

人口減少下での都市群システムにおける構造の安定性と変化に関するモデル分析

A Model Analysis of Structural Change and Stability of a System of Cities in a Depopulating Trend*

林晃平**・上田孝行***

By Kohei Hayashi**・Takayuki Ueda***

1. はじめに

2005年10月「国勢調査」¹⁾のデータによって、わが国において、本格的に人口減少時代が始まったことが明らかになった。しかし、これはどの都市でもただちに人口が減少していることを意味しない。総人口の減少はそれ自体が都市間の人口移動を引き起こす。従って場合によっては総人口の減少によってかえって人口の集積を引き起こす都市もありうる。

そこで、本研究では上田・松葉(1994)²⁾によってモデル化された都市群システムを用い、人口減少社会での総人口の減少が都市間の人口・経済活動の分布変化にどのような影響を与えるかを分析する。特に総人口の減少が一部の都市への人口集中を招く場合に焦点をあてる。

2. モデル

(1) モデルの概要

本稿のモデルは、上田・松葉(1994)と同じである。

ここでは、本モデルの基本的前提と定式化について示す。なお、本稿では立地者を個人とし、また、立地分布を人口分布とする。

i). 本モデルの対象とする空間経済システムは、 I 個の都市からなり、それらは、単一のモードで代表される交通ネットワークにより連結されている。

ii). このシステムには、同質の選好を有する個人が存在し、総人口は一定の割合で減少していく。

iii). 各個人はそれぞれの都市の効用水準(立地魅力度)に応じて、立地する都市を選択している。

iv). 各都市の効用水準は、システム全体における人口分布に依存している。そのため、どの個人ももはや立地を変更してもより高い効用水準を達成できなくなった状態でシステムは均衡する。

(2) モデルの概要

a) 都市の立地魅力(効用水準)

$$V_i = \left\{ \sum_{j \in I} N_j \cdot \exp(-\gamma_{ij} \tau_{ij}) \right\}^{\alpha_i} - \left(\frac{1}{L_i} \right) \cdot N_i^{\beta_i} + A_i \quad (1)$$

for $i, j \in I = \{1, \dots, I\}$

V_i : 効用水準 N_i : 人口規模

τ_{ij} : 都市 i から都市 j への物理的距離

γ_{ij} : 物理的距離一単位に要する一般化交通費用

L_i : 空間キャパシティ

A_i : 都市 i の外生的固有属性

α_i : アクセシビリティの魅力度・集積の経済を規定するパラメータ。

β_i : 集積の不経済を規定するパラメータ

b) 立地選択

各都市の立地魅力が与えられると、それに基づいて、それぞれの個人は最も高い魅力度を享受できる都市へ立地しようとする。立地選択は以下のロジットモデルに従われて行われるとする。

$$P_i = \frac{\exp(\theta V_i)}{\sum_{j \in I} \exp(-\theta V_j)} \quad \text{for all } i \in I \quad (2)$$

P_i : 都市 i への立地選択確率

θ : ロジットモデルのランダム性の大きさを規定するパラメータ

c) 立地均衡状態

均衡状態では、どの個人ももはや他の都市へ立地を変更しようとする誘因を持たず、その時の各都市の効用水準は式(1)によって、そして、人口規模は式(2)に人口総数を乗じた次式によって決まっている。

$$N_i = N_T \cdot P_i = \frac{N_T \exp(\theta V_i)}{\sum_{j \in I} \exp(\theta V_j)} \quad \text{for all } i \in I \quad (3)$$

N_T : 総人口

均衡状態における人口分布と効用水準は、式(1)と式(3)とを連立方程式とみなして解くことによって得られる。しかし、これらは、非線形方程式であるため、解析的な解を得ることは難しい。そこで、本研究では、2都市のケースに限定して、上記のモデルの基本的な性質を解析的に描写する

*キーワード：国土計画、人口分布

**学生員、工学、東京大学工学部社会基盤学科

(東京都文京区本郷7-3-1、TEL03-5841-6118、FAX03-5841-8507)

***正員、工博、東京大学工学部社会基盤学科

(東京都文京区本郷7-3-1、TEL03-5841-6116、FAX03-5841-6116)

3. 2都市に特定したシステムでの解析的考察

(1) モデルの特定化

均衡を定義する式(1)と(3)は下式に書き改められる。

$$V_1 = \left\{ N_1 \cdot e^{-\gamma_{11}t_{11}} + (N_T - N_1) \cdot e^{-\gamma_{12}t_{12}} \right\}^\alpha - \left(\frac{1}{L_1} \right) \cdot N_1^\beta + A_1 \quad (1'.1)$$

$$V_2 = \left\{ N_1 \cdot e^{-\gamma_{12}t_{12}} + (N_T - N_1) \cdot e^{-\gamma_{22}t_{22}} \right\}^\alpha - \left(\frac{1}{L_2} \right) \cdot (N_T - N_1)^\beta + A_2 \quad (1'.2)$$

$$N_1 = N_T \cdot P_1 = \frac{N_T \exp(\theta V_1)}{\exp(\theta V_1) + \exp(\theta V_2)} \quad (3'.1)$$

$$N_2 = N_T - N_1 \quad (3'.2)$$

以上のように特定化した2都市モデルの均衡を定める方程式体系は、最終的には式(1'.1)と(1'.2)を(3'.1)に代入することで都市1の人口 N_1 のみを内生変数とする1つの方程式に還元される

(2) 人口減少下での分布構造の比較静学分析 式(3'.1)及び(3'.2)より

$$F(N_1, N_T) = N_1 - N_T \cdot \frac{\exp(\theta V_1(N_1, N_T - N_1))}{\exp(\theta V_1(N_1, N_T - N_1)) + \exp(\theta V_2(N_T - N_1, N_1))} = 0 \quad (4)$$

(4)の両辺を全微分すると

$$\frac{\partial F}{\partial N_1} dN_1 + \frac{\partial F}{\partial N_T} dN_T = 0 \quad (5)$$

よって、 dN_1 の変動は下式で与えられる

$$dN_1 = - \frac{\frac{\partial F}{\partial N_T}}{\frac{\partial F}{\partial N_1}} dN_T \quad (6)$$

次に、 dN_2 、 dV_1 、 dV_2 も同様に考え、整理すると

$$\begin{pmatrix} dN_1 \\ dN_2 \\ dV_1 \\ dV_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{P_1 + \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_T} - \frac{\partial V_2}{\partial N_T} \right)}{1 - \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_1} - \frac{\partial V_2}{\partial N_1} \right)} \\ P_2 - \theta N_T P_1 P_2 \left\{ \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_1} - \frac{\partial V_2}{\partial N_1} \right) + \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_T} - \frac{\partial V_2}{\partial N_T} \right) \right\} \\ 1 - \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_1} - \frac{\partial V_2}{\partial N_1} \right) \\ P_1 \frac{\partial V_1}{\partial N_1} + \frac{\partial V_1}{\partial N_T} + \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_T} \frac{\partial V_2}{\partial N_1} - \frac{\partial V_1}{\partial N_1} \frac{\partial V_2}{\partial N_T} \right) \\ 1 - \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_1} - \frac{\partial V_2}{\partial N_1} \right) \\ P_1 \frac{\partial V_1}{\partial N_1} + \frac{\partial V_2}{\partial N_T} + \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_T} \frac{\partial V_2}{\partial N_1} - \frac{\partial V_1}{\partial N_1} \frac{\partial V_2}{\partial N_T} \right) \\ 1 - \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_1} - \frac{\partial V_2}{\partial N_1} \right) \end{pmatrix} \cdot dN_T \quad (7)$$

(3) 分布構造の安定性

均衡に至るまでの立地変更の動学プロセスを次のように定式化する。まず、ある時点において実現している都市1の人口 N_1 が与えられたとき、式(3'.1)においてそれを与えるような都市1と都市2の効用水準の差を次のように定義する。ただし、これは式(3'.1)のようなバイナリーロジットモデルがロジスティック曲線に変換できることを利用している。

$$N_1(t) = \frac{N_T}{1 + \exp\{-\theta(V_B(t))\}} \quad (8)$$

$$V_B(t) = F(N_1(t)) \quad (9)$$

一方、その際にこの2都市からなる空間経済システムの中で営まれている様々な活動を介して都市1と都市2のそれぞれで達成される効用水準の差を、式(1'.1)と(1'.2)から次のように定義する。

$$V_A(t) = G(N_1(t)) = V_1(N_1(t)) - V_2(N_1(t)) \quad (10)$$

均衡においては、言うまでもなく、式(9)と式(10)の左辺同士は一致する。しかし、均衡に至るまでの動学的プロセスにおいては、式(9)の左辺が式(10)のそれよりも高い限り、その時点において都市1で本来は達成できる効用水準に見合っただけの人口が存在しないことになる。その時点での都市1の時間当たり人口変化は正であり、しかも、それは式(10)と(9)の差が大きいくらいと想定できる。これを次のように微分方程式で表す。

$$\frac{dN_1(t)}{dt} = K_1 \{G(N_1(t)) - F(N_1(t))\} \quad (11)$$

K_1 : 調整速度を規定するパラメータ(>0)

この微分方程式で表される動的経路にあり、かつ、均衡解周辺にある人口分布から出発したとき、時間の経過とともにそれが均衡点に収束していくと、その均衡解はSamuelsonの意味で安定である。

式(11)を均衡解周辺に関し線型近似すると次式を得る。

$$\frac{d(N_1(t) - N_1^*)}{dt} = K_1 \cdot \left\{ \frac{dG(N_1^*)}{dN_1} - \frac{dF(N_1^*)}{dN_1} \right\} \cdot (N_1(t) - N_1^*) \quad (12)$$

$$N_1(t) = (N_1(0) - N_1^*) \cdot \exp \left[K_1 \left\{ \frac{dG(N_1^*)}{dN_1} - \frac{dF(N_1^*)}{dN_1} \right\} \cdot t \right] + N_1^* \quad (13)$$

ただし、* : 均衡解であることを示す添え字。

微分方程式の解である式(13)から、時間が十分に経過した時に解が均衡解へ収束するための、すなわち安定であるための必要十分条件は、次式が成立することである。

$$\frac{dG(N_1^*)}{dN_1} - \frac{dF(N_1^*)}{dN_1} < 0 \quad (14)$$

この条件は、式(9)および(10)の定義に立ち戻って次のように書き改められる

$$\frac{\partial V_1(N_1^*)}{\partial N_1} - \frac{\partial V_2(N_1^*)}{\partial N_1} - \frac{1}{\theta \cdot N_T \cdot P_1 \cdot P_2} < 0 \quad (15)$$

これと(7)の行列式の分母が正であるという条件が等価である。

(4) 人口減少下での分布構造の変動

式(7)、式(15)より dN_1 、 dN_2 、 dV_1 、 dV_2 の変動の正負は、下式に依存する

$$\begin{pmatrix} dN_1 \\ dN_2 \\ dV_1 \\ dV_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{P_1 + \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_T} - \frac{\partial V_2}{\partial N_T} \right)}{1 - \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_1} - \frac{\partial V_2}{\partial N_1} \right)} \\ P_2 - \theta N_T P_1 P_2 \left\{ \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_1} - \frac{\partial V_2}{\partial N_1} \right) + \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_T} - \frac{\partial V_2}{\partial N_T} \right) \right\} \\ P_1 \frac{\partial V_1}{\partial N_1} + \frac{\partial V_1}{\partial N_T} + \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_T} \frac{\partial V_2}{\partial N_1} - \frac{\partial V_1}{\partial N_1} \frac{\partial V_2}{\partial N_T} \right) \\ P_1 \frac{\partial V_1}{\partial N_1} + \frac{\partial V_2}{\partial N_T} + \theta N_T P_1 P_2 \left(\frac{\partial V_1}{\partial N_T} \frac{\partial V_2}{\partial N_1} - \frac{\partial V_1}{\partial N_1} \frac{\partial V_2}{\partial N_T} \right) \end{pmatrix} \cdot dN_T \quad (16)$$

ただし、 $dN_T < 0$ 。

次に各外生変数の dN_1 に対する影響を考える。

また、以下では都市 1 の人口の方が大きい場合を想定して議論を進める。

dN_1 が正になるためには次式が成立する必要がある。

$$\frac{\partial V_1}{\partial N_T} - \frac{\partial V_2}{\partial N_T} < \frac{-1}{\theta \cdot N_T \cdot P_2} \quad (17)$$

(17)式の左辺が同じ程度の大きさであれば、右辺が大きい(17)式を満たしやすい。したがって、 θ 、 N_T 、 P_2 が大きいほど dN_1 は正($dN_1 > 0$)になりやすい。

次に、(17)の右辺が同じ程度の大きさであれば、(17)の左辺が小さいほど(17)を満たしやすい。以下の式(18)、式(19)を式(17)に代入して、(17)の左辺に着目して他の外生変数の影響を調べる。

$$\frac{\partial V_1}{\partial N_T} = \alpha \{ (N_T - N_1) \cdot e^{-\gamma_{12}\tau_{12}} + N_1 \cdot e^{-\gamma_{11}\tau_{11}} \}^{\alpha-1} \cdot e^{-\gamma_{12}\tau_{12}} \quad (18)$$

$$\frac{\partial V_2}{\partial N_T} = \alpha \{ (N_T - N_1) \cdot e^{-\gamma_{22}\tau_{22}} + N_1 \cdot e^{-\gamma_{12}\tau_{12}} \}^{\alpha-1} \cdot e^{-\gamma_{22}\tau_{22}} - \left(\frac{\beta}{L_2} \right) \cdot (N_T - N_1)^{\beta-1} \quad (19)$$

例えば、都市 1 の γ_{11} が小さい (これは都市 1 の都市内交通の利便性が高い状況に相当する) 場合、

$\frac{\partial V_1}{\partial N_T} - \frac{\partial V_2}{\partial N_T}$ は大きく dN_1 は負 ($dN_1 < 0$) になりやすい。

同様のことを他の外生変数についても検討したところ、結果は表 1 のようになった。ただし、それらは他の外生変数を一定としたときに当該変数の大小に着目して(17)左辺が小さくなる可能性がある場合に dN_1 が正 ($dN_1 > 0$) になりやすく、大きくなる可能性がある場合に dN_1 が負 ($dN_1 < 0$) になりやすいと捉えている。従って、これらは可能性を意味する理論的な仮説に過ぎない。

表-1 2都市システムでの理論的仮説

	θ	N_T	L_2	γ_{11}	γ_{22}
	大	大	大	小	小
dN_1	+	+	+	-	+

ただし、 γ_{11} 、 γ_{22} のパラメータは小さい場合。それ以外の外生変数は大きい場合を想定

4. 数値例での考察

(1) 代表的な分布構造の図解

本節ではパラメータを仮定して数値的な分析を行う。

$$\gamma_{11} = \gamma_{12} = \gamma_{22} = 1.0 \times 10^{-4} \quad \tau_{11} = 10 \quad \tau_{12} = 20 \quad \tau_{22} = 10$$

$$L_1 = 1.0 \quad L_2 = 1.0 \quad \theta = 1.0 \times 10^{-4} \quad A_1 = 0 \quad A_2 = 0$$

図-1a: $\alpha = 0.5 \quad \beta = 0.6 \quad N_T = 1.0 \times 10^7$ の場合

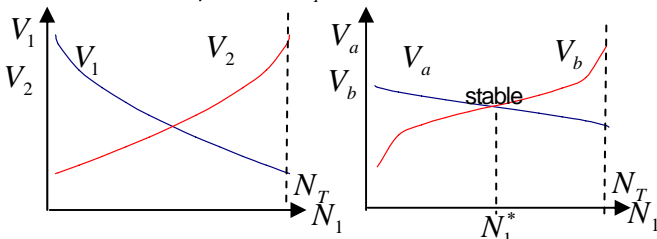


図-1b: $\alpha = 0.5 \quad \beta = 0.6 \quad N_T = 0.9 \times 10^7$ の場合

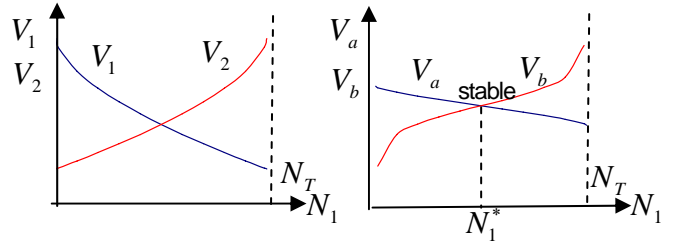


図-2a: $\alpha = 1.1 \quad \beta = 0.6 \quad N_T = 1.0 \times 10^7$ の場合

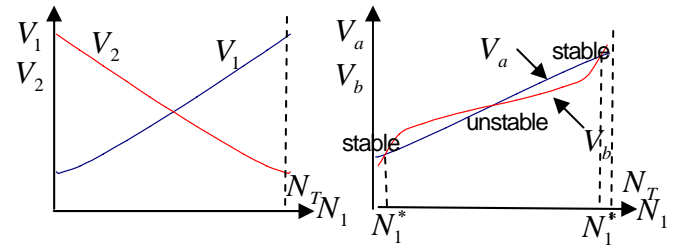


図-2b: $\alpha = 1.1 \quad \beta = 0.6 \quad N_T = 1.0 \times 10^7$ の場合

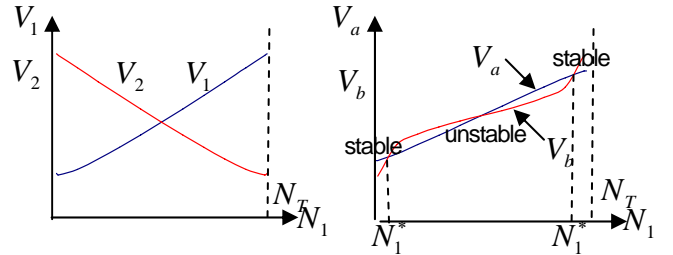


図 1 では、アクセシビリティ・集積の経済の魅力度が集積の不経済よりも効用水準に対して支配的である場合である。この場合、解は唯一で安定な解である。そして均衡解では、総人口を半々ずつ 2 つの都市で分け合うことになるので、総人口の減少に伴い 1 都市(大都市を想定)の人口も減少する。一方、均衡での効用水準であるが、人口減少に伴い両都市共に増加する。

図 2 は集積の不経済の方が効用水準に対して支配的である場合である。この場合 3 つの解が存在する。但し、中央の解は不安定であり、安定な解は左右の 2 つである。ここでは、1 都市が大都市と仮定しているため、右側の解の変動に注目する。この場合、ほとんど全ての人が都市 1 に立地することになり、総人口の減少に伴い都市 1 の人口は減少する。一方、均衡での効用水準であるが、人口減少に伴い両都市共に減少する。

(2) 都市1の人口が増加するケース

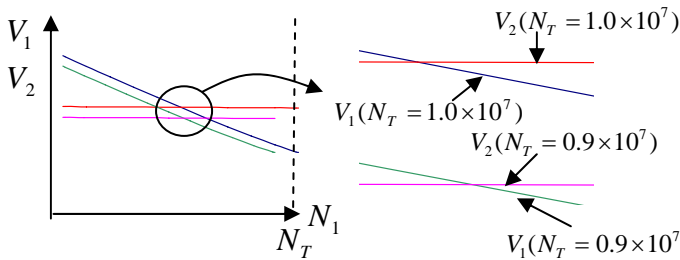
安定な均衡解において、総人口の減少によって都市 1 の人口が増加するためには式(15)と式(17)を同時に満たす必要がある。

そのようなパラメータの組み合わせは多数あるが、ここではまず、代表的な 1 例を以下に示す。

表-2 都市1における人口増加の可能性

都市1 \ 都市2	集積の経済が卓越 $\frac{\partial V_1}{\partial N_1} > 0$	集積の不経済が卓越 $\frac{\partial V_1}{\partial N_1} < 0$
集積の経済が卓越 $\frac{\partial V_2}{\partial N_2} > 0$	存在を確立できなかった	存在する(図-3と同様のケース)
集積の不経済が卓越 $\frac{\partial V_2}{\partial N_2} < 0$	存在を確立できなかった	存在を確立できなかった

図-3: $\alpha = 1.1$ $\beta = 0.8$ $\gamma_{11} = 0.5$ $\gamma_{12} = 1.0 \times 10^{-3}$
 $\gamma_{22} = 1.0 \times 10^{-4}$ $\tau_{11} = 10$ $\tau_{12} = 20$ $\tau_{22} = 10$ $L_1 = 1.0$
 $L_2 = 1.0$ $\theta = 1.0 \times 10^{-4}$ $A_1 = 2.65 \times 10^7$ $A_2 = 0$ の場合



ただし、上記の条件のもと、都市1の人口が増加しているとしたら、それは必ず都市1の効用の低下を伴うことが示唆されている。

5. おわりに

本研究において得られた様々な知見から特徴的なものをまとめておく。

表-1において得られた都市1の人口が多いときに総人口が減るにも関わらずそちらの人口が増える可能性があるという知見は、人口減少下でのストロー効果の可能性を示唆している。

また、表2より、人口減少下においても、都市1に人口がより集中する場合、それは両都市の効用水準の低下を伴っている可能性があることが示唆できた。特に図-3のようなケースでは、都市1の効用水準を上昇させる政策が採られたとしても、それを打ち消すだけの人口流入が起こり、結果として政策前より効用水準が低下する可能性があることが考えられる。

参考文献

- 総務省(2005), 「平成17年度国勢調査」
<http://www.stat.go.jp/data/kokusei/2005/>
- 上田孝行・松葉保孝(1996), 「都市群システムにおける構造の安定性と変化に関するモデル分析」『土木計核学論文集』No. 542/IV-32, 33-44

図-3では、総人口が減少しても、特定の都市の人口が増大する可能性があることを数値例として示している。この場合には、都市1において集積の不経済が卓越しており、都市2においては集積の経済が卓越している場合である。

図3での知見からこのような場合について複数のケースを調べた。ただし、式(15)や式(17)を解析的に解く事は非常に困難なので、初期の均衡は中点 $\tau_{11} = \tau_{22} = 10$ $\tau_{12} = 20$ $L_1 = L_2 = 1.0$ $\theta = 1.0 \times 10^{-4}$ とする。そして、 $0 \leq \alpha \leq 1.2$ $0 \leq \beta \leq 1.0$ とする。

その結果だけを表-2にまとめた。

