

均衡制約付最適化として見た公共サービス拠点の配置問題*

Optimal Location of Public Service Facilities by MPEC*

浜野旭**, 上田孝行***, 石倉智樹****

By Akira HAMANO**, Takayuki UEDA*** and Tomoki ISHIKURA****

1. はじめに

(1) 本研究の背景

我が国では、総人口の減少と少子高齢化で特徴付けられる人口構造変化は避けられず、経済社会上の様々な課題が発生する。特に、地方財政においては、労働人口の減少による歳入減少と福祉負担の増加による歳出増加が予測されるため、より効率的な公共サービス拠点（以下では、単に施設と記す）の配置を行う必要がある。具体的な政策としては、需要量の減少に応じた施設の廃絶、サービス提供の効率化を意図した施設の統合、世代間の公共サービス需要量のミスマッチを失くす施設の用途転換等、の施設再編が考えられる。効率的かつ公平な施設再編を円滑に行うためには、施設再編が住民の立地や将来の施設配置等へ与える影響までも考慮した理論的な施設再編の手法を確立する必要がある。

(2) 本研究の目的

前節の背景を踏まえ、本研究は今後の公共サービス拠点の再編計画を決定するための理論的なフレームを提供することを意図している。具体的には「社会厚生最大等の目的関数を設定し、施設機能・規模を政策変数とし、将来の人口構造変化や住民の立地変更等の均衡制約条件の下で公共サービス拠点の最適配置を均衡制約付最適化(MPEC; Mathematical Programs with Equilibrium Constraints)で決定する」という目的をもった数理計画モデルを提示する。

(3) 本研究の位置づけ

配置問題に関する既往研究について概観すると、本研究は図-1で示した領域に位置づけられる。

Weberに始まる古典的な立地問題(例えば、岡部・鈴木(1992)を参照)では、人口構造固定、施設規模・機能固定の枠組みで施設の立地問題が展開され、Hottelingに始まる伝統的な商業立地問題(例えば、中村・田渕(1996)を

*キーワード：施設配置、均衡制約付最適化、人口構造

**学生員， 学士(工学)， 東京大学工学部社会基盤学科

***正会員， 博士(工学)， 東京大学大学院社会基盤学専攻

****正会員， 博士(情報科学)， 東京大学大学院社会基盤学専攻

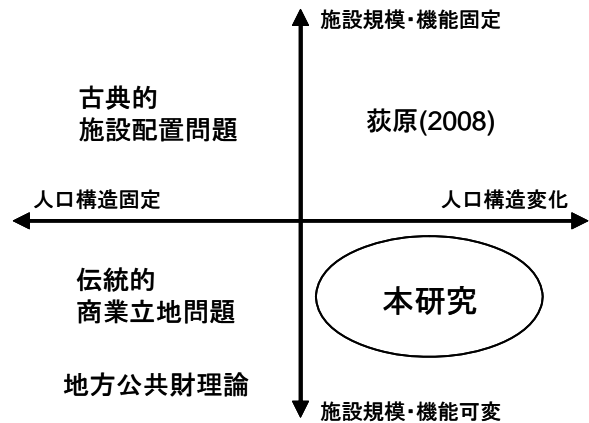


図-1 本研究の位置づけ

参照)やTiebout に始まる地方公共財理論(例えば、堀場(2008)を参照)では、人口構造固定、施設規模・機能変化の枠組みで分析が行われ、少子高齢化のような人口構造変化が考慮されていない。

人口構造変化に着目した研究としては、荻原(2008)「公共サービス供給の空間的再編施策に関する経済評価」の試みがあるが、これは施設規模・機能固定の枠組みで行われている。しかし、人口構造変化に対応して施設規模・機能を変更することはより効率性な再編計画を可能にする。そのため、本研究では施設規模・機能の変更を取り入れたモデルを構築する。

2. 一般モデルの構築

(1) 目的関数

一般モデルの目的関数は以下で表される。各変数については次節以降で説明する。

$$\min FC = \min_{q_m^l(t)} \sum_t \left(\frac{1}{(1+\gamma)^t} \right) \{TBC(t) + TRC(t)\} \quad (1a)$$

$$\min SC = \min_{q_m^l(t)} \sum_t \left(\frac{1}{(1+\gamma)^t} \right) \left[TBC(t) + TRC(t) + \sum_m \sum_i \sum_j \delta_{ij}^m N_i^l(t) \{p_{ij}^l + \omega^l \tau_{ij}\} y^{lm} \right] \quad (1b)$$

$$\max SW = \max_{q_m^l(t)} \sum_t \left[\left(\frac{1}{(1+\gamma)^t} \right) \sum_l N_l^l(t) V^l(t) \right] \quad (1c)$$

式(1a),(1b),(1c)は、それぞれ施設費用最小・社会費用最小・社会厚生最大の規範を表す。 γ は割引率である。これら3通りの目的関数を考える理由は、施設再編計画

に関しての意思決定責任を持つ主体が実際には複数タイプ想定され、そして、タイプ毎に計画立案の際に依拠する規範が異なると考えられるからである。

(2) 制約条件

a) 制約条件の定式化

本研究で考えるモデルでは、MPECの特徴(MPEC研究会編(2003)を参照)として、制約条件が均衡問題(Ueda et al(2009)を参照)となっている。

$$N^{l+1}(t+1) = (1 - \alpha^l)N^l(t) + O^l(t) \quad (2a)$$

$$N^0(t) = T \left(\frac{\alpha}{r} \right) \sum_R N^R(t-1)F \quad (2b)$$

$$N_i^l(t) (V^l(t) - V_i^l(t)) = 0 \quad (3a)$$

$$V^l(t) - V_i^l(t) \geq 0 \quad (3b)$$

$$N_i^l(t) \geq 0 \quad (3c)$$

$$R_i(t) (L_i^S(t) - L_i^D(t)) = 0 \quad (4a)$$

$$L_i^S(t) - L_i^D(t) \geq 0 \quad (4b)$$

$$R_i(t) \geq 0 \quad (4c)$$

$$L_i^D(t) = \sum_I S_i^l(t) N_i^l(t) \quad (4d)$$

$$I^m(t) = \{ i \mid i \in I, q_i^m(t) \neq 0 \} \quad (5a)$$

$$A_j^{lm}(t) = \{ i \mid i \in I, p_{ij}^l + \omega^l \tau_{ij} \leq p_{ih}^l + \omega^l \tau_{ih} \} \\ \text{for all } j, h \in I^m(t) \quad (5b)$$

$$q_j^m(t) \geq \theta^m \sum_{l \in A_j^{lm}(t)} \sum_{i \in I^m(t)} N_i^l(t) y^{lm} \\ \text{for all } j \in I^m(t) \quad (5c)$$

$$BC_i(t) = BC(Q(t), Q(t-1)) \quad (6a)$$

$$TBC(t) = \sum_i BC_i(t) \quad (6b)$$

$$RC_i(t) = \sum_m \{ RC(q_i^m(t), \phi^m) + \mu(Q_i(t)) RC_0(q_i^m(t)) \} \quad (7a)$$

$$TRC(t) = \sum_i RC_i(t) \quad (7b)$$

$$\sum_l \sum_m P^m N^l(t) y^{lm} + \sum_l N^l(t) c(t) = TBC(t) + TRC(t) \quad (8)$$

b) 人口構造変化

式(2a), (2b)はコホートモデルであり、各期の人口構造を表す。人口構造は、コホート $l \in I = \{\dots, l, \dots\}$ に分けられ、各世代の期間を施設の耐用年数と合わせて、 T 年間 ($T \approx 25 \sim 35$ 年程度) とする。そして、この T 年間で 1 期間とし期間中は人口が一定とする。

N^l はコホート l の人口、 α^l はコホートの T 年間の死亡率、 O^l は純流入人口、 N^R は再生産年齢コホート人口、 F は女性である割合、 α は合計特殊出生率、 r は再生産年齢コホート数である。

c) 立地均衡

式(3a),(3b),(3c)は一組として相補性条件を成し、住民が立地しているゾーンでの効用はいずれも均等化して $V^l(t)$ となり、それ以下の効用しか得られないゾーンに

住民は立地しないことを表す。

d) 土地需給均衡

式(4a),(4b),(4c)は一組として相補性条件を成し、ゾーン i での総土地需要量 $L_i^D(t)$ が総土地供給量 $L_i^S(t)$ と等しいときに土地価格 $R_i(t)$ が実現し、もし下回るときには土地価格が 0 となることを表す。そして式(4d)で、土地需要量 $L_i^D(t)$ とゾーン i におけるコホート l の一人当たりの土地需要量 $S_i^l(t)$ の関係を表す。

e) 施設規模・機能

今、圏域 I に M 種類の機能があるとし、ゾーン i の施設を $Q_i(t) = (q_i^1(t), \dots, q_i^m(t), \dots, q_i^M(t))$ で表す。 $q_i^m(t)$ は m 番目の機能の規模を表し、 $q_i^m(t)$ が 0 であるとき、その機能が存在しないことを表し、全ての m について $q_i^m(t)$ が 0 であるとき、そのゾーンに施設が存在しないことを表す。このとき、式(5a)で m 番目の機能が存在するゾーンの集合 $I^m(t)$ 、式(5b)で利用圏 $A_j^{lm}(t)$ は表す。さらに式(5c)が、これらのゾーンで公共サービスの供給量が総需要量を上回ることを表す。

ここで、 y^{lm} は利用頻度、 p_{ij}^l は交通料金、 τ_{ij} は交通時間、 ω^l は時間価値を表す。また、 θ^m は安全係数であり $1 \leq \theta^m$ とし、公共サービス供給量が総需要量に対してどれだけ余裕を持っていれば良いかを表す。需要量の変動幅が小さい学校等では 1 に近づき、変動幅が大きな病院等では大きくなる。

f) 施設費用

施設費用は、期首にかかる建物費用と期中にかかる運営費用の二つに分けて考えることができる。

式(6a)は、今期の公共サービス拠点の配置 $Q(t) = (Q_1(t), \dots, Q_i(t), \dots)$ と前期の公共サービス拠点の配置 $Q(t-1)$ により決まる建物費用 $BC_i(t)$ を表し、式(6b)は総建物費用 $TBC(t)$ を表す。建物費用が他のゾーンの施設の配置の影響を受けるのは、例えば今期ゾーン i に新しく施設を新設しゾーン j にあった同一の施設を廃止する場合、一部再利用できるためである、

また、運営費用 $RC_i(t)$ は可変費用と固定費用に分けられ、可変費用には規模の経済性 ϕ^m が、固定費用には範囲の経済性 $\mu(Q_i(t))$ が働く。ただし、 $0 \leq \phi^m, \mu(Q_i(t)) \leq 1$ とする。式(7a)で運営費用を表し、式(7b)で総運営費用 $TRC(t)$ を表す。

そして式(8)で、施設費用を住民が支払うサービス料金 P^m で賄い、赤字分は税金 $c(t)$ という形で住民が均等に負担していることを表す。

3. 単純モデルでの分析

(1) 単純モデルの構築

a)空間設定

対象とする経済は、2ゾーン（A, B）・2機能（機能1は必須機能、機能2は付加機能）・1コホートとし、対象圏域外との人口の流入出はないとする。

2ゾーンは施設の有無以外の諸条件は全て同一であるとし、ゾーン毎に全ての土地は不在地主が所有し、住民に土地を貸借で提供する。

2ゾーン・1コホートであることから、アクセス費用は、この住民がゾーンAB間を移動するときに要する一般化費用 a_{AB} であるとする。また、便宜的にサービス料金を0としても住民の施設費用の負担額は変わらない。

機能係数を1と仮定し、費用抑制のため機能規模は最小値であるとする。

以上の設定は下式で表される。

$$N(t) = (1 - \alpha)^t N(0) \quad (9a)$$

$$L_A^S = L_B^S = \bar{L} \quad (9b)$$

$$p_{AB} + \omega\tau_{AB} = a_{AB} \quad (9c)$$

$$P^m = 0 \quad (9d)$$

$$c(t) = \frac{TBC(t) + TRC(t)}{N(t)} \quad (9e)$$

$$q_i^m(t) = N_{A_i}^m(t)g^m \quad (9f)$$

単純モデルでの施設配置は以下のパターンに分類される。

- (a)単機能集中（ゾーンAに機能1）,
- (b)単機能分散（ゾーンA, Bに機能1）,
- (c)複機能集中（ゾーンAに機能1,2）,
- (d)異種特化（ゾーンAに機能1, ゾーンBに機能2）

b)効用関数の定式化

効用関数は式(10a)のような準線形効用関数を仮定し、所得 Y により制約条件式は式(10b)となる。2式から効用最大化で得られる土地需要換条件は式(10c)となる。

$$V_i(t) = \max_{S_i(t), Z_i(t)} \rho \ln S_i(t) + Z_i(t) + y^1 B^1 + \sigma y^2 B^2 \quad (10a)$$

$$R_i(t)S_i(t) + Z_i(t) + y^1 a_i^1 + \sigma y^2 a_i^2 + c(t) = Y \quad (10b)$$

$$S_i(t) = \frac{\rho}{R_i(t)} \quad (10c)$$

ここで、 $Z_i(t)$ は合成財、 a_i^m はゾーン i の機能 m へ

のアクセス費用を表す。そして、 σ は機能の有無を表し、ゾーン内にし施設が有るとき1、無いとき0となる。

c)均衡状態

構築した単純モデルを各施設配置について解くと、実現する各ゾーンの人口分布と均衡効用は表-1にまとめられる。そして、この結果をもとに分析を行っていく。

ここで、ゾーンAの人口は(c)複機能集中、(a)単機能集中、(d)異種特化、(b)単機能分散の順に大きく、ゾーンBの人口はその逆となっている。

(2) 分析結果

ここでは、一例として社会厚生最大を目的関数とした場合についての解析結果を見ていく。

まず、1期間（第0期）のときについて考える。ここでアクセス費用に着目し、他のパラメーターを同一水準に固定して、社会厚生とアクセス費用の関係を表すと、図-2のような一例が得られる。この図から、社会厚生最大を達成する施設配置は、アクセス費用が低下するにつれて、(b)単機能分散→(a)単機能集中→(c)複機能集中と変化していくことが分かる。これは個別に施設を持ち独立していた2ゾーンの間で交通整備によってアクセスが容易になり、施設が一方の都市に集約されていく現象を表しており、アクセス費用の低下が機能の利用圏を広げていくためである。(b)単機能分散→(a)単機能集中へと最適配置が変化するのは、機能1の利用圏が1ゾーンのみならず2ゾーンを賄えるだけに広がったため機能1を2つ持っている必要がなくなったためであり、(a)単機能集中→(c)複機能集中へと最適配置が変化するのは、機能2の利用圏が十分に広くなり需要が大きくなり採算

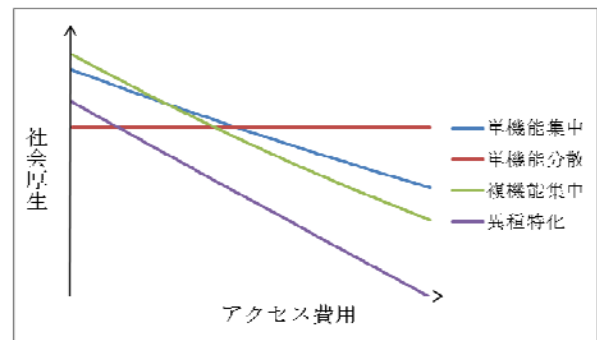


図-2 社会厚生とアクセス費用の関係

表-1 第 t 期の人口分布と均衡効用

施設配置	変数	ゾーンAの人口	ゾーンBの人口	均衡効用
		$N_A(t)$	$N_B(t)$	$\bar{V}(t)$
(a)単機能集中		$\frac{1}{\exp\{-y^1 a_{AB}/\rho\}+1} N(t)$	$\frac{\exp\{-y^1 a_{AB}/\rho\}}{\exp\{-y^1 a_{AB}/\rho\}+1} N(t)$	$\bar{V}^a(t) = V^*(t) + \rho \ln \left\{ \exp\left\{-\frac{y^1 a_{AB}}{\rho}\right\} + 1 \right\} - c^a(t)$
(b)単機能分散		$\frac{1}{2} N(t)$	$\frac{1}{2} N(t)$	$\bar{V}^b(t) = V^*(t) + \rho \ln 2 - c^b(t)$
(c)複機能集中		$\frac{1}{\exp\{-(y^1 + y^2) a_{AB}/\rho\}+1} N(t)$	$\frac{\exp\{-(y^1 + y^2) a_{AB}/\rho\}}{\exp\{-(y^1 + y^2) a_{AB}/\rho\}+1} N(t)$	$\bar{V}^c(t) = V^*(t) + \rho \ln \left[\exp\left\{-\frac{(y^1 + y^2) a_{AB}}{\rho}\right\} + 1 \right] - c^c(t) + y^2 B^2$
(d)異種特化		$\frac{1}{\exp\{-(y^1 - y^2) a_{AB}/\rho\}+1} N(t)$	$\frac{\exp\{-(y^1 - y^2) a_{AB}/\rho\}}{\exp\{-(y^1 - y^2) a_{AB}/\rho\}+1} N(t)$	$\bar{V}^d(t) = V^*(t) + \rho \ln \left[\exp\left\{-\frac{(y^1 - y^2) a_{AB}}{\rho}\right\} + 1 \right] - c^d(t) + y^2 (B^2 - a_{AB})$

が取れるようになったためである。また、(d)異種特化が最適配置とならないのは、2ゾーンの施設の有無以外の諸条件を同一にしているため、特化させるメリットがなく(c)複機能集中に集約させたほうがよくなってしまいうためである。現実には(d)異種特化にするメリットが発生するのは、例えばゾーンBに子供が多く機能2が小児科である場合であろう。

同様に人口に着目し、他のパラメーターを同一に保つと、社会厚生と人口の関係として図-3のようなパターンが一例として得られた。

図-3のような関係を前提として、次に2期間(0期+1期)での施設配置について考える。このとき、人口減少のみ起こる(総人口以外のパラメーターが2期間で一定である)とすると、図-3から0期と1期で1期間ずつ分けて考えると社会厚生最大となる施設配置が異なることがある。例えば、0期のみで考えると最適配置が(b)単機能分散、1期のみで考えると最適配置が(a)単機能集中の場合などである。このとき2期間で考えられる最適施設配置は(b)単機能分散→(b)単機能分散、(b)単機能分散→(a)単機能集中、(a)単機能集中→(a)単機能集中の3通りである。いずれが長期的に最適であるかの詳細な判定は各パラメーターの組合せによるので困難であるが、どのような場合にどのパターンになりやすいかという傾向に基づいて考えると、施設配置を容易に変更することが出来るときは(b)単機能分散→(a)単機能集中が、そして、1期の社会厚生が占める割合が小さい、つまり社会的割引率が大きいときや人口が急激に減少するときには(b)単機能分散→(b)単機能分散となることが最適解となる場合が多いと言える。(a)単機能集中→(a)単機能集中が最適解となるのは一般的ではないと考えられる。

4. おわりに

本研究は、人口減少を前提とし、機能・規模を考慮した公共サービス拠点の再編を数理モデルで一般化し、公共サービス拠点の最適な配置を決定する手法を確立した。構築した一般モデルを簡略化した単純モデルに定性

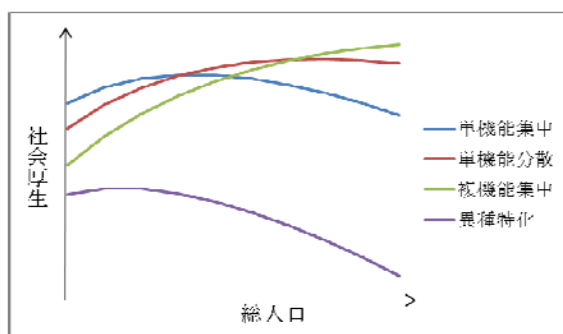


図-3 総人口とアクセス費用の関係

的な解析を行い、各要素が公共サービス拠点の配置に与える影響を例示した。

本研究で構築したモデルをより現実に近いようにするために、さらに詳細な検討を必要とする部分もある。ここでは今後取り組むべき課題をいくつか以下に挙げる。

- ①本モデルでは人口構造変化を想定しているが、人口減少社会で懸念されている生産力の低下には触れていない。それに伴う所得の変動を考える必要がある。
- ②本モデルでは移転費用やゾーン固有の立地魅力度を考慮せず、公共サービス拠点のみが立地に影響を与えている。それらを考慮する必要がある。
- ③本モデルでは各コホートが独立して行動を行っているが、現実では子供である若年層は親である中年層とともに立地選択を行っている。世帯構造を明示したモデルを考える必要性がある。

参考文献

- 1) 岡部篤行・鈴木敦夫, 最適配置の数理, 朝倉書店, 1992
- 2) 中村良平・田淵隆俊, 都市と地域の経済学, 有斐閣ブックス, 1996
- 3) 堀場勇夫, 地方分権の経済理論, 東洋経済, 2008
- 4) 荻原いなほ, 公共サービス供給の空間的再編施策に関する経済評価, 東京大学学士論文, 工学部社会基盤学科, 2008
- 5) MPEC研究会編, MPECにもとづく交通・地域政策分析, 中京大学経済学部附属経済研究所, 2003
- 6) Ueda, T., Tsutsumi, T., Muto, S. and Yamasaki, K., Computable Urban Economic Models in Japan, Proceeding of TRB, 2009

謝辞

本研究に関して貴重な御助言を下された京都大学・横松宗太, 千葉工業大学・佐藤徹治, 山梨大学・武藤慎一, 上智大学・中里透, 宇都宮大学・森本章倫, 日建設計総合研究所・川除隆広の各氏に、ここに記して感謝する。ただし、本稿の責は筆者らのみが負っている。