空港コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデル*

A Hybrid Deterioration Model of Airport Concrete Pavement*

下村泰造**・小林潔司***・小濱健吾****・貝戸清之*****
by Taizo SHIMOMURA**, Kiyoshi KOBAYASHI***, Kengo OBAMA**** and Kiyoyuki KAITO*****

1. はじめに

空港舗装のアセットマネジメントにおいては，ライフサイクル費用の低減化を図る最適補修戦略を策定することが重要である．とりわけ，コンクリート舗装の劣化モデルの開発は根幹となる課題である．しかし，本研究で着目するような海上空港を対象とする場合には，コンクリート舗装の劣化は，地盤沈下の影響を受けるために，地盤沈下の影響を内包した劣化モデルが必要となる．さらに，地盤沈下や舗装劣化の過程は設計段階で精緻な予測が困難なため，空港施設の運用段階で実際に観測されたそれらのモニタリング情報に基づいて，逐次予測結果を修正することが望ましい．

本研究では，空港コンクリート舗装の劣化データが存在しない状況の下で，まず，力学的劣化モデル（1次モデル）を用いて地盤沈下とコンクリート舗装の劣化予測を試みる．その上で，1次モデルの予測結果である複数のサンプルパス情報に基づいて，地盤沈下過程やコンクリート舗装の疲労破壊プロセスを統計的劣化モデル（2次モデル）を用いて近似的に表現する．さらに，空港供用後に新しく得られたモニタリング情報に基づいて，2次モデルを逐次ベイズ更新することが可能な3次モデルを開発し，以上の3つのモデルが1つの枠組みの中で有機的に連動したハイブリッド劣化モデルを提案する．以下，**2**．では本研究の基本的な考え方を整理する．**3**．では統計的劣化モデル（2次モデル），**4**．ではベイズ更新モデル（3次モデル）について説明する．なお，力学的劣化モデルに関しては紙面の都合上，基本的な概念を**2**．で述べるに留める．

*キーワーズ：空港舗装，ハイブリッド劣化モデル，ベイズ推計，アセットマネジメント
**正会員　大成建設株式会社 土木本部土木設計部設計計画室
(〒163-0606 新宿区西新宿1-25-1
e-mail: taizo@ce.taisei.co.jp)
***フェロー 京都大学大学院経営管理研究科 教授
(〒606-8501 京都市左京区吉田本町
e-mail: kkoba@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp)
****学生会員 京都大学大学院工学研究科 都市社会工学専攻
(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C-1-2
e-mail: k.obama@psa.mbox.media.kyoto-u.ac.jp)
*****正会員 大阪大学大学院工学研究科 特任講師
(〒565-0871 吹田市山田丘2-1
e-mail: kaito@ga.eng.osaka-u.ac.jp)

2. コンクリート舗装のハイブリッド劣化モデル

本研究で提案するハイブリッド劣化モデルは，力学的理論に基づいて，劣化過程のサンプルパスを発生する1次モデル，2）1次モデルで生成したサンプルパスの統計的規則性を表現した2次モデルにより構成される．さらに，運用段階において，3）空港供用後に観測されたモニタリング情報を用いて，2次モデルをベイズ更新する3次モデルが付加されている．

1次モデルは，1）地盤の不同沈下過程を予測する確率的1次元圧密モデル，2）コンクリート版内に発生する応力状態を解析する2次元有限要素法モデル，3）コンクリートの破壊確率曲線からコンクリート版の累積疲労度を算定する疲労破壊モデルという3つのサブモデルで構成されている．しかし，1次モデルは分析精度が異なるモデルを連結したものであり，モデルの操作性に問題が生じるだけでなく，その計算過程には多くの誤差や不確実性が介在する．本研究では，1次モデルに介在する不確実性のうち，地盤沈下に関しては，土質条件の不確実性に着目し，土質条件をランダムに変化させた1次元圧密モデルを用いて，多数の地盤沈下パスを発生させる．コンクリート版の疲労破壊に関する不確実性については，地盤沈下に加えて，航空機の走行時のばらつきを確率的に表現し，コンクリート版の劣化パスを作成する．その上で，これらの地盤沈下パスと舗装劣化パスに含まれる統計的規則性をそれぞれ2次モデルとして表現する．すなわち，2次モデルによって，1次モデルの問題点（操作性と不確実性）の解決を試みる．ハイブリッド劣化モデルにおいて，1次モデルによる予測結果は初期情報として位置づけられる．具体的には，1次モデルの予測結果において，支配的な役割を演じているパラメータをとりあげ，これらを説明変数とするような統計的劣化モデルを作成する．このような方法論を採用することにより，実績データがなくても統計的劣化モデルを推計することが可能となる．また，空港施設の運用段階では，継続的なモニタリングにより獲得した計測データを活用して，2次モデルを逐次ベイズ更新することにより，劣化モデルの信頼性を向上させることが可能である（3次モデル）．

3. 統計的劣化モデル（2次モデル）

(1) 混合地盤沈下モデルの定式化

空港地盤をI個の平面メッシュに分割し，1次モデルで作成したメッシュi $(i=1,\cdots,I)$のサンプルパスを$f_i(t,k)$ $(k=1,\cdots,K)$で表す．このとき，地盤沈の統計的劣化モデルは，これらのサンプルパスの荷重和

$$\hat{y}_i^t=\sum_{k=1}^{K}\hat{\omega}_i(k)f_i(t,k)+\hat{\varepsilon}_i\ (t=0,\cdots,\bar{T}) \tag{1}$$

として定式化できる[1]．以下，この統計的劣化モデルを混合地盤沈下モデルと呼ぶ．また，式中，$\hat{\omega}_i(k)$は，地盤沈下パスkに対して割り当てられた重みであり，

$$\sum_{k=1}^{K}\hat{\omega}_i(k)=1\ (i=1,\cdots,I) \tag{2}$$

が成立する．さらに，$\hat{\varepsilon}_i$は，測定誤差を表す確率変数であり，互いに独立な1次元正規分布$\mathcal{N}(0,\sigma_i^2)$に従うと仮定する．ここで重み$\hat{\omega}_i(k)$がディリクレ分布に，さらに分散パラメータ$\phi_i=\sigma_i^2$がガンマ分布に従うと考える．メッシュ$i$の地盤沈下パス$\hat{\boldsymbol{y}}_i=(\hat{y}_i^0,\cdots,\hat{y}_i^{\bar{T}})$が生起する確率密度関数$\pi_i(\hat{\boldsymbol{y}}_i)$は，

$$\pi_i(\hat{\boldsymbol{y}}_i)\propto\phi_i^{\zeta-1/2}\prod_{k=1}^{K}\hat{\omega}_i(k)^{\alpha_k-1}\exp\left[-\phi_i\left\{\gamma+\frac{1}{2}\hat{\varepsilon}_i^2\right\}\right] \tag{3}$$

と表される．ただし，α_kはディリクレ分布，ζ,γはガンマ分布の定数パラメータである．この確率密度関数$\pi_i(\hat{\boldsymbol{y}}_i)$を解析的に求めることは困難であり，モンテカルロシミュレーションにより求める．すなわち，$\omega_i(1),\cdots,\omega_i(K-1),\phi_i$をそれぞれの事前確率密度関数であるディリクレ分布とガンマ分布よりランダム抽出するとともに，y_i^tを正規確率密度関数$N(\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k)f_i(t,k),\phi_i^{-1})$よりランダム抽出することで地盤沈下量の確率分布を得る．

(2) マルコフ劣化ハザードモデルの定式化

メッシュiの舗装劣化パスを$g_i(t,k)$と表そう．健全度がj $(i=1,2,\cdots,J)$であれば，$g_i(t,k)=j$となる．つぎに，時点tから$t+1$の間において生起するコンクリート舗装の健全度の推移確率を，マルコフ推移確率で表そう．コンクリート舗装の劣化過程は，地盤沈下過程の影響を受けるが，ここでは，期間$[t,t+1)$のマルコフ推移確率は，時点tにおける地盤沈下量ベクトル$\boldsymbol{y}^t(k)=\{y_i^t(k):i=1,\cdots,I\}$に依存して定義されると考える．このとき，地盤沈下パスkの下で定義されるマルコフ推移確率は，時点tで評価された健全度$h_i^t(\boldsymbol{y}^t(k))=j$を与件とし，次の時点$t+1$において健全度$h_i^{t+1}(\boldsymbol{y}^t(k))=l$が生起する条件付確率

$$\begin{aligned}&\mathrm{Prob}[h_i^{t+1}(\boldsymbol{y}^t(k))=l|h_i^t(\boldsymbol{y}^t(k))=j]\\&\quad=p_i^{jl,t}(\boldsymbol{y}^t(k))\end{aligned} \tag{4}$$

と定義できる．ただし，期間$[t,t+1)$中は，地盤沈下量は$\boldsymbol{y}^t(k)$のまま一定であると仮定する．以下，表記の簡便化のために，健全度を$h_i^t(k)$と，推移確率を$p_i^{jl,t}(k)$と略記する．いま，説明の便宜上，あるメッシュiの地盤沈下パスkに着目する．メッシュiに対して，検査時点tと$t+1$の間で健全度がjからl $(>j)$に推移するマルコフ推移確率p_i^{jl}は，

$$\begin{aligned}p_i^{jl}&=\sum_{v=j}^{l}\prod_{s=j}^{v-1}\frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s-\lambda_i^v}\prod_{s=v}^{l-1}\frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1}-\lambda_i^v}\exp(-\lambda_i^v z)\\&(j=1,\cdots,J-1;l=j+1,\cdots,J)\end{aligned} \tag{5}$$

と表すことができる[2]．式中λ^sは健全度sに対する指数ハザード率である．ただし，表記上の規則として，

$$\begin{cases}\prod_{s=j}^{v-1}\frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s-\lambda_i^v}=1 & (v=j\text{の時})\\\prod_{s=v}^{l-1}\frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1}-\lambda_i^v}=1 & (v=l\text{の時})\end{cases}$$

が成立すると考える．さらに，表記の便宜上，

$$\begin{aligned}&\prod_{s=j,\neq v}^{l-1}\frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s-\lambda_i^v}\exp(-\lambda_i^v z)\\&=\prod_{s=j}^{v-1}\frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^s-\lambda_i^v}\prod_{s=v}^{l-1}\frac{\lambda_i^s}{\lambda_i^{s+1}-\lambda_i^v}\exp(-\lambda_i^v z)\end{aligned}$$

と簡略化する．また，p_i^{jJ}に関しては，マルコフ推移確率の条件より次式で表せる．

$$p_i^{jJ}=1-\sum_{l=j}^{J-1}p_i^{jl}\ (j=1,\cdots,J-1) \tag{6}$$

以上のように，多段階指数ハザード率で表現したマルコフ推移確率をマルコフ劣化ハザードモデル[2]と呼ぶ．

(3) マルコフ劣化モデルのベイズ推計

1次モデルで作成した舗装劣化パスを用いて，**3**．**(2)** で定式化したマルコフ劣化ハザードモデルをベイズ推計する．マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推計に関しては参考文献[3]を参照して欲しい．ここでは，マルコフ劣化モデルのベイズ更新方法に関して，簡単に紹介しておく．舗装劣化パス$g_i(t,k)$上の健全度情報の点列を$\boldsymbol{h}^{(k)}=\{h_i^t(k):i=1,\cdots,I;t=0,\cdots,\bar{T}\}$と表そう．舗装劣化パス$k$上の連続する2つの時点$t$と$t+1$におけるメッシュ$i$の健全度の予測結果$h_i^t(k),h_i^{t+1}(k)$が得られている．2つの時点における劣化推移パターン情報に基づいて，ダミー変数を

$$\delta_{i,t}^{jl}(k)=\begin{cases}1 & h_i^t(k)=j,h_i^{t+1}(k)=l\text{の時}\\0 & \text{それ以外の時}\end{cases} \tag{7}$$

と定義する．さらに，施設の劣化速度に影響を及ぼすメッシュiの構造特性や環境条件を表す特性ベクトルを$\boldsymbol{x}_i^t(k)=\{x_i^{t,1}(k),\cdots,x_i^{t,Q}(k)\}$と表す．さらに，説明変数には，時点$t$において予測された地盤沈下量$y_i^t(k)$，曲率$v_i^t(k)$のデータも含まれている．

メッシュi $(i=1,\cdots,I)$の舗装劣化パスkを指数ハザード率を用いて表現する．いま，舗装劣化パスkのハザード率$\lambda_i^{j,t}(k)$ $(j=1,\cdots,J-1;i=1,\cdots,I;t=0,\cdots,\bar{T})$を，メッシュ$i$の舗装劣化パス$k$における時点$t$の特性ベ

クトル$\boldsymbol{x}_i^t(k)$を用いて

$$\lambda_i^{j,t}(k) = \boldsymbol{x}_i^t(k)\boldsymbol{\beta}^j \tag{8}$$

と表そう．ただし，$\boldsymbol{\beta}^j = (\beta^{j,1},\cdots,\beta^{j,Q})$は未知パラメータ$\beta^{j,q}$ $(q=1,\cdots,Q)$によるベクトルである．

マルコフ推移確率は，式(5)で示したように，各健全度におけるハザード率$\lambda_i^{j,t}(k)$ $(j=1,\cdots,J-1; i=1,\cdots,I)$を含む．さらに，ハザード率はメッシュの特性ベクトル$\boldsymbol{x}_i^t(k)$を用いて式(8)で表現できる．また，推移確率は時系列データが予測された時間間隔zにも依存する．これらのことを明示的に表すため推移確率$p_i^{jl,t}(k)$を説明変数ベクトル$\boldsymbol{\xi}_i^t(k) = (z, \boldsymbol{x}_i^t(k))$と未知パラメータ$\boldsymbol{\beta} = (\boldsymbol{\beta}^1,\cdots,\boldsymbol{\beta}^{J-1})$の関数として$p_i^{jl,t}(\boldsymbol{\xi}_i^t(k):\boldsymbol{\beta})$と表そう．この時，舗装劣化パスの劣化推移パターンの同時生起確率密度を表す尤度関数は次式で表される．

$$\mathcal{L}(\boldsymbol{\xi}|\boldsymbol{\beta}) = \prod_{j=1}^{J-1}\prod_{l=j}^{J}\prod_{i=1}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=0}^{\bar{T}}\left\{p_i^{jl,t}(\boldsymbol{\xi}_i^t(k):\boldsymbol{\beta})\right\}^{\delta_{i,t}^{jl}(k)} \tag{9}$$

ただし，$\boldsymbol{\xi} = \{\boldsymbol{\xi}_i^t(k): i=1,\cdots,I; k=1,\cdots,K; t=0,\cdots,\bar{T}\}$である．舗装劣化パス情報$\boldsymbol{\xi}$は全て確定値であり，尤度関数は未知パラメータ$\boldsymbol{\beta}$の関数である．

いま，$\boldsymbol{\beta}^j$の事前確率密度関数が，多次元正規分布$\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j,\boldsymbol{\Sigma}^j)$に従うと仮定する．$\boldsymbol{\mu}^j$は$\mathcal{N}_Q(\boldsymbol{\mu}^j,\boldsymbol{\Sigma}^j)$の事前期待値ベクトル，$\boldsymbol{\Sigma}^j$は事前分散共分散行列である．事後確率密度関数$\psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$は，

$$\begin{aligned}\psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi}) &\propto \mathcal{L}(\boldsymbol{\xi}|\boldsymbol{\beta})\prod_{j=1}^{J-1} g(\boldsymbol{\beta}^j|\boldsymbol{\mu}^j,\boldsymbol{\Sigma}^j)\\ &\propto \prod_{j=1}^{J-1}\prod_{l=j}^{J}\prod_{i=1}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=0}^{\bar{T}}\Big\{\sum_{v=j}^{l}\prod_{s=j,\neq v}^{l-1}\\ &\qquad \frac{\lambda_i^{s,t}(k)}{\lambda_i^{s,t}(k)-\lambda_i^{v,t}(k)}\exp(-\lambda_i^{v,t}(k)z^k)\Big\}^{\delta_{i,t}^{jl}(k)}\\ &\quad \cdot\prod_{j=1}^{J-1}\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}^j-\boldsymbol{\mu}^j)(\boldsymbol{\Sigma}^j)^{-1}(\boldsymbol{\beta}^j-\boldsymbol{\mu}^j)'\Big\}\end{aligned} \tag{10}$$

となる．ギブスサンプリングは，マルコフ連鎖モンテカルロ法の代表的手法であり，事後確率密度関数$\psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$を直接求めることが難しい場合に，各パラメータの条件付き事後確率密度関数を用いて，反復的にパラメータ$\boldsymbol{\beta}$の標本を乱数発生させることにより，事後分布からのパラメータ標本を獲得する方法である[3]．$\boldsymbol{\beta}$から$\beta^{e,q}$を除いた未知パラメータベクトルを$\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)}$と表そう．この時，式(10)より，$\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)}$を既知とした時の$\beta^{e,q}$の条件付き事後確率密度関数$\psi(\beta^{e,q}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)},\boldsymbol{\xi})$は

$$\begin{aligned}&\psi(\beta^{e,q}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)},\boldsymbol{\xi})\\ &\propto \prod_{j=1}^{e}\prod_{l=e}^{J}\prod_{i=1}^{I}\prod_{k=1}^{K}\prod_{t=0}^{\bar{T}}\Big\{(\beta^{e,q}x_q^{i,t}(k))^{\{\delta_{i,t}^{jl}(k)-\delta_{i,t}^{je}(k)\}}\\ &\cdot\sum_{v=j}^{l}\prod_{s=j,\neq v}^{l-1}\frac{1}{\lambda_i^{s,t}(k)-\lambda_i^{v,t}(k)}\exp(-\lambda_i^{v,t}(k)z^k)\Big\}^{\delta_{i.t}^{jl}(k)}\\ &\cdot\exp\Big\{-\frac{\rho_{qq}^e}{2}(\beta^{e,q}-\hat{\mu}_q^e)^2\Big\}\end{aligned} \tag{11}$$

$$\hat{\mu}_e^q = \mu_e^q + \sum_{h=1,\neq q}^{Q}(\beta^{e,h}-\mu_h^e)\rho_{hq}^e$$

と表せる．ただし，$\delta_{i,t}^{je}(k)$は，舗装劣化パスk上の事前健全度jとギブスサンプリングにおける事前健全度eが一致した場合に1を，そうでない時に0となるダミー変数である．μ_q^eは事前期待値ベクトル$\boldsymbol{\mu}^e$の第q要素であり，ρ_{hq}^eは事前分散共分散行列$\boldsymbol{\Sigma}^{e-1}$の第$(h,q)$要素である．これらの条件付き確率密度関数から標本を発生させ，その標本を用いてパラメータ$\boldsymbol{\beta}$の事後分布に関する各種の統計量を計算することができる．ギブスサンプリングによる標本番号をn $(n=1,\cdots,\overline{n})$で表そう．ギブスサンプリング・アルゴリズムは以下のように整理できる．

step1：初期パラメータ値$\beta(0) = (\beta^{1,1}(0),\cdots,\beta^{J-1,Q}(0))$を与える．$n=1$とし，標本数$\overline{n}$を設定する．

step2：$\boldsymbol{\beta}(n) = (\beta^{1,1}(n),\cdots,\beta^{J-1,Q}(n))$を次のように発生する．
$\psi(\beta^{1,1}|\boldsymbol{\beta}^{-(1,1)}(n-1),\boldsymbol{\xi})$から$\beta^{1,1}$を乱数発生する．
$\psi(\beta_{1,2}|\boldsymbol{\beta}^{-(1,2)}(n-1),\boldsymbol{\xi})$から$\beta^{1,2}$を乱数発生する．
…
$\psi(\beta_{e,q}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)}(n-1),\boldsymbol{\xi})$から$\beta^{e,q}$を乱数発生する．
…
$\psi(\beta_{J-1,M}|\boldsymbol{\beta}^{-(J-1,M)}(n-1),\boldsymbol{\xi})$から$\beta^{J-1,Q}$を乱数発生する．

step 3：十分大きな$\underline{n}$に対して$n>\underline{n}$ならば$\boldsymbol{\beta}(n)$を記録．

step 4：$n=\overline{n}$ならば計算終了．$n<\overline{n}$ならば$n=n+1$としてstep 2に戻る．

十分大きな$\underline{n}$に対して，ギブスサンプリングが定常過程に到達している場合，$\boldsymbol{\beta}(n)$ $(n=\underline{n}+1,\underline{n}+2,\cdots,\overline{n})$は，事後確率密度関数$\psi(\boldsymbol{\beta}|\boldsymbol{\xi})$からの標本と見なすことができる．ギブスサンプリングを行うためには$(J-1)\times Q$個の条件付き事後確率密度関数$\psi(\beta^{e,q}|\boldsymbol{\beta}^{-(e,q)},\boldsymbol{\xi})$ $(e=1,\cdots,J-1, q=1,\cdots,Q)$を求めることが必要となる

4. 統計的劣化モデルのベイズ更新（3次モデル）

(1) 混合地盤沈下モデルのベイズ更新

2次モデルは，1次モデル（力学的劣化モデル）で予測した劣化過程の統計的規則性を，混合地盤沈下モデルとマルコフ劣化ハザードモデルを用いて近似したものである．しかし，現実の空港舗装の劣化過程が，1次モデルの予測結果に一致する保証はない．いま，空港供用後，時間が経過し，時点Tに到達したと考える．さらに，空港供用後，各平面メッシュの地盤沈下量と舗装健全度を継続的にモニタリングすることにより，メッシュiの地盤沈下量，舗装健全度に関するモニタリング情報$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}=$

$\{\bar{y}_i^0, \cdots, \bar{y}_i^T\}$, $\bar{\boldsymbol{h}}_i^{0,T} = \{\bar{h}_i^0, \cdots, \bar{h}_i^T\}(i = 1, \cdots, I)$が得られたと考える．さらに，すべてのメッシュの時点Tまでの地盤沈下量，舗装健全度に関するモニタリング情報ベクトルを，それぞれ$\bar{\boldsymbol{y}}^{0,T}$, $\bar{\boldsymbol{h}}^{0,T}$と表す．これらのモニタリング情報を用いて，2次モデルをベイズ更新することにより，3次モデルを作成することができる．3次モデルを用いることにより，その後の舗装劣化過程の予測精度を向上することができる．

ここで，ひとまず重みベクトル$\boldsymbol{\omega}_i$を与件とし，確率誤差項のみが確率変数と考える．確率誤差項の分散の逆数ϕも与件とする．このとき，モニタリング結果$\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}$が観測される尤度は，

$$\mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}|\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i) \propto \prod_{t=0}^{T} \phi_i^{1/2} \exp\left[-\frac{\phi_i}{2}\left\{\bar{y}_i^t - \sum_{k=1}^{K} \omega_i(k) f_i(t,k)\right\}^2\right] \quad (12)$$

と表される．つぎに，**3**．**(1)** と同様に，$\boldsymbol{\omega}_i$の事前確率密度関数が，ディリクレ分布，分散の逆数ϕ_iがガンマ分布に従うと考える．この時，$\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i\ (= \sigma_i^{-2})$ の事後分布は，

$$\begin{aligned}\pi(\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i|\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}) &\propto \mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{y}}_i^{0,T}|\boldsymbol{\omega}_i, \phi_i) D(\boldsymbol{\omega}_i|\boldsymbol{\alpha}^{(0)}) g(\phi_i|\beta^{(0)}, \gamma^{(0)}) \\ &\propto \phi_i^{\beta^{(0)}+(T-1)/2} \exp\left[-\phi_i\left\{\gamma^{(0)} + \frac{1}{2}\sum_{t=0}^{T}\Big(\bar{y}_i^t - \right.\right. \\ &\left.\left.\sum_{k=1}^{K}\omega_i(k) f_i(t,k)\Big)^2\right\}\right] \prod_{k=1}^{K} \omega_i(k)^{\alpha_k^{(0)}-1} \end{aligned} \quad (13)$$

となる．このとき**3**．**(3)** で言及したギブズサンプリングを用いて，再度パラメータ$\boldsymbol{\omega}_i$，ϕ_iの標本を事後確率密度関数から抽出することができる．

(2) マルコフ劣化モデルのベイズ更新

舗装劣化の2次モデルの推計に用いたデータ$\boldsymbol{\xi}$と時点Tまでのモニタリング情報$\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}$をプールしたデータセットを用いて，マルコフ劣化モデルをベイズ更新する．**3**．**(3)** で言及したように，2次モデルの推計には1次モデルで計算した地盤沈下パス，舗装劣化パスのデータを用いている．すなわち，それぞれのサンプルパスkに対して，舗装健全度データ$\{h_i^t(k) : t = 0, \cdots, \bar{T}\}$と説明変数ベクトル$\boldsymbol{\xi}_i(k) = \{(z, \boldsymbol{x}_i^t(k)) : t = 0, \cdots, \bar{T}\}$を定義し，これらのデータを用いて2次モデルを推計する．一方，空港供用後には，舗装健全度，地盤沈下量に関する実測値を得ることができる．これらのモニタリング情報を用いて，舗装健全度データ$\{\bar{h}_i^t : t = 0, \cdots, T\}$と説明変数ベクトル$\bar{\boldsymbol{\xi}}_i = \{(\bar{z}, \bar{\boldsymbol{x}}_i^t(k)) : t = 0, \cdots, T\}$を定義できる．ここに，記号「 ¯ 」は，実測値を用いて，データベースを作成していることを意味している．これらのデータをプールした新しいデータセット$(\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi})$を定義する．その上で，新しい添え字$r$を用いて，データセットに含まれる健全度，説明変数ベクトルの組を$\{h_i^r, (z, \bar{\boldsymbol{x}}_i^r)\}$ $(r = 1, \cdots, \bar{R})$と再定義する．$\bar{R}$は，プール後のデータ数を表す．ベイズ更新を行った後の未知パラメータベクトルの事後密度関数$\psi(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi})$は，

$$\psi(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi}) \propto \mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi}|\boldsymbol{\beta}) \prod_{j=1}^{J-1} g(\boldsymbol{\beta}^j|\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j) \quad (14)$$

と表すことができる．ここに，$\mathcal{L}(\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi}|\boldsymbol{\beta})$は，1次モデルの計算結果と時点$T$までのモニタリング情報の双方をプールしたデータセットを用いて定義される尤度関数である．一方，$g(\boldsymbol{\beta}^j|\boldsymbol{\mu}^j, \boldsymbol{\Sigma}^j)$は，それぞれ設計段階のベイズ推計時に用いた$\boldsymbol{\beta}^j$の事前分布である．したがって，ベイズ更新後の事後分布は，

$$\begin{aligned}\psi(\boldsymbol{\beta}|\bar{\boldsymbol{\xi}}^{0,T}, \boldsymbol{\xi}) &\propto \prod_{j=1}^{J-1}\prod_{l=j}^{J}\prod_{i=1}^{I}\left[\prod_{r=1}^{\bar{R}}\right. \\ &\left.\Big\{\sum_{v=j}^{l}\prod_{s=j,\neq v}^{l-1}\frac{\tilde{\lambda}_i^s(r)}{\tilde{\lambda}_i^s(r)-\tilde{\lambda}_i^v(r)}\exp(-\tilde{\lambda}_i^v(r)z)\Big\}^{\delta_i^{jl}(r)}\right] \\ &\cdot\prod_{j=1}^{J-1}\exp\Big\{-\frac{1}{2}(\boldsymbol{\beta}^j-\boldsymbol{\mu}^j)(\boldsymbol{\Sigma}^j)^{-1}(\boldsymbol{\beta}^j-\boldsymbol{\mu}^j)'\Big\}\end{aligned} \quad (15)$$

となる．ただし，$\tilde{\lambda}_i^s(r)$はモニタリング情報を用いてベイズ更新されたハザード率，$\delta_i^{jl}(r)$は隣接する2時点の健全度データに対して$h_i^r = j, h_i^{r+1} = l$のときに1，そうでないときに0となるダミー変数である．

5. おわりに

空港コンクリート舗装のアセットマネジメントでは，1）劣化過程に多大な不確実性が介在する，2）劣化過程に関するデータの蓄積が十分ではない，という特徴がある．本研究では，これらの課題に対応するために，地盤沈下と舗装劣化を表現した力学的劣化モデル（1次モデル）と統計的劣化モデル（2次モデル），さらには統計的劣化モデルの更新（3次モデル）という3つのモデルをベイズ統計学の枠組みの中で合成したハイブリッド劣化モデルを提案した．今後，様々な空港施設の地盤沈下過程および舗装劣化過程を継続的にモニタリングすることにより，ハイブリッド劣化モデルの有効性を検証することが必要である．なお，著者らは，すでに国内の海上空港を対象とした実証分析を行っているが，実証分析に関しては，講演会の当日に報告させて頂きたい．

参考文献

1) 下村泰造，小濱健吾，貝戸清之，小林潔司：空港舗装のアセットマネジメントのためのハイブリッド型地盤沈下モデル，土木学会論文集F（投稿中）．
2) 津田尚胤，貝戸清之，青木一也，小林潔司：橋梁劣化予測のためのマルコフ推移確率の推定，土木学会論文集，No.801/I-73，pp.68-82, 2005.
3) 貝戸清之，小林潔司：マルコフ劣化ハザードモデルのベイズ推定，土木学会論文集A，Vol.63, No.2. pp.336-355, 2007.