確率的動学マクロ経済アプローチによる交通基盤政策分析 *

Transportation Infrastructure Policy Analysis with Stochastic Dynamic Macroeconomic Model*

横松宗太**・上田孝行***
by Muneta YOKOMATSU** and Taka UEDA***

1. はじめに

都市における集積のメリットのひとつがミーティングの機会の拡大である．都市に立地すれば，小さな費用でミーティングを行うことができる．企業や個人はミーティングを行うことによって，新しい生産技術に関する知識や情報（以下，それらをまとめて「アイデア」と呼ぶ）を伝達したり，議論の中で新しいアイデアを生み出したりすることができる．Arrow[1]等はアイデアの公共財としての性格を明らかにし，Jones[2]等はアイデアこそが経済成長のエンジンであると指摘している．

そして小林他[3]等は，人々がいかに多くのミーティング機会を得ることができるかは交通インフラストラクチャの水準に依存していることを指摘している．またFujita et al.[4]等の新経済地理学の分野では，輸送費用と都市や周辺地域の形成の間の関係が詳細に分析されている．

その一方，社会の生産機能が空間的に集中することにはリスクが伴う．もし経済機能の集積地域で自然災害やテロが発生すれば，当該国全体の経済活動が大きなダメージを被ることになる．

本研究では交通基盤施設と空間的リスク分散の関係に着目する．交通機能が発達すると，離れて立地する主体がミーティングを行う機会が拡大する．経済主体の交流範囲によって都市の境界を捉えるとしたら，交通の発達によって，あたかも数々の小都市が一つの大都市に統合されたと見なすこともできよう．本研究では，交通基盤施設が高度化することによって，社会が生産拠点を空間的に拡散させて，属地的なリスクを分散させることができることを示す．そしてリスクの変化が消費・投資行動を通じて，マクロ経済成長に与える影響について分析する．

*キーワーズ：計画基礎論，交通インフラ，マクロ経済動学
**正会員　京都大学防災研究所　巨大災害研究センター
（〒611-0011　宇治市五ヶ庄
TEL 0774-38-4279, FAX 0774- 31-8294）
***正会員　東京大学大学院工学系研究科　社会基盤学専攻
（〒113-8656　東京都文京区本郷7-3-1
TEL/FAX 03-5841-6116）

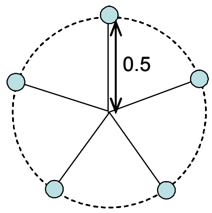

図-1　地域の空間配置と交通網（$J = 5$の場合）

2. モデル

実物1財経済を考える．対象とする1国は閉じており，N人の家計が居住するものと仮定する．人口成長は考えない．また当該国は対称的なJ地域によって構成されているとする．よって各地域にはN/J人の家計が居住し，同一の生産技術をもつ．なお各家計は他地域に移住しないものとする．さらに各地域は，**図**-1に示すように，直径1の円周上に等距離で配置されているものと仮定する．そして，交通施設は円の中心からの放射線上にのみ与えられているものとする．したがって任意の2地点間の移動距離は直径1に等しくなる．地域間交通には一律の費用が生じるものとする．地域間移動はミーティングによる知識や技術のシェアリングを目的として行われる．

地域j $(= 1, \cdots, J)$の生産は次式のような確率過程に従うものと仮定する．

$$dY_j(t) = F_j(K_j(t), H_j(t))dt + \sigma K_j(t)dz_j(t) \quad (1)$$

$dY_j(t)$は時点tにおける生産フローを表す[5]．（すなわち$Y_j(t)$を累積生産高として定義する．）右辺第1項はフローの確定的要素であり，$F_j(\cdot)$は単位時間あたりの期待生産率を意味する．$K_j(t)$は地域jの物的資本，$H_j(t)$は人的資本を表す．一方，第2項はボラティリティであり，各時点の生産へのショックを表す．

$dz_j(t)$ は標準ウィナー過程の増分を表す．$\sigma\ (>0)$ はパラメータであり，地域間で同一で，時間を通じて一定であるとする．したがって第2項は期待値0，分散 $(\sigma K_j(t))^2 dt$ の正規分布に従う．ショックの分布は資本蓄積の深化にしたがって拡大するものと仮定する．

関数 $F_j(\cdot)$ は次式で与えられるものと仮定する．

$$F_j(K_j, H_j) = K_j^{\alpha} H_j^{1-\alpha} \tag{2a}$$
$$H_j = A_j L_j = \frac{A_j N}{J} \tag{2b}$$
$$A_j = K_j + \sum_{i \neq j} \varepsilon K_i \quad (0 \leq \varepsilon \leq 1) \tag{2c}$$

A_j は地域 j の家計がもつ，生産技術に関する知識すなわちアイデアの水準を表し，労働拡大的に生産関数に作用するものとする．Arrow[1)]やRomer[6)]等，多くのLearning- by-Doingモデルでは，1) アイデアは各企業の物的資本形成の副産物であり，また2) アイデアは公共財であり，全ての企業が非競合的に利用することができる，したがって各企業が使用できるアイデアは社会全体の資本蓄積に比例すると想定している．本研究ではそれらの基本的想定を踏襲しつつ，2) の仮定を，他地域で開発されたアイデアにアクセスする場合には交通抵抗によって水準が ε の割合に減少すると修正する．ε はアイデアの地域間スピルオーバー効果を表すパラメータであり，交通基盤施設の機能が上がれば ε は大きくなる．$(1-\varepsilon)$ が1単位のアイデアを1単位の距離移動させる際のicebergコストと考えてもよい．

3. 空間リスクと経済成長

(1) 最適投資問題

本研究では社会的最適化問題を考える．地域が対称的であり，ショック dz_j がホワイトノイズであるので，最適経路上では任意の時点で全ての K_j が一致している．このとき地域 j のアイデア水準 A_j と1家計あたりの平均生産率 f_j は以下のように与えられる．

$$A_j = \{1 + \varepsilon(J-1)\} K_j \tag{3a}$$
$$f_j := \frac{F_j}{N} = M k_j \tag{3b}$$

ただし

$$k_j := \frac{K_j}{N},\ M := \left[\{1 + \varepsilon(J-1)\}\frac{N}{J}\right]^{1-\alpha} \tag{3c}$$

k_j は1家計あたりの地域 j の資本ストックを表す．モデルの簡単化のため，物的資本は減耗しないものと仮定する．$\hat{k} := k_j\ (j = 1, \cdots, J)$ とおくと，1家計の資産 a の蓄積過程は次式で与えられる．

$$\begin{aligned} da &= \sum_j \{f_j dt + \sigma k_j dz_j\} - c dt \\ &= M J \hat{k} dt + \sigma \hat{k} \sum_j dz_j - c dt \end{aligned} \tag{4}$$

c は消費水準を表す．さらに1家計あたりの1国全体の物的資本を k により表すと，閉鎖経済では $k = a = J\hat{k}$ が成立するので，k の蓄積過程は以下のように表される．

$$dk = (Mk - c)dt + \frac{\sigma}{J} k \sum_j dz_j \tag{5}$$

M は1国の物的資本 k の期待収益率であることがわかる．式(3c)より以下の関係を確認できる．

$$\varepsilon < 1 \text{のとき} \qquad \frac{dM}{dJ} < 0 \tag{6a}$$
$$\varepsilon = 1 \text{のとき} \qquad M = N^{1-\alpha} \ \ \text{i.e} \ \ \frac{dM}{dJ} = 0 \tag{6b}$$
$$\frac{dM}{d\varepsilon} > 0 \tag{6c}$$

すなわち交通インフラが不完全な水準にあるときには，地域数が増えるほど国全体の期待収益率は減少する．交通インフラが完全な水準になれば，期待収益率は地域数に依存しなくなり，ミーティング機会の点では国全体が一つの地域のようになる．

また，代表的家計は危険回避的とし，時点 t の効用関数を $U(c)\ (U' > 0, U'' < 0)$ により表す．社会的最適化問題は代表的家計の生涯期待効用最大化問題として以下のように表される．

$$\max_c EU := E\int_0^{\infty} U(c) e^{-\beta t} dt \tag{7}$$
$$\text{subject to eq.(5)}$$

ただし E は期待値操作，β は時間選好率である．現在期価値最適値関数 $\bar{V}(t, k(t))$ を次式により定義する．

$$\begin{aligned} \bar{V}(t, k(t)) = \max_c [&U(c) e^{-\beta t} dt \\ &+ E[\bar{V}(t + dt, k(t + dt))]] \end{aligned} \tag{8}$$

$\bar{V}(t, k(t))$ を $(t, k(t))$ の周りでテイラー展開すると，

$$\begin{aligned} \bar{V}(t + dt, k(t + dt)) &= \bar{V}(t, k(t)) \\ &+ \bar{V}_t dt + \bar{V}_k dk + \frac{1}{2}\bar{V}_{kk}(dk)^2 + o(dt) \end{aligned} \tag{9}$$

ただし右辺各項の下の添字は当該変数に関する偏微分を意味する．$o(dt)$ は dt より低い次元の微小項でありゼロに近似しえる．地域 i と地域 j のリスクの相関係数を ρ_{ij} と表すと，以下の関係が成立する．

$$dz_i dz_j = \text{cov}(dz_i, dz_j) = \rho_{ij} dt \tag{10a}$$
$$-1 \leq \rho_{ij} \leq 1, \quad \rho_{ii} = 1, \quad \sum_{i,j} \rho_{ij} \leq J^2 \tag{10b}$$

$(dk)^2$は次式のように整理される．

$$(dk)^2 = \left(\frac{\sigma}{J}k\right)^2 \sum_{i,j} \rho_{ij} dt \tag{11}$$

また，当該期価値最適値関数を$V(k(t))$と表し，$\bar{V}(t, k(t)) = V(k(t))e^{-\beta t}$が成立しているとしよう．式(9)-(11)を式(8)に代入して整理すると，Hamilton-Jacobi-Bellman(HJB)方程式が得られる．

$$\beta V = \max_c \left[U + V'\{Mk - c\} + \frac{1}{2}V''\left(\frac{\sigma}{J}k\right)^2 \sum_{i,j} \rho_{ij} \right] \tag{12}$$

右辺第3項が確率的最適化問題に特有な項である．危険回避選好より演繹される$V'' < 0$を考慮すると，$\sum_{i,j} \rho_{ij} > 0\ (< 0)$のとき，最適値関数$V$の値は小さくなる（大きくなる）．

(2) 経済成長率

1階の条件は次式のように導かれる．

$$U'(c) = V'(k) \tag{13}$$

資本の潜在価値は消費の限界効用に一致する．また$V'(k)$に伊藤のレンマを適用すると，

$$\begin{aligned} dV' &= V''dk + \frac{1}{2}V'''(dk)^2 \\ &= \left\{ V''(Mk - c) + \frac{1}{2}V'''\left(\frac{\sigma}{J}k\right)^2 \sum \rho_{ij} \right\} dt \\ &\quad + V''\frac{\sigma}{J}k \sum dz_j \end{aligned} \tag{14}$$

一方，HJB方程式(12)を最適経路上でkについて微分して次式を得る．

$$\begin{aligned} \beta V' &= V'M + V''\{Mk - c + \left(\frac{\sigma}{J}\right)^2 k \sum \rho_{ij}\} \\ &\quad + \frac{1}{2}V'''\left(\frac{\sigma}{J}k\right)^2 \sum \rho_{ij} \end{aligned} \tag{15}$$

式(14)(15)をまとめてV'''の項を消去し，式(13)と$dU' = dV'$, $U''c_k = V''$を考慮すると，以下のKeynes-Ramseyルールを得る．ただし$c_k := \partial c / \partial k$とし，式(13)より$c_k > 0$である．

$$\begin{aligned} \frac{dU'}{U'} &= \left\{ \beta - M - \frac{U''c_k}{U'}\left(\frac{\sigma}{J}\right)^2 k \sum \rho_{ij} \right\} dt \\ &\quad + \frac{U''c_k}{U'}\frac{\sigma}{J}k \sum dz_j \end{aligned} \tag{16}$$

正のショック($dz_j > 0$)により次時点の限界効用が現在時点から減少する，すなわち消費が増加する関係が示されている．期待値をとることによって，消費の期待成長率$\bar{g}_c$が次式のように求まる．

$$\bar{g}_c = \frac{E[dc/dt]}{c} = \gamma(M - \beta) - \frac{c_k}{c}\left(\frac{\sigma}{J}\right)^2 k \sum \rho_{ij} \tag{17}$$

ただし$\gamma := -U'/U''c$は異時点間代替弾力性を表す．$\sum_{i,j} \rho_{ij}$が大きくなるとき，消費の期待成長率は減少する．貯蓄がもたらす収益のリスクが大きくなると，危険回避選好によって早く消費してしまおうという動機が支配的となる．本モデルではリスクがkに比例することにより，この動機が，広く指摘されている予備的貯蓄[7)]の動機を上回ることになる．

(3) リスク分散効果

式(6a)では交通基盤施設水準εが1より小さいとき，物的資本kの期待収益率Mは地域数Jについて減少することをみた．本節では地域数増加によるリスク分散効果を検討する．若干厳密性を欠くが，ここでは代表的な数ケースを対象に，HJB方程式(12)の右辺第3項HJB_{R3}の表現を調べることとする．

Case 1) **全ての地域のリスクが独立なとき**

$\rho_{ii} = 1$, $\rho_{ij} = 0 (i \neq j)$であるので$\sum \rho_{ij} = J$，よって$HJB_{R3} = (1/2)V''(\sigma k)^2/J$になる．$J$の関数$V$への影響を無視するとすると，$HJB_{R3}$は地域数の増加により大きくなる（絶対値が小さくなる）．空間リスクが独立なとき，Jの増加はリスク分散効果を生む．

Case 2) **全ての地域のリスクが完全に相関するとき**

$\rho_{ij} = 1$より$\sum \rho_{ij} = J^2$，よって$HJB_{R3} = (1/2)V''(\sigma k)^2$になる．リスクに関して国全体がひとつの地域であることと等価であり，Jを増加させても，式(6a)の負の効果が増加するだけになる．

Case 3) **隣の地域のリスクとのみ相関をもつとき**

空間的な系列相関の1ケースとして，各地域jについて，隣の地域$j-1, j+1$のリスクとの相関係数が$\bar{\rho}$であり，ふたつ以上離れた地域との相関は無視できるほど小さいものとする．このとき$\sum \rho_{ij} = J(1+2\bar{\rho})$，よって$HJB_{R3} = (1/2)V''(\sigma k)^2(1+2\bar{\rho})/J$になる．$J$の増加によるリスク分散効果が働く．

Case 4) **向かいの地域と負の相関をもつとき**

地域数が偶数で，各地域が円周上の向かいの地域と-1の相関をもつ場合，$\sum \rho_{ij} = 0$となり，1国のマクロリスクがなくなる．このとき$HJB_{R3} = 0$であり，確実性下の動学問題と等価になる．$\sum \rho_{ij} = 0$となるような空間配置が実現すれば，空間リスクが独立のとき(Case 1)以上の分散効果が生まれる．

4. 交通基盤施設水準と地域数

(1) 関数の特定化

効用関数を次式のように特定化しよう．

$$U(c) := \frac{c^{1-\theta}}{1-\theta}, \quad (\theta \neq 1) \tag{18}$$

よって相対的危険回避度はθ，異時点間代替弾力性γは$1/\theta$となり，ともに消費水準cには依存せず一定と

なる．このとき当該期価値最適値関数は以下のように決まる．

$$V(k)=\frac{B^{-\theta}k^{1-\theta}}{1-\theta} \tag{19a}$$

ただし

$$B:=\frac{\beta-(1-\theta)M}{\theta}+\frac{1-\theta}{2}\left(\frac{\sigma}{J}\right)^2\sum\rho_{ij} \tag{19b}$$

最適消費水準$c(t)$と，消費と資本，GDP の期待成長率$\bar{g}_c$,$\bar{g}_k$,$\bar{g}_{GDP}$は次式のように導かれる．

$$c(t)=Bk(t) \tag{20a}$$

$$\begin{aligned}\bar{g}_c&=\bar{g}_k=\bar{g}_{GDP}\\&=\frac{M-\beta}{\theta}-\left(\frac{\sigma}{J}\right)^2\sum\rho_{ij}\end{aligned} \tag{20b}$$

各時点の消費は資本の一定割合となる．また$\sum F_j=MNk$より，GDP も資本に比例する．したがって消費と資本と GDP の期待成長率は一致する．またそれらは時間を通じて一定となる．

(2) 交通施設整備と地域数

地域数Jが 1 と 2 の場合の最適値関数と交通施設整備水準の関係を調べよう．1 地域システムと 2 地域システムの場合に，式(19a)(19b) で与えられる$V(k)$とBをそれぞれ$V_1(k)$,$V_2(k)$とB_1,B_2により表す．B_1,B_2は次式で与えられる．

$$B_1=\frac{\beta}{\theta}-\frac{(1-\theta)N^{1-\alpha}}{\theta}+\frac{1-\theta}{2}\sigma^2 \tag{21a}$$

$$\begin{aligned}B_2=&\frac{\beta}{\theta}-\frac{(1-\theta)N^{1-\alpha}}{\theta}\left(\frac{1+\varepsilon}{2}\right)^{1-\alpha}\\&+\frac{1-\theta}{2}\sigma^2\left(\frac{1+\rho_0}{2}\right)\end{aligned} \tag{21b}$$

ただしρ_0は地域 1 と地域 2 のリスクの間の相関係数を表す．ここでは多くの実証研究結果に従い，相対的危険回避度$\theta>1$の場合を対象にする．以下の条件が満たされるとき，2 地域システムの場合の最適値関数$V_2(k)$の方が大きくなる．

$$\varepsilon>\tilde{\varepsilon}(\theta,\sigma^2,\rho_0)\quad\Leftrightarrow\quad V_2(k)>V_1(k) \tag{22a}$$

ただし

$$\tilde{\varepsilon}(\theta,\sigma^2,\rho_0):=2\left\{1-\frac{\theta\sigma^2}{2N^{1-\alpha}}\left(1-\frac{1+\rho_0}{2}\right)\right\}^{\frac{1}{1-\alpha}}-1 \tag{22b}$$

$$\tilde{\varepsilon}(\theta,0,\rho_0)=1,\quad\tilde{\varepsilon}(\theta,\sigma^2,1)=1 \tag{22c}$$

$$\frac{\partial\tilde{\varepsilon}(\cdot)}{\partial\theta}<0,\quad\frac{\partial\tilde{\varepsilon}(\cdot)}{\partial(\sigma^2)}<0,\quad\frac{\partial\tilde{\varepsilon}(\cdot)}{\partial\rho_0}>0 \tag{22d}$$

したがって交通施設の整備水準ε (≤ 1)がある閾値$\tilde{\varepsilon}(\theta,\sigma^2,\rho_0)$より大きくなれば，地域間のミーティング機会が十分に確保されるため，2 地域にしてリスクを分散する場合の方が生涯期待効用水準は大きくなる．式(22c) より，リスクが存在しないときや，2 地域のリスクが完全に相関するときには，常に 1 地域の方が厚生が大きくなる．また式(22d) より，家計が危険回避的になるほど，地域リスクが大きくなるほど，閾値$\tilde{\varepsilon}$は減少する．一方，空間リスクの相関が高くなるほど閾値$\tilde{\varepsilon}$は増加し，要求される地域間交通インフラ水準は高くなることがわかる．

5. おわりに

本研究では経済成長理論のフレームワークを用いて，国の基幹的交通基盤の水準と長期的経済成長の関係について検討した．とりわけ交通インフラが地域間のミーティングの機会を保障することによって，経済拠点を拡散させて，災害やテロのような属地的リスクを分散できるメリットが発生する構造に関心を集中した．そして空間リスクの相関のタイプと，望ましい交通インフラ水準の整合性に関する示唆を得た．その一方，本研究は上記の結論を得るために可能な限りモデルを単純化しており，今後に多くの拡張の方向を残している．特に動学マクロ経済モデルを用いることの利点がより強く発揮されなければならない．例えば，地域数や経済圏のサイズを状態変数として扱ったり，長期的な交通基盤整備と財政政策を内生的に議論したりすることが課題となる．

参考文献

1) Arrow, K.J.: The Economic Implications of Learning by Doing, Review of Economic Studies, Vol.29, pp.155-173, 1962.
2) Jones, C.I.: Introduction of Economic Growth, W.W.Norton & Company, Inc., 1998.
3) 小林潔司，文世一，奥村誠，渡辺晴彦: 知識社会と都市の発展, 森北出版，1999.
4) Fujita, M., Krugman, P. and Venables, A.: The spatial economy, Cities, regions and international trade, MIT press, 1999.
5) Turnovsky, S.J.: Methods of Macroeconomic Dynamics, The MIT Press, 1995.
6) Romer, P.M.: Increasing Returns and Long-Run Growth, Journal of Political Economy, Vol.94, pp.1002-1037, 1986.
7) Leland, H.E.: Saving and Uncertainty: The Precautionary Demand for Saving, Quarterly Journal of Economics, Vol.82, pp.465-473, 1968.