

車両到着に関する相関を考慮した乗客配分モデルの開発*

Development of Transit Assignment Model Considering Correlation of Vehicles' Arrival*

嶋本寛^Ä・倉内文孝^{CE}・Schmöcker, Jan-Dirk[§]

By Hiroshi SHIMAMOTO^Ä・Fumitaka KURAUCHI^{CE}・Jan-Dirk SCHMÖCKER[§]

1. はじめに

高密度都市において公共交通は自動車交通と比較して一度に大量の乗客を運ぶことができるため社会の持続的発展ならびに環境問題への対応という観点から効率的な輸送機関であるとされている。しかし、多くの都市において公共交通の利用者数が伸び悩んでおり、その一因として待ち時間の存在があげられる。待ち時間が存在するため、頻度ベースでサービスが提供されている公共交通における最小旅行時間（あるいはコスト）経路は必ずしも乗車時間の短い経路とは限らず、次の車両到着に関する情報提供がされない場合の最小旅行時間経路は、「魅力的な経路集合（attractive lines）に含まれる経路集合の中から最初に到着した車両を利用する」ことであると示されており、attractive lines の決定問題は common lines problem¹⁾といわれている。Spiess *et al.*²⁾は common lines problem と利用者均衡問題を組み合わせた乗客配分モデルを提案し、さらに容量制約条件を組み入れたモデル（Kurauchi *et al.*³⁾, Cepeda *et al.*⁴⁾）や動的なモデルへの拡張（Schmöcker *et al.*⁵⁾）が行われている。

Spiess *et al.* のモデルやそれ以降提案された乗客配分モデルの多くは以下の5つの仮定を設定している；i) 乗客はランダムに到着する ii) 乗客は次の車両到着に関する情報がない iii) 車両到着間隔は各路線で独立な指数分布に従う iv) 駅間乗車時間は一定である v) 乗降時間にもなる発車遅れを考慮しない。条件 ii)を緩和するため、著者ら⁶⁾は2路線のネットワークにおいて次の列車到着に関する情報提供を考慮したモデルを提案し、Billi *et al.*⁷⁾, Gentile *et al.*⁸⁾はさらに一般的なケースのモデルを提案している。条件 v)を緩和するモデルはいくつか提案されている。Lam *et al.*⁹⁾は停留所における乗降時間を乗降客数の関数として実測データから推定し、運行頻度の関数として乗客配分モデルに組み入れている。Teklu *et al.*¹⁰⁾はマルコフ連鎖を用いて頻度ベースと時刻表ベース

を組み合わせた、Day-to-Day dynamics を考慮した乗客配分モデルを提案している。彼らのモデルにおいて乗客と車両の動きはマイクロシミュレーションにより表現されているため、乗降客数の増大による発車遅れは表現可能である。しかし、都市部のバスなどで問題となっている団子運転をネットワークレベルで明示的に考慮したモデルは非常に少ないといえる。

団子運転が発生する主な原因は、i)特定の車両への乗客の集中による乗降時間の増加、ii)特定の道路区間への車両の集中、の2点が考えられる。Newell and Pot¹¹⁾は単一の路線を対象に i)が原因の団子運転の形成過程について、何らかの原因でバスの到着が遅れた場合、そのバスに多くの乗客が乗車しさらなる遅れが生ずる一方で、後方のバスに乗車する乗客が少なくなるため乗降時間が短くなり、前後のバスの間隔が短くなることを数理的に示している。さらに筆者ら¹²⁾は乗客が経路選択可能なネットワークレベルにおいて ii)の影響による団子運転のみを表現した乗客配分モデルを提案している。本研究は筆者らの先行研究をさらに拡張し、ネットワークレベルにおいて両者の影響による団子運転を表現したモデル構築を試み、さらに構築したモデルを用いて団子運転にもなる経路選択の変化について考察することを目的とする。

2. 到着に関する路線相関を考慮した乗客配分モデル

本章では、車両到着に関する相関を考慮した乗客配分モデルの概要とその解法アルゴリズムについて述べる。

(1) モデル化の前提条件

モデル化にあたり、以下の前提条件を設定する。

1. バスサービスは頻度ベースで提供されており、その運行間隔は路線間の相関を持った確率密度関数に従う
2. 乗客はランダムにバス停に到着し、経路集合に含まれる路線のうち最初に到着する路線を利用する
3. バス停間所要時間は道路混雑によらず一定とする
4. 車両容量制約を考慮しない

(2) 経路選択確率の算出

ここでは、1-OD に対して n 本の路線が選択可能であ

* キーワーズ：ネットワーク解析，乗客配分，路線相関
Ä 正員，博士（工学），広島大学大学院国際協力研究科
（〒739-8529）東広島市鏡山 1-5-1, Tel: 082-424-6922,
shimamoto@hiroshima-u.ac.jp
CE 正員，博士（工学），岐阜大学工学部
§ 正員，MSc, CTC, 東京工業大学理工学研究科

り、乗客が停留所にランダムに到着し最初に到着した車両を利用すると仮定したとき、各路線の選択確率と目的地までの期待所要時間を求める。ただし、記号は以下のように定義する。

- K : Attractive line の集合 ($K=\{1,2,i,n\}$)
- t_k : 路線 k の乗車時間 ($\mathbf{t}=(t_1,t_2,i,t_n)^T$)
- $\mathbf{g}(\mathbf{x})$: 待ち時間を表す多次元確率密度関数
($\mathbf{x}=(x_1,x_2,i,x_n)^T$ は待ち時間を表すベクトル)

まず、路線 $i \in K$ が選択されることは路線 i の待ち時間が最小となる確率と等価であるので、路線 i の選択確率 p_i および目的地までの期待所要時間 $T(\mathbf{g},\mathbf{t})$ は次のように表せる。

$$p_i = \Pr(x_i = w_i) \cdot \Pr(w_i < x_j (j \neq i) | w_i) \\ = \int_{x_i=0}^{\infty} \left\{ \int_{x_1=x_i}^{\infty} \cdots \int_{x_{i-1}=x_i}^{\infty} \int_{x_{i+1}=x_i}^{\infty} \cdots \int_{x_n=x_i}^{\infty} \mathbf{g}(\mathbf{x}) dx_1 \cdots dx_{i-1} dx_{i+1} \cdots dx_n \right\} dx_i \quad (1)$$

$$T(\mathbf{g},\mathbf{t}) = \sum_{i \in K} \int_{x_i=0}^{\infty} \left\{ \int_{x_1=x_i}^{\infty} \cdots \int_{x_{i-1}=x_i}^{\infty} \int_{x_{i+1}=x_i}^{\infty} \cdots \int_{x_n=x_i}^{\infty} \mathbf{g}(\mathbf{x}) dx_1 \cdots dx_{i-1} dx_{i+1} dx_n \right\} dx_i \times (x_i + t_i) \quad (2)$$

しかし、式(1)、(2)は特殊な確率密度関数である場合を除いて解析的に解くことはもはや不可能である。そこで、本研究ではモンテカルロシミュレーションをベースとした、相関を持つ乱数を繰り返し発生させ、擬似的に路線間の相関を考慮した経路選択確率および期待所要時間を式(3)、(4)により計算する。

$$p_i \approx \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M N(i = \arg. \min_{j \in K} x_j^m) \quad (3)$$

$$T \approx \frac{1}{M} \sum_{m=1}^M \sum_{i \in K} N(i = \arg. \min_{j \in K} x_j^m) \cdot (x_i^m + t_i) \quad (4)$$

ただし、 x_i^m は m セットにおける路線 i の待ち時間を表す乱数であり、 $N(\cdot)$ は (\cdot) を満たす乱数のセット数である。

(3) 相関を持つ乱数の発生

本節では相関のある n セットの乱数の発生手順について述べる。詳細は参考文献^{12), 13)}を参照されたい。まず、所与の相関係数行列 $[\sigma_{ij}]$ ($i=1,2,i,n, j=1,2,i,n$) の各要素に対して、乱数が従う分布により規定される値 (正規分布、指数分布に従う場合はそれぞれ 1, 1.107) を掛けた行列を作成し、それに対して Cholesky 分解により下三角形行列 $[c_{ij}]$ ($i=1,2,i,n, j=1,2,i,n$) を求める。次に、 n 個の独立な標準正規乱数 $\{r_1^*, r_2^*, i, r_n^*\}$ を発生させ、式(5)により互いに相関のある標準正規乱数 $\{r_1, r_2, i, r_n\}$ を計算する。

$$r_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} r_j^* \quad (5)$$

そして以下に示す変換式によりもとの分布に従う相関のある乱数 $\{x_1, x_2, i, x_n\}$ に変換する。

$$x_i = F_i^{-1}[\Phi(r_i)] \quad (6)$$

ただし、 F_i , Φ はそれぞれもとの分布、標準正規分布に従う累積分布関数である。なお、Cholesky 分解が実行可能であるためには、相関係数行列 $[\rho_{ij}]$ が正定値行列である必要がある。

(4) 相関係数の内生化

前節で述べた方法で乱数を発生させるにあたり、相関係数が必要である。筆者らの先行研究¹²⁾では外生的に与えているが、本研究ではバス停において乗降客数が増加すれば乗降に時間がかかり、その結果定時性が低下すると考える。本モデルの枠組みでは、相関係数が大きくなるほど複数のバスがまとまって走行するようになり、結果として定時性の低下を表している¹²⁾ことを考慮して、バス停 k における路線 m と l の相関係数を乗降客数により式(7)のように規定する。

$$\sigma_{ml}^k = \begin{cases} 2 \cdot \frac{1}{1 + v_{ml}^k \exp\{-\kappa_{ml}^k (x_{al(l)}^k + x_{al(m)}^k + x_{b(m)}^k + x_{b(l)}^k)\}} - 1 & (\delta_{ml}^k = 1) \\ 0 & (\delta_{ml}^k = 0) \end{cases} \quad (7)$$

なお、式(7)の第1項はロジスティック曲線を2倍したものである。 δ_{ml}^k はバス停 k において路線 m と l が同一系統であれば1を、そうでなければ0をとる変数であり、後述するようにケーススタディで同一路線内のみの相関関係を考慮するために導入した。また $x_{al(0)}^k$, $x_{b(0)}^k$ はそれぞれバス停 k , 路線 l における乗車、降車人数であり、 κ_{ml}^k , v_{ml}^k はそれぞれ乗車・降車人数に対するスケールパラメータと特定の道路区間への車両集中など乗車・降車人数以外の影響に対するスケールパラメータである。したがって式(7)において σ_{ml}^k は-1 から 1 の間の値をとるが、乗車人数・降車人数の合計大きいほど1に近づく、すなわち定時性が低下することになる。

(5) 均衡問題としての定式化と解法

式(1)において経路選択確率は各路線の待ち時間を表す確率密度関数 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ の関数である。また式(7)に示すように $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ における路線間の相関係数 σ_{ml}^k はバス停における乗車・降車人数の関数として定義しているが、バス停における乗車・降車人数は経路選択確率の関数である。すなわち、式(1)における右辺は経路選択確率ベクトル \mathbf{p} の関数となる。以上を踏まえて、本研究で構築する乗客配分モデルは以下の不動点問題として定式化できる。

$$\mathbf{p} = \mathbf{h}^k(\mathbf{p}) \quad (8)$$

ただし、 \mathbf{h}^k はバス停 k ごとに定義される式(1)と式(7)の \mathbf{p} に関する合成関数である。ただし式(7)が乗客フロー \mathbf{x} に関して連続ではなくブラウワーの不動点定理¹⁴⁾が成り立たないため、理論的に均衡解の存在を示すことはできな

いため、本研究では数値的に均衡するか否かを確認する。

本研究では構築した乗客配分問題を、以下に示すような逐次平均法により解く。

(Step0) $n=0$, $\mathbf{x}^{(n)}=\mathbf{0}$ とする

(Step1) 式(7), (3)から経路選択確率 \mathbf{p} を計算する

(Step2) 経路選択確率 \mathbf{p} にしたがって、マルコフ連鎖により乗客をネットワークに配分し³⁾, \mathbf{x}^{temp} を算出する

(Step3) $\mathbf{x}^{(n+1)} = (1-1/n) * \mathbf{x}^{(n)} + 1/n * \mathbf{x}^{temp}$ により \mathbf{x} を更新する

(Step4) $\mathbf{x}^{(n+1)}$ が $\mathbf{x}^{(n)}$ に十分近ければ計算終了, そうでなければ $n=n+1$ として(Step1)に戻る

3. ケーススタディ

(1) 計算条件

構築したモデルを図 1 に示す 2 路線の単純ネットワークに対して適用する。各路線の平均運行頻度、所要時間は図中に示した通りである。また、Line I と Line II 間では別の道路上を走行しているなどのために相関が生じないと仮定し、さらに Line I および Line II 内の到着に関する相関を表現するために、各路線を仮想的に 2 本の路線として計算する。なお、図 1 において乗車可能な停留所が 1 つしかなく、また到着に関する相関を同一路線内で仮想的に設定した 2 本のリンクのみで発生させているため、簡単のため以下では式(7)における相関係数およびパラメータを σ_l , κ_l , v_l ($l=1,2$) と表す。

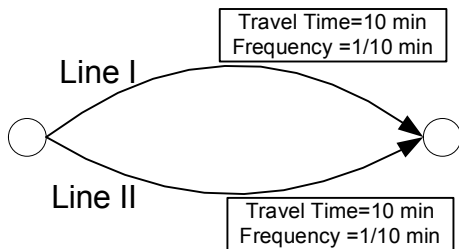


図 1 計算対象ネットワーク

(2) 収束性の確認

構築したモデルの収束性を確認するために、需要を 100 (人/分), 式(7)において $\kappa_1=0.05$, $v_1=10$, $\kappa_2=0.1$, $v_2=10$ として繰り返し計算回数とフロー誤差の関係を図 2 に示す。なお、フロー誤差は以下の式で定義されるものである。

$$FE^{(n)} = \sum_{i=1}^N \sqrt{(x_i^{(n+1)} - x_i^{(n)})^2} \quad (9)$$

ただし N はリンク数, $x_i^{(n)}$ は n 回目の繰り返し計算におけるリンク i のフローである。図 2 を見ると、繰り返し計算とともに概ねフロー誤差は小さくなっており、提案した手法により均衡解が得られたといえる。

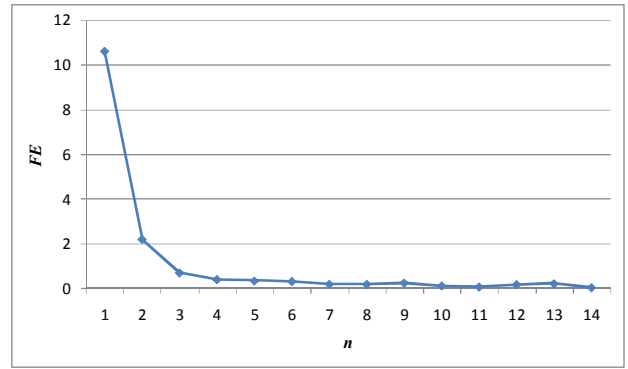


図 2 繰り返し計算回数とフロー誤差の関係

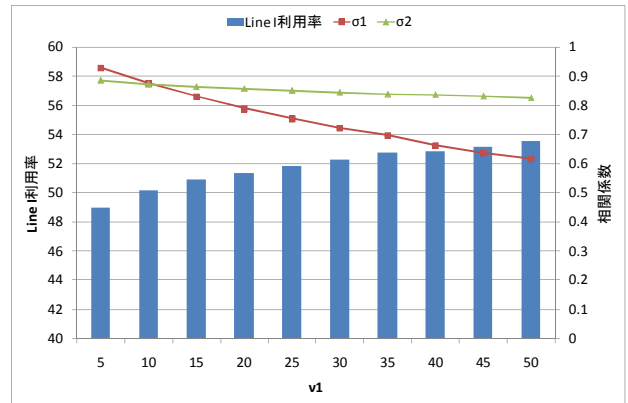


図 3 v_1 と Line I 利用率の関係

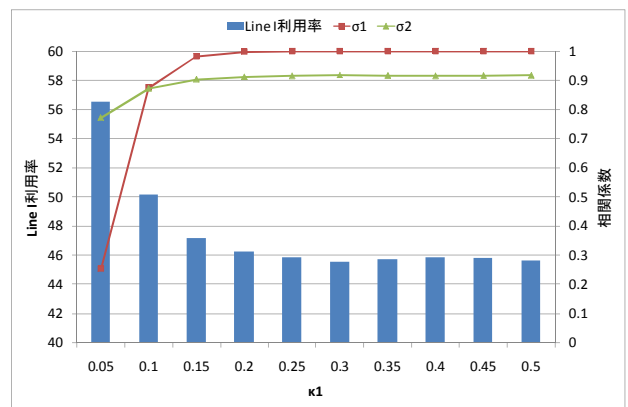


図 4 κ_1 と Line I 利用率の関係

(3) 相関を表すパラメータと経路選択確率の関係

まず、旅客需要を 100 (人/分) に、式(7)におけるパラメータ κ_2 , v_2 をそれぞれ 0.1, 10 に固定して κ_1 , v_1 を変化させたときの経路選択確率を比較する。

図 3 は κ_1 を 0.1 としたときの v_1 と Line I 利用率の関係である。式(7)の定義から v_1 が大きくなるにつれ σ_1 が小さくなり、結果として Line I の利用率はやや上昇している。また、Line II に関するパラメータは固定であるが、相対的に Line II の利用率が低下しているため、 σ_2 もわずかに減少している。図 4 は v_1 を 10 としたときの κ_1 と Line I

利用率の関係である。式(7)の定義から κ_1 が大きくなるにつれ σ_1 が大きくなり、結果としてLine Iの利用率が低下している。また κ_1 が0.2より大きくなると σ_1 がほぼ1.0であり、Line Iにおいて2台の車両が完全に連なって走行している状態となっていることがわかる。

(4) 旅客需要と経路選択確率の関係

次に、式(7)におけるパラメータ $\kappa_l, v_l (l=1,2)$ を固定して旅客需要を変化させたときの経路選択確率を比較する。

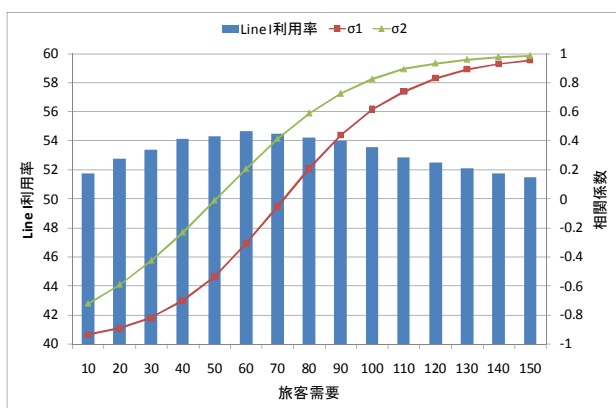


図5 旅客需要とLine I利用率の関係
($\kappa_1=0.1, v_1=50, \kappa_2=0.1, v_2=10$)

図5に結果を示す。なお、パラメータは同一の需要に対してLine Iの相関係数が小さくなるように、すなわちLine Iのほうが団子運転が発生しにくいように設定している。旅客需要が小さいときは相関係数の差が小さいためLine Iの利用率は50%に近いが、旅客需要が増えるに従い相関係数の差が大きくなりLine Iの利用率が増えていることがわかる。ところが、旅客需要が60(人/分)から増えるに従いLine IIの相関係数が上限値である1.0に収束し、Line Iのそれも増加して両者の差が小さくなりLine Iの利用率が低下している。すなわち、旅客需要が小さいときはLine IIの定時性低下が顕著になりLine Iの利用率が上昇するが、旅客需要が十分に大きくなると両路線とも定時性が低下して、再びLine Iの利用率が50%に近づくことを表しているといえる。

4. おわりに

本研究では、団子運転が及ぼす影響の表現を目的として、ネットワークレベルにおいて車両到着に関する相関を明示的に考慮できる乗客配分モデルを構築した。構築したモデルでは相関係数を乗降客数の関数として表現し、不動点問題として定式化した。さらに単純ネットワークにおいて構築したモデルの性能評価を行い、旅客需要によって経路選択確率が変化することを確認した。

今後の課題として、車両容量制約条件を追加して混雑

効果を考慮する余地がある。また、旅客需要と相関係数の間の関係について、理論的に均衡解が存在し、また現実の状況に合致するような関数形およびパラメータを設定する余地があるといえる。

謝辞：本研究は科学研究費補助金20760349(若手研究B, 研究代表者・嶋本寛)および20656080(萌芽研究, 研究代表者・倉内文孝)の援助により行われているものである。ここに記し、感謝の意を示します。

参考文献

- 1) Chriqui, C. and Robillard, P.: Common Bus Lines, *Transportation Science*, **9**, pp. 115-121, 1975.
- 2) Spiess, H. and Florian, M.: Optimal Strategies: A New Assignment Model for Transit Networks, *Transportation Research*, **23B**, pp. 83-102, 1989.
- 3) Kurauchi, F., Bell, M.G.H. and Schmöcker, J.-D.: Capacity Constrained Transit Assignment with Common Lines, *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, 2-4, 309-327, 2003.
- 4) Cepeda, M., R. Cominetti, and M. Florian: A Frequency-based Assignment Model for Congested Transit Networks with Strict Capacity Constraints: Characterization and Computation of Equilibria, *Transportation Research*, **42B**, 437-459, 2006.
- 5) Schmöcker, J.-D., Bell, M.G.H. and Kurauchi, F.: A Quasi-dynamic Capacity Constrained Frequency-based Transit Assignment Model, *Transportation Research*, **42B**, 925-945, 2008.
- 6) Shimamoto, H., Kurauchi, F. and Iida, Y.: Evaluation on Effect of Arrival Time Information Provision Using Transit Assignment Model, *International Journal of ITS Research*, **3**, 11-18, 2005.
- 7) Billi, C., Gentile, G., Nguyen, S. and Pallottino, S.: Rethinking the wait model at transit stops, *Proceedings of TRISTAN-Workshop*, Guadelupe, 2004
- 8) Gentile, G., Nguyen, S. and Pallottino, S.: Route Choice on Transit Networks with Online Information at Stops, *Transportation Science*, **39**(3), 289-297, 2005.
- 9) William H. K. Lam, Jing Zhou and Zhao-han Sheng: A Capacity Restraint Transit Assignment with Elastic Line Frequency, *Transportation Research*, **36B**, 919-938, 2002
- 10) Taklu, F., Watling, D. and Connors, R.: A Markov Process Model for Capacity Constrained Transit Assignment, *Transportation and Traffic Theory 17*, edited by R. E. Allsop, M. G. H. Bell and B. G. Heydecker, 483-505, Elsevier, 2007.
- 11) Newell, G. F. and R. B. Potts: Maintaining a Bus Schedule, *Proceedings of the 2nd ARRB Conference*, **1**, 388-393, 1964.
- 12) Shimamoto H., Kurauchi F., Schmöcker, J.-D. and Bell, M. G. H.: Transit Assignment Model Considering the Inter-dependent of Each Line's Arrival, *Proceedings of the 11th International Conference on Advanced Systems for Public Transportation*, accepted, 2009
- 13) Che-Hao, Chang, Yeou-Koung Tung, Jinn-Chuang Yang: Monte Carlo Simulation for Correlated Variables with Marginal Distribution, *Journal of Hydraul.*, ASCE, **120**(3), pp. 313-331, 1994
- 14) 福島雅夫：非線形最適化の基礎，朝倉書店，2001