旅行時間の不確実性を考慮した時間帯別分担・配分統合交通ネットワーク均衡モデルの構築

Semi-dynamic Combined Mode Choice And Route Choice Network Equiliblirium Model Considering Road Travel Time Uncertainly*

長尾一輝**・高御堂順也***・中山晶一朗****・高山純一*****・今村悠太******

By Kazuki NAGAO, Jun-ya TAKAMIDO, Shoichiro NAKAYAMA, Jun-ichi TAKAYAMA and Yuhta IMAMURA

1.はじめに

道路交通と対比して，鉄道や（専用軌道を持つ）LRTなどの軌道系交通機関の特徴の一つとして所要時間の正確性を挙げることができる．よって，公共交通と自動車を含む交通手段選択では旅行時間の不確実性の影響は大きいと考えられ，道路交通の旅行時間の不確実性を考慮して交通手段分担を行うことが重要と考えられる．このような背景を踏まえ，著者ら[1)]は，旅行時間の不確実性を考慮した静的な分担・配分統合交通ネットワーク均衡モデル（以下，著者らによる既往モデル[1)]）を提案している．

しかしながら，静的な均衡モデルでは時間帯毎に刻々と変動している交通状況を適切に表現できないことが問題点である．更に，近年はロードプライシング，時差出勤等の TDM 施策の重要性が増大しており，時々刻々の交通状況の変化を扱うことのできる動的な配分モデルの必要性が高まっている[2)]．

交通流の時間変化等を比較的簡便に予測する手法として，従来から OD 修正法[3)4)]等といった時間帯別均衡モデルの提案が行われている．そこで，本稿では，OD 修正法を用いることによって，著者らによる既往モデル[1)]を時間帯別均衡モデルに拡張する．

2.交通量や旅行時間等の不確実性の表現

本章では，まず不確実性を考慮した交通量の考え方について説明する．次に，それに基づく不確実性を表現した旅行時間及びその旅行時間を用いた実効旅行時間，一般化費用の計算方法について説明する．これらは著者らによる既往モデル[1)]に基づくものである．

(1)交通量の分布

このモデルでは，正規分布の OD 交通量を正規分布の交通量として配分することによって．交通量や旅行時間の不確実性を表現する．

OD ペア rs 間における OD 交通量を確率変数 Q^{rs} とし，その平均と分散をそれぞれ $\mathrm{E}[Q^{rs}]$, $\mathrm{Var}[Q^{rs}]$とする．ここで，OD 交通量 Q^{rs} の分散 $\mathrm{Var}[Q^{rs}]$は$\eta\mathrm{E}[Q^{rs}]$と仮定する．つまり，OD 交通量について平均 $\mathrm{E}[Q^{rs}]$に比例して分散が決まると仮定する．

次に，経路交通量は互いに独立であると仮定する．また，経路交通量の分散$(\sigma_k^{rs})^2$を$\eta\mu_k^{rs}$と仮定する．ここで，μ_k^{rs} 及び$(\sigma_k^{rs})^2$ はそれぞれ OD ペア rs 間の経路 k の（経路）交通量の平均及び分散，OD ペア rs 間の経路 k の集合をK^{rs}，OD ペア rs の起点ノード及び終点ノードの集合をそれぞれ R, S とする．この時，経路交通量は以下の確率分布で表すことができる．

$$F_k^{rs} \sim N[\mu_k^{rs},\ \eta\mu_k^{rs}] \tag{1}$$

ここで，F_k^{rs} は OD ペア rs 間の経路 k の（経路）交通量の確率変数，$N[\mu_k^{rs}, \eta\mu_k^{rs}]$は平均$\mu_k^{rs}$，分散$\eta\mu_k^{rs}$を持つ正規分布を表す．

(2)自動車の旅行時間

道路リンクの走行時間が BPR 関数に従うと仮定すると，自動車のリンク旅行時間 t_a^c は $t_{a0}\{1+\alpha(x_a/C_a)^\beta\}$ で表される．ただし，t_a^cはリンク a の自動車旅行時間，t_{a0}は自由走行時間，C_a は交通容量（固定値），x_a は自動車交通量，α, β は BPR 関数のパラメータである．道路上にはバスも走行するが，バスの台数は自動車の台数に比べ十分小さいとして無視する[5)]．したがって，リンク a の自動車の期待旅行時間は $\mathrm{E}[t_{a0}\{1+\alpha(X_a/C_a)^\beta\}]$ であり，積率母関数[6)]$M_a(s)$を用いると，期待リンク旅行時間は以下の式となる．

---

*キーワーズ：時間帯別均衡，統合ネットワーク均衡，旅行時間の不確実性

**正員，工修，オリエンタルコンサルタンツ東北支店
（宮城県仙台市若林区土樋 104 OC 仙台ビル，
e-mail: nagao-kz@oriconsul.com）
***愛知県
****正員，博（工），金沢大学環境デザイン学系
*****フェロー，工博，金沢大学環境デザイン学系
******学生員，金沢大学大学院自然科学研究科

$$\mathrm{E}[T_a] = t_{a0} + \alpha \cdot \frac{1}{C_a^{\ \beta}} \cdot \left. \frac{d^\beta M_a(s)}{ds^\beta} \right|_{s=0} \tag{2}$$

ただし，T_aはリンクaの（リンク）旅行時間の確率変数である．

正規分布の積率母関数 M_a(s)は $\exp(\mu_a s + \sigma_a^{\ 2} s^2/2)$である．ただし，$\mu_a$ は正規分布の平均，$\sigma_a^{\ 2}$ はその分散である．ゆえに期待リンク旅行時間関数 E[T_a]は μ_a の式で表される．ここで，μ_a の関数であることを明示するためにE[T_a]を $g_a(\mu_a)$と表記すると，β=4 のとき，g_a は次式となる．

$$g_a(\mu_a) = t_{a0}[1 + \alpha\{3(\eta\mu_a)^2 + 6\mu_a^{\ 2}(\eta\mu_a) + \mu_a^{\ 4}\}/C_a^{\ 4}] \tag{3}$$

経路旅行時間の期待値 E[T_k^{rs}]は次式となる．

$$\mathrm{E}[T_k^{rs}] = \sum_{a \in A} \delta_{a\ k}^{rs} \mathrm{E}[T_a] \tag{4}$$

ここで A はリンクの集合である．

リンク旅行時間の分散 Var[T_a]は E[$(T_a)^2$]–E[T_a]^2 であり，E[$(X_a)^{2n}$]及び E[$(X_a)^n$]を用いれば計算することができる．

また，経路旅行時間の分散 Var[T_k^{rs}]も以下の式のように計算できる．

$$\mathrm{Var}[T_k^{rs}] = \sum_{a \in A} \delta_{a\ k}^{rs} \mathrm{Var}[T_a] \tag{5}$$

(3)公共交通の旅行時間

バスの旅行時間は道路交通量の影響を受けるものとする．具体的には，河上ら [5]の考えに基づき，期待旅行時間は自動車（乗用車）の旅行時間にパラメータψを掛けた値とする．また，旅行時間の分散は自動車の旅行時間の分散と同じとする．

リンク a におけるバスの期待旅行時間 E[$T_a^{(bus)}$]及び旅行時間の分散 Var[$T_a^{(bus)}$]は以下の式で示される．

$$\mathrm{E}[T_a^{(bus)}] = \psi\, \mathrm{E}[T_a] \tag{6}$$

$$\mathrm{Var}[T_a^{(bus)}] = \mathrm{Var}[T_a] \tag{7}$$

ここでψは，停留所への停車の影響などを含めたものであり，ψ>1.0 となる．

鉄道の旅行時間は，道路交通に影響されず，定数として与える．よって，鉄道の旅行時間の分散は 0 である．バス停留所や鉄道駅とのアクセスリンク，イグレスリンクは，徒歩リンクとして旅行時間を定数で与える．

(4)実効旅行時間

利用者の旅行時間の不確実性への態度（リスク態度）を考慮するため，以下に示す実効旅行時間を導入する．実効旅行時間は期待旅行時間に加え旅行時間のばらつきに関するものが含まれており，これは遅刻を回避するために必要な旅行時間（セイフティ・マージン）と解釈することができる [7]．自動車，公共交通それぞれを利用した場合の経路実効旅行時間を以下に示す．

$$V_k^{rs,c} = \mathrm{E}[T_k^{rs,c}] + \gamma\, \mathrm{Var}[T_k^{rs,c}] \tag{8}$$

$$V_{rs}^{tran} = \mathrm{E}[T_{rs}^{tran}] + \gamma\, \mathrm{Var}[T_{rs}^{tran}] \tag{9}$$

$V_k^{rs,c}$: OD ペア rs 経路 k の自動車の実効旅行時間
$V_{rs}^{\ tran}$: OD ペア rs の公共交通の実効旅行時間
E[$T_k^{rs,c}$]: 自動車の期待旅行時間
E[$T_{rs}^{\ tran}$]: 公共交通の期待旅行時間
Var[$T_k^{rs,c}$]: 自動車の旅行時間の分散
Var[$T_{rs}^{\ tran}$]: 公共交通の旅行時間の分散
γ :リスク態度を表すパラメータ
(γ>0 ならばリスク回避，γ=0 ならばリスク中立，γ<0 ならばリスク選好)

(5)一般化費用

自動車交通と公共交通の統合モデルを構築するためには，旅行時間やバスの運賃などの単位を揃えて取り扱う必要がある．そこで，時間価値を用いて実効旅行時間を貨幣価値に換算し，更にバスの運賃などを含めた一般化費用を用いる．

自動車と公共交通の一般化費用は，それぞれ次のように表すことができる．

$$c_k^{rs,c} = \tau V_k^{rs,c} + \xi \tag{10}$$

$$c_{rs}^{tran} = \tau(V_{rs}^{tran} + w_{rs} + \iota_{rs}) + m_{rs} \tag{11}$$

$c_k^{rs,c}$: OD ペア rs 間第 k 経路における自動車の経路一般化費用
$c_{rs}^{\ tran}$: 公共交通の経路一般化費用
$V_k^{rs,c}$: 自動車の実効旅行時間
$V_{rs}^{\ tran}$: 公共交通の実効旅行時間
w_{rs}: 公共交通の待ち時間（運行間隔の 1/2）
ι_{rs}: 公共交通のアクセス・イグレス時間
m_{rs}: 公共交通の運賃
τ: 時間価値
ξ: 定数項（自動車の維持費などを表したもの）

3.時間帯別分担・配分統合交通ネットワーク均衡モデルの定式化

交通流の時間変化等を比較的簡便に予測する手法として，従来から OD 修正法 [3)4)]や渋滞内生化モデル [8)]といった時間帯別均衡モデルの提案が行われている．OD 修正法 [3)4)]はリンク単位での渋滞状況を表現できないという限界はあるものの，モデルの定式化や求解は比較的容易である [2)]．そこで本稿では，OD 修正法を用いて著者らによる既往モデル [1)]を時間帯別均衡モデルに拡張する．

(1) 利用者行動の仮定

手段分担・配分統合モデルにおける利用者行動の仮定については，著者らによる既往モデル [1)]の考え方を踏襲し，以下のとおりとする．

a) 手段選択行動の仮定

利用者は一般化費用を考慮して手段選択を行うが，手段選択では自家用車の有無や公共交通への通勤手当など様々な外生的な個人的要因の影響も大きいと考えられる．よって，自動車利用者と公共交通利用者間の分担関係は，そうした個人的要因の影響が分担結果に考慮されるロジットモデルによって求めることにする．

よって，自動車と公共交通を選ぶ際の自動車の選択確率は，以下の式で表される．

$$P_{rs}^{c} = \frac{1}{1+\exp\{-\theta(c_{rs}^{tran} - \lambda_{rs}^{c})\}} \qquad \forall r\ \forall s \qquad (12)$$

ここで，

${P_{rs}}^{c}$: OD ペア rs 間における自動車の選択確率

${\lambda_{rs}}^{c}$: OD ペア rs 間における自動車利用者の一般化費用の最小値

θ:（正の）パラメータ

b) 手段選択行動の仮定

自動車利用に関する経路選択行動については，外生的な個人的要因の影響は手段選択と比較して少ないと考えられるため，一般化費用に従ってワードロップ的に経路選択が行われるものとする．すなわち，最小の一般化費用の経路を選択するものとする．

(2) 時間帯別利用者均衡モデルの仮定

本稿では OD 修正法を用いてモデルの拡張を行う．OD 修正法における時間帯別利用者均衡モデルの仮定は以下の通りとなる [2)]．

仮定 1: 各時間帯において交通流は定常状態にあり，かつ，利用者均衡条件（ワードロップの第一条件）が成り立っている．

仮定 2: 時間帯幅は OD 間旅行時間よりも十分に長い．

仮定 3: 各 OD 間の交通量は，その時間帯において出発地ノードから一様に出発し，目的地ノードに向かう経路上に一様に分布する．

仮定 4: ある時間帯に目的地に到達できなかった残留交通量は，後続時間帯にネットワーク上を流れて目的地に到達する．

ここで本稿では，手段分担との統合モデルを構築するため，仮定 1 を以下のように修正する．

仮定 1’: 各時間帯において交通流は定常状態にあり，かつ，**(1) 利用者行動の仮定**で示した均衡条件（手段分担はロジット型，経路選択は最小一般化費用経路選択）が成り立っている．

(3) 残留交通量を考慮した修正 OD 交通量

OD 修正法では，OD 毎に残留交通量（次の時間帯に繰り越す交通量）を算出し，それを用いて次の時間帯の OD 交通量を算出する．時間帯 T における OD ペア rs 間の修正 OD 交通量は以下の通りとなる．

$$q_{rs}^{T} = \tilde{q}_{rs}^{T-1} + Q_{rs}^{T} - \tilde{q}^{T} \qquad (13)$$

${q_{rs}}^{T}$: 時間帯 T での OD ペア rs 間の修正 OD 交通量

$\tilde{q}_{rs}^{T}$: 時間帯 T の残留交通量

${G_{rs}}^{T}$: 時間帯 T の OD ペア rs 間での OD 交通量

時間帯 T の残留交通量は以下のように計算される．

$$\tilde{q}_{rs}^{T} = \frac{Ct_{rs}^{T}}{2T_{w}} Q_{rs}^{T} \qquad (14)$$

Ct_{rs}^{T}: OD ペア rs 間での（平均的な）期待経路旅行時間

T_{w}: 時間帯幅

τ: 時間価値

ここで，Ct_{rs}^{T} については OD ペア rs 間の最小一般化費用を用い，以下のように表現することを考える [9)]．

$$Ct_{rs}^{T} = \frac{S_{rs}^{T} - \rho_{rs}}{\tau} \qquad (15)$$

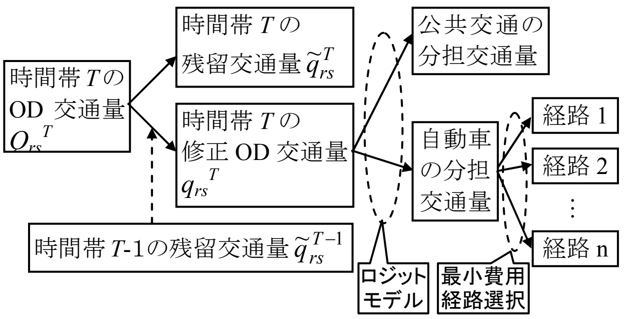
ここで，S_{rs}^{T} は次のような期待最小一般化費用である．

$$S_{rs}^{T} = -\frac{1}{\theta}\ln\left(\exp(-\theta\lambda_{rs}^{c,T}) + \exp(-\theta c_{rs}^{tran,T})\right) \qquad (16)$$

また，ρ_{rs} は一般化費用のうち期待旅行時間以外の要素(旅行時間の分散項や公共交通の運賃等)に対応するパラメータであり，OD 毎に設定する．設定方法としては，収束計算の開始に先立って，予備計算を行うことによって設定することが考えられる．

(4)モデルの構造

ここまでに述べた内容から本稿のモデルの構造をまとめると**図−1** のとおりとなる．



図−1 モデルの構造

(5)定式化

本稿のモデルは，以下の均衡問題として示すことができる．

$$q_{rs}^{c,T} = \frac{q_{rs}^{T}}{1+\exp\{-\theta(c_{rs}^{tran,T} - \lambda_{rs}^{c,T})\}} \quad \forall r,\ \forall s \tag{17}$$

$$q_{rs}^{T} = q_{rs}^{c,T} + q_{rs}^{tran,T} \quad \forall r,\ \forall s \tag{18}$$

$$\mu_{k}^{rs,c,T}\left(c_{k}^{rs,c,T} - \lambda_{rs}^{c,T}\right) = 0 \quad \forall r, \forall s, \forall k \tag{19}$$

$$c_{k}^{rs,c,T} \geq \lambda_{rs}^{c,T} \quad \forall r, \forall s, \forall k \tag{20}$$

$$\sum_{k\in K^{rs}} \mu_{rs,k}^{c,T} = q_{rs}^{c,T} \quad \forall r,\ \forall s \tag{21}$$

$$q_{rs}^{c,T}, q_{rs}^{tran,T} \geq 0 \quad \forall r,\ \forall s \tag{22}$$

$$\mu_{k}^{rs,c,T} \geq 0 \quad \forall r, \forall s, \forall k \tag{23}$$

$$c_{k}^{rs,c,T} = \tau V_{k}^{rs,c,T} + \xi \quad \forall r, \forall s, \forall k \tag{24}$$

$$c_{rs}^{tran,T} = \tau(V_{rs}^{tran,T} + w_{rs}^{T} + \iota_{rs}) + m_{rs} \quad \forall r,\ \forall s \tag{25}$$

$$V_{k}^{rs,c,T} = \mathrm{E}[T_{k}^{rs,T}] + \gamma \mathrm{Var}[T_{k}^{rs,T}] \quad \forall r, \forall s, \forall k \tag{26}$$

$$V_{rs}^{tran,T} = \psi \mathrm{E}[T_{k}^{rs,T}] + \gamma \mathrm{Var}[T_{k}^{rs,T}] \quad \forall r, \forall s, \forall k \tag{27}$$

$$\mathrm{E}[T_{k}^{rs,T}] = \sum_{a\in A} \delta_{a\,k}^{rs}\, g_{a}(\mu_{a}^{T}) \quad \forall r, \forall s, \forall k \tag{28}$$

$$\mathrm{Var}[T_{k}^{rs,T}] = \sum_{a\in A} \delta_{a\,k}^{rs}\, h_{a}(\mu_{a}^{T}) \quad \forall r, \forall s, \forall k \tag{29}$$

$$q_{rs}^{T} = \tilde{q}_{rs}^{T-1} + Q_{rs}^{T} - \frac{S_{rs}^{T} - \rho_{rs}}{2\tau T_{w}} Q_{rs}^{T} \tag{30}$$

本稿のモデルは，リンクコスト関数が非分離型かつ非対称のため，均衡条件に等価な数理最適化問題は存在しない．そのため本モデルでは緩和法を用いて均衡問題を解く．緩和法についての詳細は土木学会 [10]を参照されたい．

本稿の均衡問題における緩和問題は以下の通りとなる．

$$\begin{aligned}
\min_{(\boldsymbol{\mu},\mathbf{q})\in\Omega} .Z = {} & \tau \sum_{a\in A^{c}} \int_{0}^{\mu_a} V_{a}^{T}(w)dw + \xi \sum_{r\in R}\sum_{s\in S} \mu_{rs,k}^{c,T} \\
& + \sum_{r\in R}\sum_{s\in S} q_{rs}^{tran,T} c_{rs}^{tran,T(m)} + \frac{1}{\theta}\sum_{r\in R}\sum_{s\in S} q_{rs}^{c,T} \ln q_{rs}^{c,T} \\
& + \frac{1}{\theta}\sum_{r\in R}\sum_{s\in S} q_{rs}^{tran,T} \ln q_{rs}^{tran,T} \\
& - \sum_{r\in R}\sum_{s\in S} \int_{0}^{q_{re}^{T}} \left\{ \frac{2\tau T_{w}}{Q_{rs}^{T}} \left(\tilde{q}_{rs}^{T-1} + Q_{rs}^{T} - w\right) + \rho_{rs} \right\} dw
\end{aligned} \tag{31}$$

4.おわりに

本稿では，旅行時間の不確実性を考慮した時間帯別分担・配分統合交通ネットワーク均衡モデルを提案した．仮想ネットワークへの適用例等については講演時に発表する．

参考文献

1) 長尾一輝，中山晶一朗，高山純一，円山琢也：旅行時間の不確実性を考慮した分担・配分統合交通ネットワーク均衡モデルに関する研究：金沢都市圏への軌道系公共交通導入時の道路交通への影響分析を例に，土木学会論文集 D，投稿中
2) 土木学会土木計画学研究委員会 交通需要予測技術検討小委員会：道路交通需要予測の理論と適用 第Ⅱ編 利用者均衡配分モデルの展開，丸善，東京，2006.
3) 藤田素弘，松井寛，溝上章志：時間帯別交通量配分モデルの開発と実用化に関する研究，土木学会論文集，No.389/Ⅳ-8，pp.111-119，1988
4) 宮城俊彦，牧村和彦：時間帯別交通配分手法に関する研究，交通工学，Vol26 No.2，pp.17-28，1991.
5) 河上省吾，高田篤：都市圏における公共輸送機関の料金システムおよび輸送計画の評価に関する研究，土木学会論文集，No.431/IV-15，pp.77-86，1991.
6) アルフレッド・アン，ウィルソン・タン：土木・建築のための確率・統計の基礎，丸善，1977.
7) 飯田恭敬，内田敬：リスク対応行動を考慮した道路網経路配分，土木学会論文集，No.464/IV-19，pp.63-72，1993.
8) 赤松隆，牧野幸雄，高橋栄行：時間帯別 OD 需要のリンクでの渋滞を内生化した準動的交通配分，土木計画学研究・論文集，No.15，pp.535-545，1998.
9) 藤田素弘，雲林院康弘，松井寛：高速道路を考慮した時間帯別均衡配分モデルの拡張に関する研究，土木計画学研究・論文集，Vol.18，no.3，pp.563-572，2001.
10) 土木学会土木計画学委員会交通ネットワーク出版小委員会：交通ネットワークの均衡分析－最新の理論と解法－，丸善，東京，1998.