上水道管路の最適予防取替えモデル *

An Optimal Preventive Replacement for Water Supply Pipeline *

田中　尚**・Le Thanh Nam***・貝戸清之****・小林潔司*****
by Takashi TANAKA**, Le Thanh Nam ***, Kiyoyuki KAITO****and Kiyoshi KOBAYASHI*****

1. はじめに

点検を通して土木施設の健全度を測定し，期待ライフサイクル費用の最小化を図る最適修繕投資計画を求める方法論が提案されている．しかし，上水道管路施設は埋設構造物であり，管路の劣化状態を観測することは極めて困難である．一方，道路の掘削費用や道路施設の占有がもたらす社会的費用は少なくない．このため，布設された時点から一定期間が経過した管路に関しては，劣化状態の如何に関わらず更新される場合が多い．

管路施設が破損し道路施設の陥没事故や水道水の噴出事故が発生すれば，道路や周辺施設，利用者に多大な損害を与えるほか，復旧期間中の交通遮断も合わせると，被る社会的損失は決して小さいものではない．このため，管路の取替えを早期に実施し，管路の破損・損壊による社会的費用を抑制することが必要となる．しかしながら一方で，管路の取り替えを頻繁に実施すれば，取り替え費用が増加する．このようなトレードオフが発生する状況下において，最適な更新時期を探る必要があり，破損事故による社会的損失と取り替え費用の総和として定義される期待ライフサイクル費用を最小化するような管路の最適取替え政策が求められる．

本研究では期待ライフサイクル費用を最小にするような管路の最適取替えモデルを定式化する．以下，**2.** では本研究の基本的な考え方を示す．**3.** において最適取替えモデルを定式化する．**4.** では，大阪市水道局が管理する上水道管路データを対象として実証的な分析を実施する．

*キーワード：アセットマネジメント，水道システム，劣化予測ハザードモデル
**正会員 工修　大阪市水道局工務部柴島浄水場
(〒533-0024 大阪市東淀川区柴島 1-3-14
E-mail:tak-tanaka@suido.city.osaka.jp)
***学生会員　京都大学大学院工学研究科
(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂
E-mail: info.tna@gmail.com)
****正会員 大阪大学特任講師 大学院工学研究科
(〒565-0871 吹田市山田丘 2-1
E-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp)
*****フェロー会員　京都大学教授 経営管理大学院
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町
E-mail:kkoba@psa2.kuciv.kyoto-u.ac.jp)

2. 従来の研究概要

最適な機器や機械の更新政策に関しては，オペレーションズ・リサーチの分野において最適取り替え問題としてすでに確立した研究分野となっている[1)]．破壊や故障がある定常的な確率過程に従って生起するようなシステムの最適修繕政策に関しては膨大な研究が蓄積されているが[1),2)]，既往の研究は，点検費用が取替え費用よりも相当程度小さい場合をとりあげ，点検・補修タイミングの最適化を図っている．織田澤ら[3)]は，社会基盤システムに対する最適な修理/更新の時期に関する研究を行っているが，より多くのデータを必要とするものである．

しかし，管路施設のような地下埋設施設の場合，施設の劣化状態を点検すること自体が容易ではない．したがって，布設時から相当時間が経過した時点で，施設の劣化の有無に関わらず管路施設を取り替えるような予防保全政策が採用されることになる．しかし，施設の取替え時点に至るまでに管路施設の破損事故が発生する可能性を完全に防止することは不可能であり，破損事故による社会的費用と管路施設の取替え費用の総和として定義される期待ライフサイクル費用を最小にするような施設の更新タイミングを決定することが必要となる．

本研究で提案する最適取替えモデルも，基本的には田村・小林[4)]の舗装の最適補修タイミングを決定するモデルと同様な再帰構造を有している．しかし，管路の劣化状態を破損の有無という 2 値変数で表現するため，管路の劣化プロセスをワイブル劣化ハザードモデルを用いて表現することが可能となる．その結果，最適取替えモデルの構造が単純になり，モデルの操作性を大幅に改善することができる．

3. 最適取替えモデルの定式化

(1) モデル化の前提条件

施設管理者は，初期時点から無限に続く時間軸上で，期待ライフサイクル費用を最小にするように管路の更新（取替え）を行う．いま，簡単のため，更新前後における管路のタイプは同一であり，時間軸に沿って同一タイ

プの管路が繰り返し更新されると考える．管路の劣化水準は，2つの水準 E_i $(i=1,2)$ で表される．E_1は健全な状態，E_2は，管路の破損を表す．管路の更新が行われた場合，常に管路は健全な状態に戻る．管路が破損した場合，水道水が路上に噴出し，交通の遮断，施設や不動産の損壊等，社会的被害をもたらす．管理者は管路を予防的に頻繁に更新することにより，社会被害の発生を抑制することができる．しかし，頻繁な管路の取替えは，更新費用の増大を招く．したがって，管理者の目的は，社会的費用と更新費用の総和で表現される期待ライフサイクル費用の低減を達成できるような最適更新間隔を求めることにある．

(2) 劣化過程のモデル化

ハザードモデルでの分析では，管路の損壊は確率過程に基づくものであるとされている[5)]．時点t_0において，管路の更新が実施され，管路が健全な状態E_0に回復したとする．更新時点t_0kからある時点$t=t_0+\tau$まで時間が経過したと考える．いま，管路の寿命を確率変数ζで表し，確率密度関数$f(\zeta)$，分布関数を$F(\zeta)$に従って分布すると仮定する．ただし，寿命ζの定義域は$[0,\infty)$である．初期時点から任意の時点$\tau\in[0,\infty]$まで，管路が故障しないで生存する確率 (以下，生存確率と呼ぶ) $\tilde{F}(\tau)$は，全事象確率1から時点τまでに管路が故障する累積故障確率$F(\tau)$を差し引いた値

$$\tilde{F}(\tau)=1-F(\tau) \tag{1}$$

により定義できる．ここで，施設が時点tまで生存し，かつ期間$[t,t+\Delta t]$中にはじめて故障する確率は，

$$\lambda_i(\tau)\Delta\tau=\frac{f(\tau)\Delta\tau}{\tilde{F}(\tau)} \tag{2}$$

と表せる．ここで，劣化ハザード関数としてワイブルハザード関数

$$\lambda(\tau)=\alpha m\tau^{m-1} \tag{3}$$

を用いる．ワイブルハザード関数を用いた場合，施設寿命の確率密度関数$f(\zeta)$，および管路の生存確率$\tilde{F}(\tau)$は，それぞれ次式で表される．

$$f(\tau)=\alpha m\tau^{m-1}\exp(-\alpha\tau^m) \tag{4a}$$
$$\tilde{F}(\tau)=\exp(-\alpha\tau^m) \tag{4b}$$

(3) 最適更新間隔モデルの定式化

対象とする管路が破損した時に発生する社会的被害額をcと表す．社会的被害額は時間を通じて一定と仮定する．管路の寿命がτとなる確率密度$f(\tau)$は式(4a)で表される．管路の更新間隔をzで表せば，更新間隔$[0,z)$の間に管路が破損することにより発生する社会的被害の（初期時点における）期待被害額の割引現在価値$EC(z)$は，

$$EC(z)=\int_0^z cf(t)\exp(-\rho t)dt \tag{5}$$

と表される．ただし，ρは瞬間的割引率である．一方，更新費用は時間を通じて一定値Iをとると仮定する．管路は，1) 管路が破損した場合，2) 管路が更新時期に達した場合に更新される．管路が供用中に破損せずに更新時期τに到着する確率（生存確率$\tilde{F}(\tau)$）が式(4a)で表現されることに留意すれば，管路の次回の更新に関わる期待更新費用の割引現在価値$EL(z)$は，

$$EL(z)=\int_0^z If(t)\exp(-\rho t)dt+\tilde{F}(z)I\exp(-\rho z)L \tag{6}$$

と表される．ここで，管路が時間間隔zで予防的に更新されるという政策の下で，管路が更新された時点で評価した，期待ライフサイクル費用の現在価値を$J(0:z)$と表そう．いま，管路の次回の更新時点で評価した，それ以降の期待ライフサイクル費用の当該期価値も$J(0:z)$で表されることに留意すれば，管路更新時点で評価した期待ライフサイクル費用の現在割引現在価値は，再帰的に

$$J(0:z)=\int_0^z f(t)\{c+I+J(0:z)\}\exp(-\rho t)dt +\tilde{F}(z)\{I+J(0:z)\}\exp(-\rho z) \tag{7}$$

と表現できる．ここで，2つの関数$\Gamma(z)$，$\Lambda(z)$を

$$\Gamma(z)=\int_0^z f(t)\exp(-\rho t)dt =\int_0^z \alpha m\tau^{m-1}\exp(-\alpha\tau^m-\rho t)dt \tag{8a}$$
$$\Lambda(z)=\tilde{F}(z)\exp(-\rho z) =\exp(-\alpha z^m-\rho z) \tag{8b}$$

と定義しよう．この時，再帰方程式(7)より，期待ライフサイクル費用の現在割引現在価値は，

$$J(0:z)=\frac{(c+I)\Gamma(z)+I\Lambda(z)}{1-\Gamma(z)-\Lambda(z)} \tag{9}$$

と表すことができる．この時，施設管理者が解くべき最適点検・修繕問題は

$$\Phi(0)=\min_z\{J(0:z)\} \tag{10}$$

と定式化できる．最適値関数$\Phi(0)$は初期時点で評価した最適期待ライフサイクル費用を意味する．最適化問題(10)の1階の最適化条件より

$$\frac{dJ(0:z)}{dz}=\frac{\psi(z)}{\{1-\gamma(z)-\Lambda(z)\}^2}=0 \tag{11a}$$
$$\psi(z)=(c+I)\Gamma'(z)+I\Lambda'(z)+c\{\Lambda(z)'\Gamma(z) -\Gamma'(z)\Lambda(z)\} \tag{11b}$$

を得る．ただし，$\Gamma(z)'=d\Gamma(z)/dz$,$\Lambda(z)'=d\Lambda(z)/dz$である．$\psi(z)=0$が成立することより，最適な更新間隔 z^* を得る．

4. 実証分析

表-1 対象管路の種類と延長

管種	材質等	口径 ϕ (m)	総延長 (km)
C	普通鋳鉄管 (～1933)	90, 100, 125, 150, 200, 230, 250, 300	288
F	高級鋳鉄管 ライニング無 (1933～1959)	100, 125, 150, 200, 250, 300	843
FL	高級鋳鉄管 ライニング有 (1933～1959)	100, 125, 150, 200, 250, 300	80

(1) 対象管路の概要

大阪市が管理する水道管路網は，現在5,000kmを超え，我国でも有数の布設延長規模となっいる．さらに水道管路網は，給水サービス水準の向上とも相まって，現在も微増ながら拡大傾向にある．一世紀を超える水道の歴史の中で，水道管路網は普通鋳鉄管，高級鋳鉄管，ダクタイル鋳鉄管，鋼管などといった種々の材質や継手形式が混在した構成になっているだけでなく，管路の耐震性能も多様に異なる状況となっている．

大阪市では，平成9（1997）年度以降，すべての普通鋳鉄管，高級鋳鉄管を更新対象に掲げている．更新した管路については，耐震性能の高い鋼管あるいは離脱防止継手を有するダクタイル鋳鉄管（以下，高規格耐震管という）を採用しており，高規格耐震管路網の構築を目指している．**表-1**に更新対象となっている普通鋳鉄管Cおよび高級鋳鉄管F，FLのデータを示す．なお，FとFLは同じ高級鋳鉄管ではあるが，Fは内面にライニングが無いのに対し，FLは内面にモルタルライニングが施されている．

(2) 管路情報管理システムの概要

大阪市水道局では，平成11（1999）年から，管路情報管理システム（マッピングシステム）を活用し，市内の管路図面にリンクする形で管理部署名，管理図面番号，管種（配水管，給水管等），管材質，継手形状，口径，布設年次，事故履歴，竣工図面といった管路情報を管理している．これらの情報に基づき，ワイブル劣化ハザードモデルを推計し，管路の破損状況の経年変化を生存曲線として算出する．さらに，管路の破損に伴う社会的損失および更新費用に関しても，本情報管理システムを利用して求めた．なお，社会的損失については，松下ら[6]の管路の更新優先順位に対する考察を踏襲し，1) 迂回を余儀なくさせられる道路交通，通行人への被害，2) 断水による想定被害額（生活用，業務営業用，工場用），3) 水道事業体の漏水損失（管路更新により有効率が向上し，給水収益損失を防ぐ）を考慮して評価した．**表-2**に本研究で用いた社会的損失と更新費用を示す．以下に具体的なワイブル劣化ハザードモデルの推計結果を述べるが，

表-2 ライフサイクルコスト (単位：円)

管種	社会的損失	更新費用	総費用
C	1,687,235	2,451,764	4,138,999
F	1,687,235	2,484,269	4,171,504
FL	1,687,235	2,485,511	4,172,746

注意: 費用は，データの平均延長140m毎

表-3 ワイブル関数のパラメータの算定

管種	α_i	m_i
C	2.55E-004	1.895
	(28.705)	(108.784)
F	2.55E-004	1.868
	(46.540)	(173.908)
FL	2.55E-004	1.869
	(14.628)	(54.682)

注意: 括弧内は$t-$値を示す．

本研究では最終的に，上述の費用などの算出に必要な基礎データが整備されているϕ300以下の管路を分析対象としたことを断っておく．

(3) ハザードモデルの推計と分析結果の考察

管路情報管理システムに収録された事故履歴データ（C:1,944件，F : 6,060件，FL : 548件）を用いて，ワイブル劣化ハザードモデルを最尤法により推計した．その結果を**表-3**に示す．各推計パラメータに対する$t-$値も同表に併せて示している．いずれの管路においても，加速度パラメータm_iが1以上となっており，時間の経過とともに破損確率が大きくなることが見て取れる．

ワイブル劣化ハザードモデルの推計結果を用いて，算出した3種類の管路（C，F，FL）の生存曲線を**図-1**に示す．これらの生存曲線を比較すると，普通鋳鉄管Cの破損確率がやや高いものの，3種類の生存曲線に大きな差異はない．また，埋設時から60年程度経過した段階で生存確率が0.5に到達することが確認できる．さらに，管の口径ϕの相違についても同様に生存曲線を算出した．**図-2**は，管種Cの口径別の生存曲線を示したものであるが，口径による違いはほとんどない．なお，他の2種類の管路に対しても，口径ごとの生存曲線を算出したが，Cと同様に口径による相違を確認することはできなかった．

それぞれの管路に対して，更新期間を変数として，期待ライフサイクル費用を試算した結果を**表-4**に示す．管路の破損に伴う社会損失と更新費用の間にはトレードオフ関係が成り立つため，それらの総和である期待ライフサイクル費用の最小値は唯一に定まる．同図より，期待ライフサイクル費用の最小化を達成する最適更新期間は，Cで64年，F，FLともに70年であり，そのときの最小となる期待ライフサイクルコストはそれぞれ，4,396万円，4,167万円，4,178万円である．

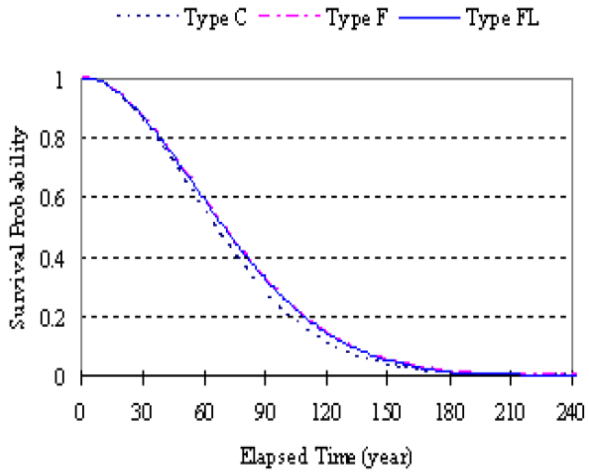

図-1 管路の生存曲線

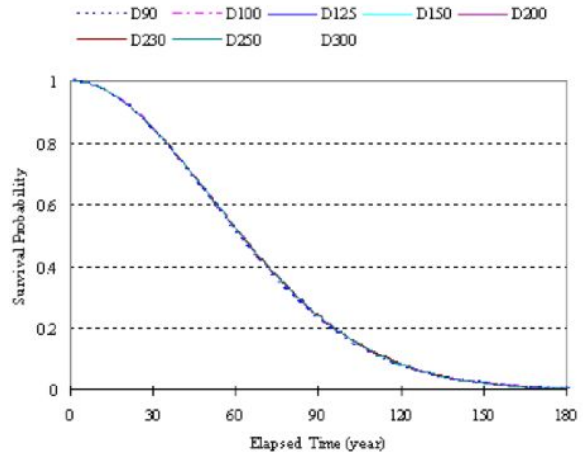

図-2 口径別の生存曲線（普通鋳鉄管 C）

5. おわりに

上水道管路は地下埋設物であり，点検により劣化水準を把握することが困難である．その一方で，管路が破損すれば多大な社会的費用が発生するため，老朽化した管路を予防的に取り替えることが必要となる．本研究では，管路の劣化過程をワイブル劣化ハザードモデルで表現し，破損事故による社会的費用と管路の取替え費用で構成される期待ライフサイクル費用を最小にするような管路の最適取替えモデルを提案した．本研究で提案した最適予防取り替えモデルを大阪市水道局が管理する上水道管路のアセットマネジメント問題に適用し，本研究で提案した方法論の有効性を実証的に検証した．

本研究で提案した最適予防取替えモデルに関しては，多方面に拡張が可能である．上水道管路のアセットマネジメント問題に関しても，以下のような重要な研究課題が残されている．第1に，新しいタイプの管路に関しては，管路の破損に関する情報の蓄積が十分ではない．今後，新しいデータの蓄積により，ワイブルハザード劣化モデルの精度向上を行うことが望まれる．その際，管路の破損事故のデータが追加された時点で，ワイブル劣化ハザードモデルのベイズ更新が必要となる．第2に，管路施設は単体で機能するわけではなく，多くの管路群によりネットワークが形成されている．管路取替え費用に予算上の制約がある場合，管路取り換えの優先順位を決定することが必要となる．このような取り替え順位を決定する場合，管路のネットワーク特性や管路の重要性に関する配慮が必要となる．第3に，管路の取り替えにより，古いタイプの管路（普通鋳鉄管，高級鋳鉄管）がより耐震性の高い管路（ダクタイル鋳鉄管）に更新されている．本研究では，地震リスクを考慮していないが，管路施設の耐震性評価を行うためには，地震被害リスクを考慮した最適予防取り替えモデルを定式化することが必要となる．

表-4 最適更新間隔および期待ライフサイクル費用（万円）

- 管種	C	F	FL
- ライフサイクルコスト	4,396	4,167	4,178
- 最適更新間隔 (年)	64	70	70

参考文献

1) Heyman, D.P. and Sobel, M.J.: Stochastic Models, *Handbooks in Operations Research and Management Science*, Vol.2, North-Holland, 1990.
2) 三根久，河合一：信頼性・保全性の数理，朝倉書店，1982.
3) 織田澤利守，石原克治，小林潔司，近藤佳史：経済的寿命を考慮した最適修繕政策，土木学会論文集，No.772/IV-65，pp.169-184，2004.
4) 田村謙介，小林潔司：不確実性下における道路舗装の修繕ルールに関する研究，土木計画学研究・論文集，No.18(1), pp.97-107，2001.
5) Lancaster, T.: *The Econometric Analysis of Transition Data*, Cambridge University Press, 1990.
6) 松下智美，村上博哉，谷口靖博：配水管事故未然防止の観点から見た小口径管の改良優先度の決定に関わる一手法，第56回全国水道研究発表会講演集，pp.76-77，2005.