

# 顧客間の複数経路を考慮した配車配送計画問題に関する研究\*

## Vehicle Routing Problem with Time Windows and Multiple Paths between Customers\*

中村有克\*\*・谷口栄一\*\*\*・山田忠史\*\*\*\*・安東直紀\*\*\*\*\*

By Yuki NAKAMURA\*\*・Eiichi TANIGUCHI\*\*\*・Tadashi YAMADA\*\*\*\*・Naoki ANDO\*\*\*\*\*

### 1. はじめに

近年、経済の発展に伴い人間の生活行動は多様になっている。人々の多様な生活を支える物流活動も多様化せざるを得なくなっている。たとえば、ITの普及に伴うeコマースの浸透やJust-in-Time輸送をはじめとする高度な物流サービスの要求など、物流システムの変革が求められている。一方、配送活動を行う企業は、これらの要望に応えるため多頻度・小口配送を増加させており、しばしば非効率な配送活動が行われている。しかしながら、昨今の道路交通混雑、大気汚染、原油高などの問題により、貨物輸送の一層の効率化は重要な課題となっている。

貨物車交通の効率化を検討する手法の一つに配車配送計画問題が挙げられる。配車配送計画問題は、ユークリッド平面において適用されることが多く<sup>1)</sup>、現実的な交通ネットワークへの適用例は少ない。その理由として、交通ネットワークのリンク所要時間が変動することなどに起因する問題の複雑化が挙げられる。しかしながら、近年のコンピュータ技術の発展や解法に関する理論的な進展により、複雑かつ現実的な問題への適用が可能となってきていると考えられる。

本研究では、現実的な交通ネットワークへの適用を考慮して、配車配送計画問題の定式化を行う。具体的には、顧客間の経路選択について、所要時間以外の要因（たとえば、高速道路料金）を考慮できるように、配車配送計画問題を定式化する。その際に重要となるのは、配車配送計画問題における時間枠制約が、所要時間に影響を受けるため、所要時間を個別に扱う必要があり、一般化費用により事前に顧客間経路の決定ができないことである。

\*キーワード：物流計画，配車配送計画

\*\*学生員，修士（工学）京都大学大学院工学研究科  
（京都府京都市西京区京都大学桂，  
TEL075-383-3231，FAX075-950-3800）

\*\*\*フェロー会員，工博，京都大学大学院工学研究科  
（京都府京都市西京区京都大学桂，  
TEL075-383-3229，FAX075-950-3800）

\*\*\*\*正会員，工博，京都大学大学院工学研究科  
（京都府京都市西京区京都大学桂，  
TEL075-383-3230，FAX075-950-3800）

\*\*\*\*\*正会員，博士（工学），京都大学大学院工学研究科  
（京都府京都市西京区京都大学桂，  
TEL075-383-3231，FAX075-950-3800）

そのために、顧客間の経路が一つではなく複数経路となる配車配送計画問題について、定式化を行う。さらに、高速道路料金に関して、本研究で提案する方法と一般化費用により扱う場合の結果を比較して、配送計画の高度化について検討する。

### 2. 本研究の位置付け

配車配送計画問題は、1959年に提案されて以来、オペレーションズリサーチ(OR)の分野を中心として盛んに研究されている<sup>2)</sup>。ORの分野では、モデル構築および解法を中心に研究されている。近年、容量制約や時間枠制約などの現実的な制約条件を加えたモデルにおいて、顧客数の多い大規模な問題への適用も行われている<sup>3)</sup>。

ORの分野における配車配送計画問題は、ユークリッド平面において適用されることが多く、顧客間のコストは一定とみなされる。しかし、実際の交通ネットワークにおいては、顧客間の経路選択にはユークリッド平面上の距離だけでなく、考慮すべき様々な要素が存在する。現実的な交通ネットワークに配車配送計画問題を適用する場合、考慮しなければならない事項は以下になる。

- リンク所要時間が変動する。
- 顧客ノードは交通ネットワーク上の結節点を表すノードでもあるため、ノードを複数回通過することが許容されるべきである。
- 顧客間の経路は、複数の要因をもとにして、複数の代替経路の中から決定される。複数の要因に基づくため、経路を単一の基準に従い選択することが、配車配送計画における制約条件上適切であるとは限らない。

Taniguchi et al.<sup>4)</sup> は、交通ネットワークへの配車配送計画問題の適用において、顧客間経路を所要時間に基づき事前に決定し、現実的な交通ネットワークを用いて配車配送計画を立案する二段階のモデルを提案しているが、上記の事項を考慮しているとは言えない。

実際の交通ネットワークにおけるリンクは、リンク

表-1 一段階モデルと二段階モデルにおける最適解の比較

リンクの要因	リンク所要時間の性質	顧客間経路 (配車配送計画問題適用時)	一段階モデルと二段階モデル を用いた解の差異
一つ (リンク所要時間)	静的	一経路	同一
	動的・確率的	一経路 複数経路	
複数 (リンク所要時間, 高速道路料金そ の他の要素)	静的	一経路 複数経路	異なる
	動的・確率的	一経路 複数経路	

所要時間や高速道路料金など複数の要因を持つと考えられる。さらに、交通状況は時々刻々変化するため、リンク所要時間は動的かつ確率的に変動すると言える。そこで、交通ネットワーク上のリンクと顧客間経路の特性に基づいて配車配送計画を分類し、これらの特性を配車配送計画問題において直接的に扱う一段階モデルと事前に経路を選択する二段階モデルの二つのモデルにおいて得られる最適解の比較を表-1に示す。表-1における解の差異は、問題設定が同一である際に得られる最適解が、モデルにより異なるか否かを示している。表-1において示したように、リンクが複数の要因を有する場合には、一段階モデルと二段階モデルにおける最適解は異なると考えられる。

本研究においては、配車配送計画問題の交通ネットワークへの適用における問題点である「顧客間の経路は、複数の要因をもとにして、複数の代替経路の中から決定される。複数の要因に基づくため、経路を単一の基準に従い選択することが、配車配送計画における制約条件上適切であるとは限らない。」に着目し、これらの要素を考慮できる配車配送計画問題の定式化を目指す。

### 3. 複数経路を考慮した配車配送計画問題の定式化

本研究が提案する顧客間の複数経路を考慮した時間枠制約付き配車配送計画問題を定式化すると、以下のようになる。

$$z = \min \sum_{k \in K} \sum_{(i,j,p) \in A} c_{ijp} x_{ijpk} \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{k \in K} \sum_{j \in V} \sum_{p \in P_{ij}} x_{ijpk} = 1 \quad \forall i \in N, \quad (2)$$

$$\sum_{j \in V} \sum_{p \in P_{ij}} x_{0jpk} = 1 \quad \forall k \in K, \quad (3)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{p \in P_{ij}} x_{ihpk} - \sum_{j \in V} \sum_{p \in P_{ij}} x_{hjpk} = 0 \quad \forall h \in N, \forall k \in K, \quad (4)$$

$$\sum_{i \in V} \sum_{p \in P_{ij}} x_{i,n+1,pk} = 1 \quad \forall k \in K, \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N} d_i \sum_{j \in V} \sum_{p \in P_{ij}} x_{ijpk} \leq q \quad \forall k \in K, \quad (6)$$

$$s_{ik} + t_{ijp} - L_{ij}(1 - x_{ijpk}) \leq s_{jk} \quad \forall i, j \in N, \forall p \in P_{ij}, \forall k \in K, \quad (7)$$

$$a_i \leq s_{ik} \leq b_i \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \quad (8)$$

$$x_{ijpk} \in \{0,1\} \quad \forall (i,j,p) \in A, \forall k \in K, \quad (9)$$

$$s_{ik} \in \mathbf{N} \quad \forall i \in N, \forall k \in K, \quad (10)$$

ここで、

- $z$  : 最適解における総コスト
- $V$  : デポと顧客の集合
- $A$  : 制約条件を満たすリンクの集合
- $N$  : 顧客の集合
- $K$  : トラックの集合
- $P_{ij}$  : 顧客  $ij$  間の経路の集合
- $i, j, h$  : 顧客番号
- $p$  : 経路番号
- $k$  : トラック番号
- $c_{ij}$  : 顧客  $ij$  間のコスト
- $x_{ijpk}$  : トラック  $k$  が顧客  $ij$  間の経路  $p$  を利用するときは1,それ以外のときは0
- $0, n+1$  : デポ
- $d_i$  : 顧客  $i$  における需要量
- $q$  : トラックの車両容量
- $s_{ik}$  : トラック  $k$  が顧客  $i$  をサービスする開始時刻
- $a_i$  : 顧客  $i$  における最早作業時刻
- $b_i$  : 顧客  $i$  における作業終了時刻
- $t_{ijp}$  : 顧客  $ij$  間の経路  $p$  におけるリンク所要時間
- $L_{ij} = b_i - a_j$
- $\mathbf{N}$  : 自然数集合

式(1)は目的関数が最小化されたときの総コストを表す。式(2)は必ず一台の車両により各顧客へのサービスが行われる割当て制約である。式(3)はトラックがデポから出発することを表す制約、式(4)はトラックが顧客に対して出入りを行うことを表す制約、式(5)はトラックがデポに帰還することを表す制約である。式(6)は容量制約、式(7)

と式(8)は時間枠制約を表す。

この定式化における特徴は、既存の定式化<sup>5)</sup>に加えて顧客間の複数経路を考慮することにある。顧客*i*間に存在する経路を*p*で表す。経路*p*は、顧客*i*間の経路の集合*P<sub>ij</sub>*に属する。

この定式化における時間枠制約は、早着・遅刻を禁止するhard time windowを用いている。hard time windowにおける時間枠制約付き配車配送計画問題は、ORの分野において盛んに研究が行われており、近年では大規模な問題においても厳密解が求められている<sup>3)</sup>。Desrochers et al.<sup>6)</sup>は、hard time windowの時間枠制約付き配車配送計画問題を、集合分割法により線形緩和し、列生成法により解いている。Kohl and Madsen<sup>7)</sup>は、ラグランジュ緩和法に基づくラグランジュ双対問題に対し劣勾配法による解法を提案している。これらの分解法は、同じ子問題を作成し、同様の下界を与える。Kallehauge et al.<sup>3)</sup>は、ラグランジュ緩和法に基づくラグランジュ双対問題に安定切除平面法を適用している。Kallehauge et al.<sup>3)</sup>は、この手

法を用いてGehring and Homberger<sup>8)</sup>が提案した400, 1,000顧客の問題を解いている。

上述のように、hard time windowの時間枠制約付きの配車配送計画問題に関する厳密解法が研究されており、大規模な問題への適用も可能となっている。これらの手法は、本研究において定式化した複数経路を考慮した問題に対しても適用可能性は高いと考えられる。

#### 4. 小規模な問題における考察

本研究において定式化された問題について、小規模な問題を用いて、その有用性を検討する。本研究において用いた問題の座標、需要量、顧客における時間枠を表-2に示す。また、トラックの容量を1,000とし、1台の車両で顧客の需要を満たすことができるものとする。この問題において、数え上げにより最適解を求める。

表-2 問題設定

顧客番号	座標	需要量	サービス開始時間	サービス終了時刻
1	(10, 0)	100	10	200
2	(0,20)	200	50	80
3	(7,23)	300	0	30
4	(13,13)	400	10	65

表-3 顧客間コスト

リンク番号			顧客間コスト	リンク所要時間	高速道路料金
<i>i</i>	<i>j</i>	<i>p</i>			
0	1	1	10	10	0
0	2	1	20	20	0
0	3	1	24	24	0
0	4	1	18	18	0
1	2	1	22	22	0
1	3	1	23	23	0
1	4	1	13	13	0
1	4	2	13	3	10
2	3	1	8	8	0
2	4	1	15	15	0
3	4	1	12	12	0

表-4 訪問時刻と時間枠制約の比較

(訪問順序 (デポ→1→4→3→2→デポ) のケース)

	訪問時刻 (リンク(1,4,1)を利用)	訪問時刻 (リンク(1,4,2)を利用)	作業可能時間帯
顧客1	10	10	10-200
顧客4	23	13	10-65
顧客3	35	25	0-30
顧客2	43	33	50-80

座標より得られる顧客間のコストを表-3に示す。顧客間コストは、リンク所要時間と高速道路料金の和として扱う。顧客1,4間には、高速道路を含む経路も存在するとし、リンク所要時間3, 高速道路料金10となるリンク(1,4,2)を設定した。この問題において数え上げにより求められた最適解は、 $z=63$ , 訪問順序(デポ→1→4→3→2→デポ)となる。一方、従来の問題設定と同様に考え、リンク(1,4,2)を考慮しない場合において得られる最適解は、 $z=70$ , 訪問順序(デポ→3→2→4→1→デポ), (デポ→4→3→2→1→デポ)となる。この結果は、一般化費用による顧客間コストが同一であっても配車配送計画問題の最適解は異なることを示している。この結果が得られた理由は、時間枠制約の影響である。リンク(1,4,1)と(1,4,2)の一般化費用は同一であるが、リンク所要時間は異なる。時間枠制約は、作業の開始・終了に対する制約条件であり、制約条件を満たすか否かはリンク所要時間に依存する。訪問順序(デポ→1→4→3→2→デポ)におけるリンク(1,4,1)と(1,4,2)を用いた場合の時間枠制約との比較を表-4に示す。表-4における網掛けは時間枠制約を満たしていないことを表す。表-4に示されているように、リンク(1,4,1)を利用した場合には、顧客3において時間枠制約を満たさない。したがって、この訪問順序は実行可能解とはならない。一方、リンク(1,4,2)を利用した場合には、全ての顧客において時間枠制約を満たし、実行可能解となる。

この問題の結果および考察からも明らかのように、配車配送計画問題において時間枠制約が存在する場合、顧客間コストとリンク所要時間を区別して扱う必要がある。本事例では、複数経路が存在するリンクの顧客間コストを同一としたが、実際には顧客間コストも異なると考えられる。したがって、厳密解における求解を想定すると、所要時間以外の要因を有するリンクを持つネットワークにおいて、一般化費用を用いて時間枠付き配車配送計画問題を考慮することは困難であり、本研究が提案するような取り扱いを行う必要がある。

## 5. おわりに

本研究では、配車配送計画問題の交通ネットワークへの適用に向けて高速道路料金に着目し、一般化費用による高速道路料金の考慮ではなく、リンク所要時間と高速道路料金を個別に考慮することの重要性を示した。そのために、従来のように顧客間の経路が一つではなく、顧客間の複数経路を考慮した配車配送計画について定式化を行った。さらに、小規模な問題ではあるが顧客間の経路において高速道路料金を個別に考慮する場合と一般化費用により考慮するケースについて最適解を比較した。その結果、時間枠制約の影響により、高速道路料金を個

別に考慮した場合と一般化費用により考慮した場合では、異なった最適解が得られた。したがって、高速道路料金を考慮するために、顧客間の複数経路を考慮できる時間枠制約付き配車配送計画問題の定式化は有用であると考えられる。

今後の課題として、定式化した問題の解法が挙げられる。本研究における定式化は、既往の定式化と共通の部分が多いため、既往の解法の適用可能性は高いと考えられる。しかしながら、顧客間のコストが複数存在し得るので、既往の問題において満たされている顧客間コストに関する三角不等式が満たされないことが考え得る。三角不等式は、配車配送計画においてかなり強い制約となっているため、それが満たされない場合には計算量が大きく増加することも考えられる。既存の時間枠制約付き配車配送計画問題における厳密解法は、原問題を主問題と子問題に分割する。三角不等式は、子問題におけるトラックの巡回路決定の際の有効な不等式である。したがって、本研究において定式化した問題が三角不等式を満たさない場合は、子問題の解法に改良が必要となることが予想される。

さらに、配車配送計画問題を実際の交通ネットワークに適用するためには、交通ネットワークにおける「リンク所要時間が変動する」、「顧客ノードは交通ネットワーク上の結節点を表すノードでもあるため、ノードを複数回通過することが許容されるべきである」という要素も考慮する必要がある。

## 参考文献

- 1) Solomon, M.M.: Algorithms for the vehicle routing and scheduling problems with time window constraints, *Operations Research*, Vol.35, No.2, pp.254-265, 1987.
- 2) Toth, P. and Vigo, D.: *The Vehicle Routing Problem*, Society for Industrial and Applied Mathematics, 2002.
- 3) Kallehauge, B., Larsen, J. and Madsen, O.B.G.: Lagrangian duality applied to the vehicle routing problem with time windows, *Computers & Operations Research* 33, pp.1464-1487, 2006.
- 4) Taniguchi, E. and Thompson, R.G.: *Recent Advances in City Logistics*, Elsevier, 2006.
- 5) Kallehauge, B.: Formulations and exact algorithms for the vehicle routing problem with time windows, *Computers & Operations Research* 35, pp.2307-2330, 2008.
- 6) Desrochers, M., Desrosiers, J. and Solomon, M.: A new optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows, *Operations Research*, Vol.40, No.2, pp.342-354, 1992.
- 7) Kohl, N. and Madsen, O.B.G.: An optimization algorithm for the vehicle routing problem with time windows based on lagrangian relaxation, *Operations Research*, Vol.45, No.3, pp.395-406, 1997.
- 8) Gehring, H. and Homberger, J.: A parallel two-phase metaheuristic for routing problems with time windows, *Asia-Pacific Journal of Operational Research* 18, pp.35-47, 2001.