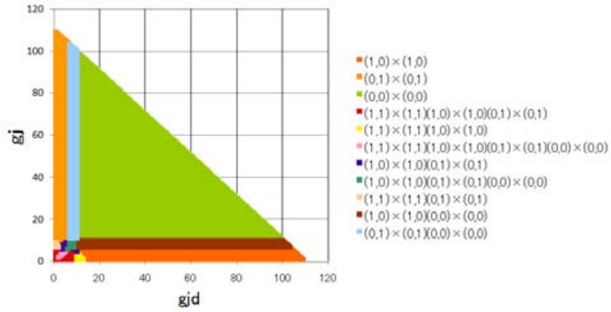

図4 戦略A下での$g^j - g^{j'}$に応じた均衡解

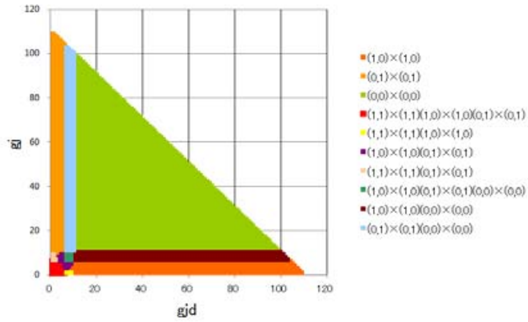

図5 戦略B下での$g^j - g^{j'}$に応じた均衡解

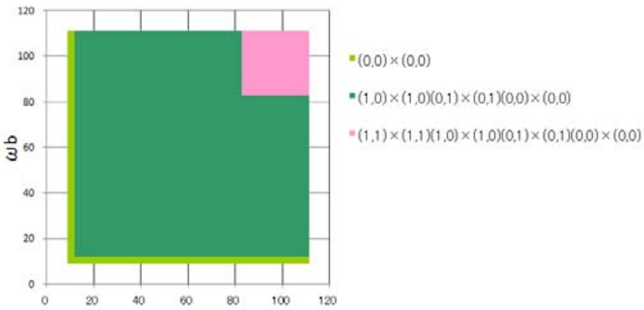

図6 戦略A下での$\omega_a - \omega_b$に応じた均衡解

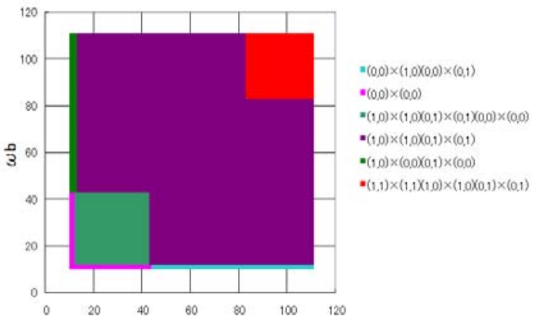

図7 戦略B下での$\omega_a - \omega_b$に応じた均衡解

このことから，複数種類の活動でいずれも協調行動を得るには，一定以上の所得水準を必要とすることが分かる．

(4) 特定の社会的文脈での利得の分析

本節では，都市部と非都市部の２つに相当する特定の社会的文脈を想定した場合における均衡解を計算し，その含意について検討する．均衡解の定義は，萩原良巳・坂本麻衣子(2006)に準ずる．

2種類の文脈を想定する．文脈1は住民が個人主義的な嗜好を持ち，集合的行動をとることに価値をおかない都市的な社会である．私的財の効用感度が高く，クラブ財としての協調行動の成果に対する効用感度が低いとする．文脈2は，住民が協調主義的な嗜好を持ち，個人的行動をとることに価値をおかない非都市的な社会である．私的財の効用感度が低く，協調行動の成果に対する効用感度が高いとする．

以上を念頭に置いて，文脈1では住民は高所得で割引率と連成性が低く，影響力を持つ活動が存在しない戦略Bが共有予想であるとし，文脈2では低所得で割引率と連成性が高く，影響力を持つ活動が存在する戦略Aが共有予想であると仮定する．数値は，タイプ1が$\omega=210$, $\delta=0.4$，$\alpha=0.2$，$g^{j} = g^{j'} =5$，$f^{j} = f^{j'} =1$，$e =0.8$，$e^{J} =0.4$、タイプ2が $\omega=60$, $\delta=0.8$, $\alpha=0.8$, $g^{j} = g^{j'} =5$, $f^{j} = f^{j'} =1$, $e =0.8$, $e^{J} =0.6$とする．

文脈1の都市的な社会においては，一方のゲームだけ協調する戦略組だけが安定なナッシュ均衡解である．この結果は，国内の都市部において，地域活動の定着が難しく，活性度も低いという状況に相当する．一方，文脈2の非都市的な社会おいては，両方のゲームか，一方のゲームにのみ協調するという戦略の組合せが安定な均衡解であり，特に両方のゲームに協力する場合に他の均衡解よりも際立って高い効用を示す．この結果は，国内の比較的都市化していない地域において地域活動が持続しやすく，活性度も高いという実態に沿う．

各文脈内で均衡解間の効用の数値を比較すると，文脈1での協調と非協調の間での効用差は小さく，協調を誘導する意義は小さい．しかし文脈2では，協調，特に2ゲームともに協調する均衡解の効用が他の均衡解と比べて高い．文脈2においては，所得が低くてもコミュニティ的な活動に参加し，他のプレイヤーと協調活動を行うことで，低所得者でも，私的財を共有し合い協調主義的な行動を実現することでき，住民の厚生上は望ましいことが示されている．

４．おわりに

本研究は，特定の集団内の協調行動の制度的達成に関する，基礎的な数理モデルの構築と考察を行った．

表8 都市的な文脈での均衡解

a＼b	(1，1)	(1，0)	(0，1)	(0，0)
(1，1)	V_a^∞ =118.67	V_a^∞ =118.39	V_a^∞ =118.39	V_a^∞ =118.95
	V_b^∞ =118.67	V_b^∞ =120.52	V_b^∞ =120.52	V_b^∞ =120.12
(1，0)	V_a^∞ =120.52	V_a^∞ =120.47	V_a^∞ =120.13	V_a^∞ =120.13
	V_b^∞ =118.39	V_b^∞ =120.47	V_b^∞ =120.13	V_b^∞ =120.12
(0，1)	V_a^∞ =120.52	V_a^∞ =120.13	V_a^∞ =120.47	V_a^∞ =120.13
	V_b^∞ =118.39	V_b^∞ =120.13	V_b^∞ =120.47	V_b^∞ =120.12
(0，0)	V_a^∞ =120.12	V_a^∞ =120.12	V_a^∞ =120.12	V_a^∞ =120.12
	V_b^∞ =118.95	V_b^∞ =120.13	V_b^∞ =120.13	V_b^∞ =120.12

表9 非都市的な文脈での均衡解

a＼b	(1，1)	(1，0)	(0，1)	(0，0)
(1，1)	V_a^∞ =157.26	V_a^∞ =133.77	V_a^∞ =139.71	V_a^∞ =132.67
	V_b^∞ =157.26	V_b^∞ =135.16	V_b^∞ =143.71	V_b^∞ =132.28
(1，0)	V_a^∞ =135.16	V_a^∞ =134.48	V_a^∞ =133.80	V_a^∞ =133.13
	V_b^∞ =133.77	V_b^∞ =134.48	V_b^∞ =132.28	V_b^∞ =132.28
(0，1)	V_a^∞ =143.29	V_a^∞ =132.13	V_a^∞ =143.29	V_a^∞ =133.13
	V_b^∞ =139.71	V_b^∞ =133.80	V_b^∞ =143.29	V_b^∞ =132.28
(0，0)	V_a^∞ =132.28	V_a^∞ =132.28	V_a^∞ =132.28	V_a^∞ =132.28
	V_b^∞ =132.67	V_b^∞ =133.13	V_b^∞ =133.13	V_b^∞ =132.28

今後は，政策課題に有用な考察を得るために，より現実的な社会状況をモデル化することが必要になる．たとえば，地域活動におけるリーダー形成過程とその支援政策を分析するために，プレイヤー間の情報量の差異とリーダー・フォロワー関係，取引費用などを考慮する必要がある．また政府をプレイヤーとして導入し，社会厚生を最大にする支援策はどのようなものかという議論も必要だと考えられる．

最後に，本研究を進めるにあたり有益なアドバイスを頂いた，京都大学防災研究所・横松宗太准教授（東京大学客員准教授）に深く御礼申し上げる．

参考文献

1) 青木昌彦：「比較制度分析に向けて」NTT出版，2003
2) 宮川公男，大森隆：「ソーシャル・キャピタル」東洋経済新報社．2004
3) 萩原良巳・坂本麻衣子：「コンフリクト・マネジメント」勁草書房，2006