移動時間信頼性を考慮した需要変動型交通配分モデルに関する一考察*

A discussion on a traffic assignment model with variable demand considering travel time reliability*

内田賢悦**・加賀屋誠一****

By Ken'etsu UCHIDA**・Seiichi KAGAYA***

1. はじめに

これまでの経路選択を考えるネットワークモデルにおいては，移動時間に関しては，その平均のみが評価値として用いられてきた．これは，経路選択あるいは配分交通量推計のみならず，発生・集中交通量推計，分布交通量推計，機関選択率推計においても同様である．近年，交通フロー，交通容量等のネットワーク変数を確率変数として捉えるモデル構築が行なわれ，その結果，移動時間の平均だけではなく，移動時間信頼瀬の指標としても用いられる分散（または標準偏差）も経路選択における評価値として採用するモデルもいくつか提案されている．移動時間信頼性を交通プロジェクトの便益評価項目に採用している国もあり，その重要性は認識されつつある．一方，交通量配分における需要変動型モデルでは，平均移動時間の関数として，OD 交通量を表現している．こうしたモデルの自然な拡張として，移動時間の平均および分散の関数として OD 交通量を表現することも考えられる．

本研究では，移動時間の平均と分散を考慮した，需要変動型交通配分モデルの定式化を行ない，簡単な例を用いて得られた経路選択・需要変動特性について報告する．

2. モデルの定式化

(1) 仮定

本研究では，経路移動時間の平均および分散は，それぞれ，その経路を構成するリンク移動時間の平均および分散の和として表現できると仮定する．すなわち，リンク間の移動時間には相関がなく，互いに独立して分布しているものとする．したがって，本研究で対象とする交通配分モデルでは，経路フローを確率変数として扱うのではなく，たとえば，リンク交通容量を確率変数として捉え，リンク間の交通容量に相関関係が存在しないと仮定したモデルを前提とする．さらに，リンク移動時間の平均および分散は，そのリンク交通量のみの関数として与えられるものと仮定する．

(2) 定式化

上述した仮定では，リンク a の移動時間の平均および分散を t_a，σ_a^2 とすると，それぞれ式(1)，式(2)で与えられる．

$$t_a = t_a(v_a) \quad \forall a \in \mathbf{A}, \tag{1}$$

$$\sigma_a^2 = \sigma_a^2(v_a) \quad \forall a \in \mathbf{A}. \tag{2}$$

ここで v_a，$\mathbf{A}$ は，それぞれリンク a の交通量，リンクの集合である．また，OD ペア $od \in \mathbf{\Pi}$ （$\mathbf{\Pi}$ ：OD ペアの集合）間の k 番目経路の移動時間 Ξ_k^{od} の平均と分散は，それぞれ式(3)，式(4)で与えられる．

$$E\left[\Xi_k^{od}\right] = \xi_k^{od} = \sum_{a\in\mathbf{A}} t_a \cdot \delta_{ak}^{od} \quad \forall k \in \mathbf{K}_{od}, \forall od \in \mathbf{\Pi}, \tag{3}$$

$$\mathrm{var}\left[\Xi_k^{od}\right] = \sigma_{od,k}^2 = \sum_{a\in\mathbf{A}} \sigma_a^2 \cdot \delta_{ak}^{od} \quad \forall k \in \mathbf{K}_{od}, \forall od \in \mathbf{\Pi}. \tag{4}$$

ここで δ_{ak}^{od} は，OD ペア od 間の k 番目の経路にリンク a が含まれる場合に 1，それ以外のときに 0 をとる変数であり，また，$\mathbf{K}_{od}$ は OD ペア od 間の経路集合である．一方，ネットワーク上の総移動時間の平均と分散は，それぞれ式(5)，式(6)で与えられる．

$$\sum_{a\in\mathbf{A}} t_a \cdot v_a = \sum_{a\in\mathbf{A}} \int_0^{v_a} t_a(w) + \frac{dt_a(w)}{dw} dw \tag{5}$$

$$\sum_{a\in\mathbf{A}} \sigma_a^2 \cdot v_a = \sum_{a\in\mathbf{A}} \int_0^{v_a} \sigma_a^2(w) + \frac{d\sigma_a^2(w)}{dw} dw \tag{6}$$

この場合，システム最適配分に総移動時間の分散に関する制約を新たに加えた問題は，以下に示すように定式化される．

$$\min \quad \hat{z} = \sum_{a\in\mathbf{A}} t_a \cdot v_a, \tag{7}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{a\in\mathbf{A}} \sigma_a^2 \cdot v_a \le \hat{\theta}, \tag{8}$$

$$\sum_{k\in\mathbf{K}_{od}} f_k^{od} = q^{od} \quad \forall od \in \mathbf{\Pi}, \tag{9}$$

$$v_a = \sum_{od\in\mathbf{\Pi}} \sum_{k\in\mathbf{K}_{od}} \delta_{ak}^{od} \cdot f_k^{od} \forall a \in \mathbf{A}. \tag{10}$$

ここで q^{od} は，OD ペア od 間の OD 交通量であり，f_k^{od} は，

*キーワード　交通配分，確率変動

**正会員　博（工）　北海道大学大学院工学研究科
（札幌市北区北 13 条西 8 丁目，Tel 011-706-6211，Fax 011-706-6211）
****フェロー　学博　北海道大学大学院工学研究科
（札幌市北区北 13 条西 8 丁目，Tel 011-706-6210，Fax 011-706-6211）

ODペアod間のk番目の経路交通量である．また，$\hat{\theta}$は，外生的に与えられる総移動時間の分散制約を表す定数である．ここで，分散制約があるため，それぞれのDOペア間は，移動時間の平均，分散がそれぞれη_{od}（定数），0で与えられるダミーリンクで結ばれているものとする．その結果，分散制約が効いてくると，一部のOD交通量はこのダミーリンクを流れることになる．上述した問題のラグラジアン関数は，ラグラジアン乗数$\hat{\gamma}$，$\hat{u}_{od}(\forall od \in \mathbf{\Pi})$を導入して，式(11)で与えられる．

$$\hat{l} = \sum_{a \in \mathbf{A}} t_a \cdot v_a + \hat{\gamma} \cdot \left(\sum_{a \in \mathbf{A}} \sigma_a^2 \cdot v_a - \hat{\theta} \right) + \sum_{od \in \mathbf{\Pi}} \hat{u}_{od} \cdot \left(q^{od} - \sum_{k \in \mathbf{K}_{od}} f_k^{od} \right). \tag{11}$$

この最適性条件は，式(12)で与えられる．

$$f_k^{od} \cdot \left(\hat{\xi}_k^{od} + \hat{\gamma} \cdot \hat{\sigma}_{od,k}^2 - \hat{u}_{od} \right) = 0,\ f_k^{od} \geq 0$$
$$\text{and } \hat{\xi}_k^{od} + \hat{\gamma} \cdot \hat{\sigma}_{od,k}^2 - \hat{u}_{od} \geq 0 \quad \forall k \in \mathbf{K}_{od}, \forall od \in \mathbf{\Pi}, \tag{12}$$

$$\text{where } \hat{\xi}_k^{od} = \sum_{a \in \mathbf{A}} \left(t_a(v_a) + \frac{dt_a(v_a)}{dv_a} \right) \cdot \delta_{ak}^{od}, \tag{13}$$

$$\hat{\sigma}_{od,k}^2 = \sum_{a \in \mathbf{A}} \left(\sigma_a^2(v_a) + \frac{d\sigma_a^2(v_a)}{dv_a} \right) \cdot \delta_{ak}^{od}. \tag{14}$$

上述の最適性条件は，経路の評価値は，$\hat{\xi}_k^{od} + \hat{\gamma} \cdot \hat{\sigma}_{od,k}^2$によって与えられ，利用される経路の評価値は，$\hat{u}_{od}$に等しく，利用されない経路のそれより小さいかせいぜい等しいことを示しており，システム最適配分に対して，移動時間の分散の影響が導入されていることがわかる．また，OD間を結ぶダミーリンクを流れる交通量は，交通行動を取りやめたものと解釈すると，移動時間の平均と分散により，実ネットワークを流れるOD交通量の変動が表現されることがわかる．一方，総移動時間制約に関するラグランジュ乗数$\hat{\gamma}$は，目的関数（式(7)），分散制約（式(8)）の下で計測される時間価値（$\hat{\tau}$）と移動時間信頼性の価値（$\hat{\omega}$）の比となっていると解釈でき，式(15)で表現される．

$$\hat{\gamma} = \frac{\hat{\omega}}{\hat{\tau}} \tag{15}$$

このシステム最適配分は，移動時間の平均および分散に関する社会的限界費用をドライバーに課すことによって実現される状態を計算している．

同様な考え方により，利用者均衡型モデルも導出することができる．各OD間を結ぶダミーリンクを設定するのは，システム最適配分と同様であるが，この配分モデルは，以下の通り定式化できる．

$$\min \quad z = \sum_{a \in \mathbf{A}} \int_0^{v_a} t_a(w)dw, \tag{16}$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{a \in \mathbf{A}} \int_0^{v_a} \sigma_a^2(w)dw \leq \theta \tag{17}$$

(9) and (10).

ここでθは，外生的に与えられる定数である．この問題のラグラジアン関数，最適性条件は，ラグラジアン乗数をγ，$u_{od}(\forall od \in \mathbf{\Pi})$とし，それぞれ式(18)，式(19)で与えられる．

$$l = \sum_{a \in \mathbf{A}} \int_0^{v_a} t_a(w)dw + \gamma \cdot \left(\sum_{a \in \mathbf{A}} \int_0^{v_a} \sigma_a^2(w)dw - \theta \right) + \sum_{od \in \mathbf{\Pi}} u_{od} \cdot \left(q^{od} - \sum_{k \in \mathbf{K}_{od}} f_k^{od} \right). \tag{18}$$

$$f_k^{od} \cdot \left(\xi_k^{od} + \gamma \cdot \sigma_{od,k}^2 - u_{od} \right) = 0,\ f_k^{od} \geq 0$$
$$\text{and } \xi_k^{od} + \gamma \cdot \sigma_{od,k}^2 - u_{od} \geq 0 \quad \forall k \in \mathbf{K}_{od}, \forall od \in \mathbf{\Pi}. \tag{19}$$

最適性条件から，経路の評価値は，$\xi_k^{od} + \gamma \cdot \sigma_{od,k}^2$によって与えられ，移動時間の平均および分散に関する私的限界費用のみが反映されていることがわかる．一方，ラグランジアン乗数γは，目的関数（式(16)），分散制約（式(17)）の下で計測される時間価値（τ）と移動時間信頼性の価値（ω）により，式(15)と同形式で表現できる．

3. 数値計算例

ここでは，簡単な例を用いた計算例を示す．対象ネットワークには，1つのODペア間に2本の経路があり，経路1，経路2の移動時間の（平均，分散）は，それぞれ(5, 5)，(7, 2)で一定であると仮定した．また，ダミーリンクの移動時間の平均は$\eta_{od} = 10$，OD交通量は1台と仮定した．**図1**は，分散制約を0から5まで変化させた場合の経路選択確率を示している．分散制約が2から5の間では両経路が利用され，それ以下になると，分散の小さい経路2のみが利用されるが，一部のOD交通量は，ダミーリンクを流れるようになることがわかる．限定的な設定と簡単なネットワークを用いた例であるが，分散制約の変化に対する経路選択率の関係が示された．

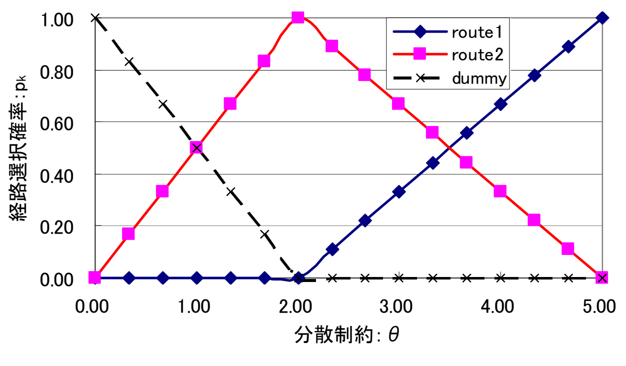

図1. 経路選択率.