

買入れ市場と販売市場を考慮した古紙問屋の在庫決定モデルの開発*

Inventory Model Considering Vertically Related Two Markets in the Recycling Industry *

大窪和明** 稲村肇***

By Kazuaki OKUBO**, Hajime INAMURA***

1. はじめに

近年、古紙や鉄屑をはじめとする廃棄物リサイクル財の価格変動に関連した様々な現象が先進国各国で報告され、その原因が研究されている。例えば、Baumgartner and Winkler¹⁾は、ドイツの古紙が逆有償化した原因を調べ、供給量の硬直性を原因の一つとして挙げている。日本でも、1997 年代に雑誌古紙が逆有償化した。このとき、原因とされたのが、古紙の過剰在庫である。図 1 に示すように、古紙問屋の在庫量の急増は、頻繁に起き、同時に価格も下落している。古紙問屋の過剰在庫には、供給量の硬直性という廃棄物の特徴が大きな影響を与えていると考えられる。しかしながら廃棄物リサイクル財市場において供給量の硬直性と、古紙問屋の在庫、価格の調整メカニズムをモデル化し、分析した研究はない。

問屋が買入れる量が硬直的な場合の問屋の在庫調整と販売価格の関係については、Competitive Storage モデル（以下、CS モデル）を用いた様々な研究がなされてきた。例えば、Deaton and Laroque²⁾は、CS モデルを用いて実証分析を行った最初の研究であり、その後様々な実証研究が行われている。しかしながら、多くの実証研究が、販売価格を推計の対象としており、CS モデルの在庫変動に対する説明力に関しては、ほとんど議論されてこなかった。また、従来の CS モデルでは、問屋が買入れを行う市場の構造および、供給主体の特性に関して特別な関心は払われてこなかった。そのため、従来の CS モデルでは製紙企業への販売価格と古紙問屋の買入れ価格との関係を分析することができない。

そこで、本研究では、CS モデルを、図 2 に示すような問屋を中心とする垂直的な関係にある二つの市場（ここでは、買入れ市場と販売市場）を明示したフレームワークに拡張し、供給量の硬直性が問屋の在庫調整に与える影響を明らかにする。また、拡張した CS モデルを用

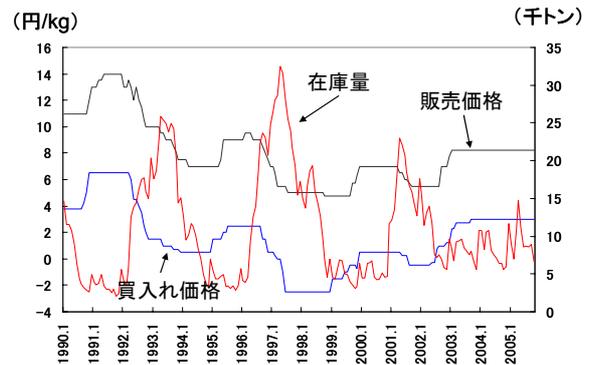


図 1 問屋買入れ価格、販売価格、在庫推移(雑誌古紙) (1990.1-2004.1)

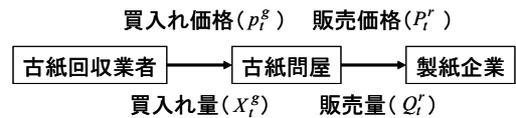


図 2 本モデルの構造

いてパラメータを推計し、本モデルが現実の在庫推移に対する説明力を示す。第 2 章においてモデルの定式化を行い、古紙回収業者の利潤最大化行動から、古紙の硬直的な供給量を明示した供給関数を導く。また買入れ価格、販売価格を内生化した CS モデルが、結果的に期末在庫決定問題として表現でき、期末在庫量が決めれば買入れ価格、販売価格が容易に導出できることを示す。続く第 3 章では、第 2 章で構築した理論モデルを用いて在庫量の推計を行う。このとき、本モデルは解析的に解くことが困難であることから、Laffont et. al.³⁾によって提案された Simulated Nonlinear Least Squares を用い、実際のデータに基づいたパラメータ設定からモデルの供給量の硬直性が問屋の在庫調整に与える影響を明らかにする。

2. モデル

(1) モデル全体の枠組み

本研究では、図 2 のように、古紙のマテリアルフローにおいて垂直的な関係にある古紙の回収業者と問屋が、それぞれ代表の一社存在する場合の、

*キーワード：環境計画，物流計画

** 学生員 東北大学大学院情報科学研究科

*** F会員 工博 東北大学大学院情報科学研究科教授
〒980-8579 宮城県仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06

TEL: 022-795-7492, E-mail: okubo@plan.civil.tohoku.ac.jp

問屋の買入れ市場と販売市場を分析対象とする。

買入れ市場は問屋の需要独占市場であるとし、回収業者は問屋が提示した買入れ価格 p_t^g を与件として t 期の回収量を決定する。これは回収業者に比べて問屋は小数であり、問屋の市場支配力は強いと考えられるためである。また問屋は回収業者から供給された古紙を全て買い取るため、問屋は買入れ量を調整するのではなく、買入れ価格を通じて間接的に買入れ量を調整すると仮定する。

問屋は回収業者から買い入れた古紙を、販売市場において製紙企業へ販売する。販売市場は、競争的であるとし、問屋は Price taker として行動し、販売価格 p_t^r を与件として行動する。廃棄物リサイクル財の需要量は、景気変動や技術など様々な影響を受けるため、変動しやすい。そこで t 期の需要量 D_t は、販売価格に関して単調減少関数となる確定的な部分 $d(p_t^r)$ と、期初に既知となる確率的な部分 ε_t^d の和として、以下のように定義する。

$$D(p_t^r, \varepsilon_t^d) \equiv d(p_t^r) + \varepsilon_t^d, \quad \varepsilon_t^d \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} N(0, \sigma_d^2) \quad (1)$$

ここで、 ε_t^d は平均 0、分散 σ_d^2 の独立同一分布に従うとする。問屋が当該期に買入れた量と販売した量の差は、在庫として次期に持ち越すとする。

回収業者は、費用構造の異なる二種類の回収を行うものとする。一つは、回収業者が積極的に市中を探索することで得る自発的な回収量 x_t^g とし、回収業者の制御変数とする。自発的な回収の代表例として市中を廻るチリ紙交換車が挙げられる。

二つめは、回収業者が排出者から依頼されて行う回収であり、硬直的な供給量の主な原因となる。回収業者は、各期の期初に、全ての依頼を受け、回収を行うとする。したがって、回収業者は依頼された古紙を全て回収するため、回収量を調整することはできない。この回収量を z_t^g とし、

$$z_t^g \equiv z^g(\varepsilon_t^g) = \mu + tr_t + \varepsilon_t^g, \quad \varepsilon_t^g \stackrel{\text{i.i.d.}}{\sim} N(0, \sigma_g^2) \quad (2)$$

とおく。ここで、 μ は依頼された回収量の平均値を表すパラメータ、 tr_t はトレンド項、 ε_t^g は平均がゼロ、分散が σ_g^2 の独立同一分布の確率変数であり、依頼された回収量の変動を表す。回収業者は、今期以降どれくらいの依頼が来るのかに関しては、未知であり、確率分布で把握しているとする。回収業者は、依頼された古紙の受け取りの際に、排出者から処理料金 d を得ることができる。回収料金 d は、回収業者が問屋への販売以外から得られる、地方自治体からの委託料金や補助金と考える

こともできる。依頼された回収量を考慮することで、買入れ価格 p_t^g が低下し、マイナスになったとしても回収業者は古紙を供給し続ける。

(2) 回収業者の行動

t 期における回収業者の利潤は、問屋への販売による収益と回収料金による収益の合計から、回収費用 $C(x_t^g, z_t^g)$ を引いたものとして定義する。したがって、問屋の最適化問題は、回収量 x_t^g を制御変数として以下のように表される。

$$\max_{x_t^g} \pi_t^c = p_t^g X(x_t^g, \varepsilon_t^g) + dX(x_t^g, \varepsilon_t^g) - C(x_t^g, z_t^g) \quad (3)$$

ただし、総回収量を $X(x_t^g, \varepsilon_t^g) \equiv x_t^g + z_t^g(\varepsilon_t^g)$ とおいた。回収費用は、依頼による回収量 z_t^g に関して費用は一定割合で増加する。一方、自発的な回収量 x_t^g に関しては逡増する状況を考慮し、

$$C(x_t^g, \varepsilon_t^g) = c_0(x_t^g + z_t^g) + \frac{1}{2}c_1(x_t^g)^2 \quad (4)$$

とおく。ここで c_0 、 c_1 は正のパラメータとする。 c_0 は回収量 x_t^g 、 z_t^g に対して共通であると仮定する。 c_1 は、自発的な回収量 x_t^g へのみかかる費用のパラメータであり、回収量 x_t^g が増えるほど、廃棄物リサイクル財を見つけることが難しくなり、費用が逡増するような状況を示す。式(3)、(4)から、回収業者の総回収量は、

$$\begin{aligned} X(p_t^g, \varepsilon_t^g) &= \frac{1}{c_1}(p_t^g + d - c_0) + \mu + tr_t + \varepsilon_t^g \\ &\equiv S_0 + tr_t + S_1 p_t^g + \varepsilon_t^g \end{aligned} \quad (5a)$$

となる。ただし、

$$S_0 \equiv \mu + \frac{d - c_0}{c_1}, \quad S_1 \equiv \frac{1}{c_1} \quad (5b)$$

とおいた。式(5)の供給関数は、 $X(0, \varepsilon_t^g) > 0$ であり、古紙が逆有償化した場合 ($p_t^g < 0$) に、供給量がゼロにはならなかった状況も表すことができる。

(3) 問屋の行動

離散時間、無限期間を考え、問屋が需要独占的に行動する買入れ市場と、Price taker として行動する販売市場において単一の廃棄物リサイクル財（ここでは、古紙）の取引を行う場合を考える。 t 期において問屋は、回収業者の供給量に生じる確率変数 ε_t^g 、および需要量に生じる確率変数 ε_t^d を既知とし、現在価値に割り引いた期待利潤の総和を最大化するように買入れ価格 p_t^g 、期末在庫量 I_t を決定する。問屋は買入れ市場で買入れ

た古紙を販売市場において、販売することで収益を得る。t 期における問屋の販売価格は、t - 1 期から持ち越しした在庫量 I_{t-1} と t 期の買入れ量 $X(p_t^g, \varepsilon_t^s)$ の合計から、t 期の期末在庫量 I_t を引いたもので定義されるから、t 期の利潤関数は、

$$\pi_t = p_t^r \{I_{t-1} + X(p_t^g, \varepsilon_t^s) - I_t\} - p_t^g X(p_t^g, \varepsilon_t^s) - cI_t \quad (6)$$

となる。ただし c はパラメータであり、t 期の期末在庫 I_t は、t + 1 期に持ち越すときかかる費用とする。問屋の最適化行動は、 β を割引率とし、

$$V(I_{t-1}, \varepsilon_t^s, \varepsilon_t^d) = \max_{\{p_t^g, I_t\}_{\tau=t}^{\infty}} E_t \left[\sum_{\tau=t}^{\infty} \beta^{t-\tau} \pi_t \right] \quad (7a)$$

Subject to

$$I_t \geq 0 \quad (7b)$$

となる。本研究では、在庫切れが起こったときの Back order は考慮しないため、t 期の期末在庫 I_t に対して非負の制約 $I_t \geq 0$ をおく。ここで販売市場における均衡販売価格 p_t^r は、式(1)の製紙企業の需要関数と問屋の販売量から、以下の市場清算条件式を満たすように決定する。

$$I_{t-1} + X(p_t^g, \varepsilon_t^s) - I_t = D(p_t^r, \varepsilon_t^d) \quad (8)$$

式(7)の一階条件と、式(8)の市場清算条件式から、t 期の期末在庫 I_t は、以下の条件式

$$\begin{cases} A_t > s_t - I_t - \beta E_t [s_{t+1} - I_{t+1}] & \text{if } I_t = 0 \\ A_t = s_t - I_t - \beta E_t [s_{t+1} - I_{t+1}] & \text{if } I_t > 0 \end{cases} \quad (9a)$$

を解くことによって得られる。ただし、

$$A_t = (1 - \beta) \left(\frac{d_0}{d_1} - \frac{S_0}{2} \right) + \left(\frac{1}{d_1} + \frac{S_1}{2} \right) c + \frac{1}{2} (\beta r_{t+1} - r_t) \quad (9b)$$

$$s_t = I_{t-1} + \frac{1}{2} \varepsilon_t^s - \varepsilon_t^d \quad (9c)$$

とおいた。

3. 実証分析

(1) データ

回収業者の供給関数の推計には、回収量、問屋の買入れ価格のデータが必要となる。問屋の推

表 1 古紙回収業者の推計

	段ボール古紙	新聞古紙	雑誌古紙
S_0	106.926 (24.689)	65.656 (21.534)	43.919 (57.281)
S_1	0.545 (0.910)	0.720 (1.546)	0.166 (0.660)
α	3.166 (0.098)	0.040 (2.289)	0.023 (2.339)
R^2	0.153	0.075	0.047
DW	1.774	1.721	1.525
σ_s	8.077	6.095	3.639

計には、古紙の販売価格と在庫量のデータが必要となる。古紙回収量、古紙問屋の在庫量は、財団法人古紙再生促進センターが公表している関東商組 32 社のデータ (1989.4-2005.10) を用いた。問屋買入れ価格と製紙企業への販売価格は、財団法人古紙再生促進センターが公表しているデータを用いた。

(2) 回収業者の推計

回収業者の供給関数、式(5)の推計を行う。回収業者の推計期間は、古紙問屋の在庫が急激に増加し、買入れ価格、販売価格が大きく下落した 1995 年 1 月から 2000 年 12 月までとし、裾物三品それぞれについて OLS を用いて推計を行う。ここで、トレンド項は、

$$r_t = \alpha \frac{\beta^{t-1} - 1}{1 - \beta} \quad (10)$$

とおいた。ただし、 α は推計によって求めるパラメータである。式(11)のようにおくことで、問屋の推計を行う際の数値計算量を大幅に減らすことができる。式(5)の推計結果を表 1 に示す。表 1 からわかるように、買入れ価格の変化に対する供給量の変化を表すパラメータ S_1 は、雑誌古紙が最も小さく、他の二品目と比較しても顕著な差が見られる。また三品目とも、推計値に占める、切片 S_0 の閉める部分がほとんどであり、問屋の買入れ価格によって変化する部分が数パーセントである。切片 S_0 は、依頼による回収の料金などが含まれた項であり、供給量の硬直性を表していることから、供給量は硬直的であり、問屋の買入れ価格の変化に対する供給量の反応は小さいことが実証された。

(3) 問屋の推計

供給量の硬直性が最も高いと判断できる雑誌古紙の在庫量の推計を行う。雑誌古紙の在庫量推移の観測値とモデルから得られる理論値が最も近くなるような、式(9)の A_t と製紙企業の需要量に関する確率項の標準偏差パラメータ σ_d の値を推計する。推計方法は、Simulated Nonlinear Least Squares を用いる。はじめに推計期間 T 期間の各期において需要の確率項 ε_t^d をランダムに発生

させ、 S 回のシミュレーションを行い、在庫量の数値解を導出する。供給の確率項は式(5)の推計から得られる残差を用いる。次に、在庫量の観測値 I_t と s 回目のシミュレーションにおける t 期の理論値 I_t^s と各期の全シミュレーションの平均値 \bar{I}_t^S が、基準関数 $\Phi(A, \sigma_d)$ 、

$$\Phi(A, \sigma_d) = \min_{A, \sigma_d} \frac{1}{T} \left[\mathbf{I}_T \cdot \mathbf{I}'_T - \frac{1}{S(S-1)} \sum_{t=1}^T \mathbf{I}_t^S \mathbf{I}_t^{S'} \right] \quad (11a)$$

ただし、

$$\mathbf{I}_T = \left[I_1 - \bar{I}_1^S, I_2 - \bar{I}_2^S, \dots, I_T - \bar{I}_T^S \right] \quad (11b)$$

$$\mathbf{I}_t^S = \left[I_t^1 - \bar{I}_t^S, I_t^2 - \bar{I}_t^S, \dots, I_t^S - \bar{I}_t^S \right] \quad (11c)$$

を満たすようにパラメータ A 、 σ_d の値を求める。ここで、式(10)を式(9b)に代入すると、 A_t が時間によらない一定の値を取るため、 $A_t = A$ とおいた。

推計期間を 1997 年 1 月から 1998 年 12 月までの 24 期 ($T=24$) においてシミュレーション回数を 500 回としたとき ($S=500$) 推計値は $A=0.050$ 、 $\sigma_d=1.594$ となった。このときの状態変数 s_t と、 t 期の最適な期末在庫量 I_t の関係を図 3 の黒線で示す。また観測値と理論値の時系列推移を比較したものを図 4 に示す。

図 3 から状態変数 s_t と最適期末在庫量 I_t との間には、正の相関があることがわかる。供給量の硬直性が問屋の在庫調整に与えた影響を明らかにする。供給量の硬直性を示すパラメータ S_0 の値が小さくなるほど、パラメータ A の値は大きくなる。したがって、パラメータ A の値を推計値から変化させたときの最適在庫関数の形状を見ることによって、供給量の硬直性が在庫調整に与えた影響を明らかにする。図 3 の青線が $A=1.0$ 、赤線が $A=5.0$ としたときの最適在庫関数である。 A の値が大きくなるほど、最適在庫関数は右側にシフトし、状態変数に対して、次期に残す期末在庫量の値が小さくなっていることがわかる。したがって、供給量の硬直性が小さいほど、在庫は減りやすいといえる。

図 4 は、5000 回のシミュレーションを行ったときの推計値と観測値の推移を比較したものである。図 4 の赤線は各期におけるシミュレーションの平均値を表したものである。図 4 の各格子は在庫量を 0 トンから 35(千トン)までを千トンごとに 35 等分し、各区間に該当したシミュレーション値の割合を示している。明るい色の格子ほど、シミュレーションにおいて、その区分に当てはまる確率が高い。例えば、黄色い格子は、当該機関におけるシミュレーション値の 10%以上 15%未満がその格子の範囲内に該当していたことを意味する。図 4 から 6 期目以降の観測値は、ほぼ 10 個の青い格子の範囲内に収まるため、50%以上の確率でシミュレーションから得ら

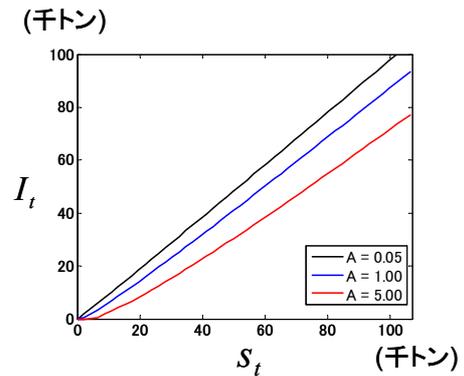


図 3 最適在庫関数

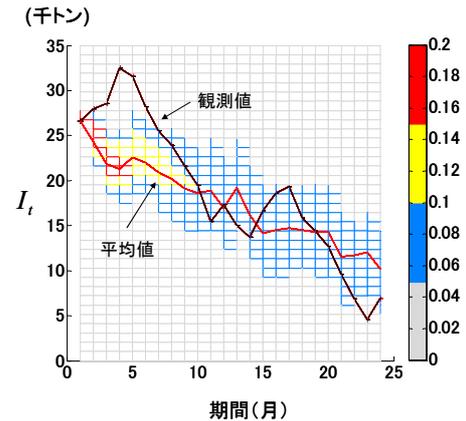


図 4 理論値と観測値

れる解によって説明することができる。しかしながら、3, 4 期目に観測された在庫量の増加が、モデル上で実現する確率は、極めて低いことがわかった。

4. 結論

本研究では、垂直的に関連しあう買い入れ市場と販売市場の二つの市場を考慮した CS モデルを用いて古紙問屋の在庫決定モデルの開発を行った。本研究では、供給量の硬直性を定量的に示し、硬直性が大きいほど在庫量が減りにくいことを示した。また、本モデルから得られた数値解は、在庫量の減少局面をよく表せる一方で、在庫量の増加を再現することは難しいことがわかった。

参考文献

- 1) Baumgärtner, S., and Winkler, R. Markets, technology and environmental regulation: price ambivalence of waste paper in Germany, *Ecological Economics*, Vol.47, Issues 2-3, pp. 183-195, 2003.
- 2) Deaton, A., and Laroque, G., On the Behaviour of Commodity Prices, *The Review of Economic Studies*, Vol. 59, No.1., pp.1-23, 1992.
- 3) Laffont, J.J., Ossard, H., Vuong, Q., Econometrics of First-Price Auctions, *Econometrica*, Vol.63, No.4., pp.953-980, 1995