"渋滞"と"混雑"を解消する情報効率的メカニズムのデザイン*

Informationaly Efficient Mechanisms for Mitigating Both Queuing Congestion and Flow Congestion*

和田健太郎**・赤松隆***

By Kentaro WADA**・Takashi AKAMATSU***

1．はじめに

交通混雑解消方策を考える上で重要であるにもかかわらず，従来十分考慮されていない点が 2 つある．第 1 点目は，交通工学的にメカニズムの異なる 2 種類の外部性を区別することである．具体的には，待ち行列による外部性である"渋滞"(queuing congestion)と，交通量の増加に伴う外部性である"混雑"(flow congestion)である．これらは，区別し包括的に考慮する必要があるが，そのような施策は，従来研究では十分に検討されていない．

第 2 点目は，道路管理者と利用者間の情報の非対称性である．例えば，従来の混雑料金制度では，料金設定のために道路利用者の私的選好情報（e.g.支払意思額）が必要となる．しかし，道路管理者が，それを正確に把握することは困難である．この問題を解消する施策として，近年，赤松ら[1), 2)]によってボトルネック通行権取引制度が提案された．この制度では，通行権市場を創設することで情報の非対称性を解消しており，queuing congestion も完全に解消することができる．ただし，この制度は，queuing congestion とflow congestionの外部性を同時に扱うのは困難である．また，マイクロレベルのインプリメンテーション法は，明らかにされていない．

そこで，本研究では，queuing congestion とflow congestionの外部性を解消し，かつ詳細な利用者情報を必要としない交通流管理スキームを提案する．さらに，オークション理論，進化・学習ゲーム理論[3)]を用いてマイクロ・メカニズムを提示し，交通状態が社会的最適状態に収束することを示す．

2．モデルの設定

（1）交通空間条件

本研究では，線形に2つの居住地の並ぶ道路ネットワークを対象とする．ネットワーク内には，上流側と下流の 2 つの居住地が存在し，それぞれの通勤者が，通勤費用を最小化するように終点到着時刻を選択し，毎日 1 つの CBD へ通勤を行う．この設定においては，CBD へ直接つながる下流側リンクにおいて両居住地の通勤者の相互作用が生じる．ネットワークの上流側リンクには容量 μ のボトルネックが存在し，queuing congestion が発生している．一方，下流側リンクは，リンク容量が十分に大きく flow congestion のみが生じている．下流側リンクの旅行時間は，単位時間当たりの交通量 x_i に対する単調増加関数 $c_i(x_i)$ で表せると仮定する: $\partial c_i(x_i)/\partial x_i > 0$.

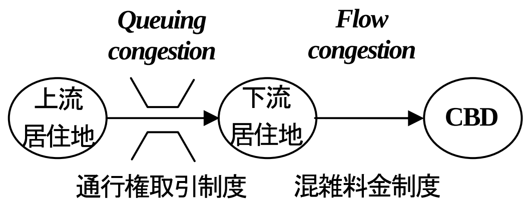

図１　本研究で対象とするネットワーク概念図

本研究では，within-day での時刻別の交通量パターンと，その交通量パターンの day-to-day dynamics を考える．そのため，時間の流れを日付 $t \in T$ 及び，t 内での時刻 $i \in I$ の 2 つの変数として区別する．ここで，i, t は共に，離散的な変数とし，時間の流れに沿って整数の連番で区別する．

（2）導入する制度

a) ボトルネック通行権取引制度

道路管理者は，上流側でのqueuing congestionを解消するために，時間帯別通行権を，ボトルネック容量 μ に等しい枚数発行する．この条件下では，各時間帯の交通量は，ボトルネック容量を下回り，queuing congestionは原理的に発生しない．

時刻別通行権は通行権市場において取引される．通行権市場のマイクロ・メカニズムは，第5章で詳しく示す．

b) 混雑料金制度

道路管理者は，下流側リンクのflow congestionを解消するために，混雑料金を賦課する．ここで，道路管理者は，交通量は観測できるが，需要関数情報を知ることは

---

*キーワーズ：交通流，交通情報，TDM

**学生員，東北大学大学院情報科学研究科
（仙台市青葉区荒巻青葉6-6 TEL022-795-7507 FAX022-795-7505）
***正員，工博，東北大学大学院情報科学研究科

できない．そこで，進化ゲーム理論[3)]に基づいて，実現した交通量に対してmyopicに混雑料金を設定する．

具体的には，day t での交通量$\mathbf{x}(t)$ に対して，次式の混雑料金を設定するものとする：

$$\lambda_i(t) = x_i(t) \cdot \frac{\partial c\left(x_i(t)\right)}{\partial x_i} \quad \forall i \in I \tag{2.1}$$

式(2.1)で与えられる混雑料金は，社会的最適状態$\mathbf{x}^*$では，最適混雑料金と一致するような関数である．

３．達成すべき社会的最適状態

本研究では，達成すべき均衡状態を，通勤者の費やす交通費用の総和（社会的交通費用）が最小化される状態と考える．

また，本研究では各居住地の通勤者の知覚する交通費用（i.e., 効用）には，次のような誤差項が含まれると仮定する．上流側居住地の通勤者の交通費用には，母集団全体としてGumbel分布に従う異質性ξ（個々人では確定的）が含まれる．一方，下流側居住地の通勤者の交通費用には，個人としてGumbel分布に従うランダム項εが含まれる．

このとき，ランダム効用理論より，各通勤者の行動を集計して実現する交通量パターンは，ロジット型となる．したがって，社会的最適状態を求める等価最適化問題は，エントロピー・モデルを用いて，次の問題[P-1]ように表現できる:

[P-1]

$$\min_{\mathbf{x}\in\Omega} . \sum_i x_i \cdot \tau_i(x_i) + \frac{1}{\theta}\sum_i \frac{m_i}{M}\ln\frac{m_i}{M} + \frac{1}{\phi}\sum_i \frac{n_i}{N}\ln\frac{n_i}{N} \tag{3.1}$$

ここでは，簡単のため，通勤者の希望到着時刻は一定とする．各時刻i での交通量x_i は上流側通勤者数m_i と下流側通勤者数n_i の和で表される．また，第 1 項の測定可能な交通費用τ は，下流側リンクコストc とスケジュール費用の加算和であり，スケジュール費用は希望到着時刻と実際到着時刻i の差で表される．第 2 項，第 3 項はエントロピー項であり，θ, ϕはそれぞれ異質性，ランダム項に対応した分散パラメータ，M, N は，各居住地の総通勤者数である．また，許容領域Ωは，以下の制約条件を満たす領域である：

(*i*) 通勤者の保存則，(*ii*) 上流側ボトルネックの容量制約，(*iii*) 非負条件．

４．通勤者の行動モデル

以下では，通勤者個々人の行動モデルを設定する．その際，測定可能な交通費用τ に混雑料金λ を加えた下流側リンクの総通勤費用π を用いて議論を行う．

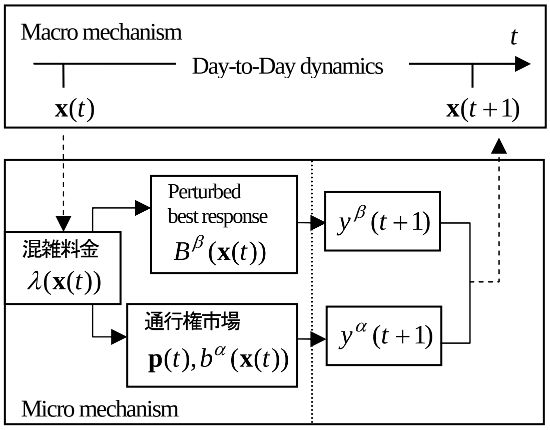

図２　提案メカニズムの枠組み

（１）上流側通勤者の終点到着時刻変更行動

上流側居住地の通勤者α の，day t の通行権市場への入札行動は，その日に実現した交通量$\mathbf{x}(t)$ を用いてmyopicに行われる．すなわち，各終点到着時刻に対する入札額b^α は,

$$b_i^\alpha(\mathbf{x}(t)) = -\pi_i(x_i(t)) + \xi_i^\alpha \tag{4.1}$$

と定義される．ここで，通行権市場において決まる通行権価格を$\mathbf{p}(t)$ とすると，通勤者α の効用は,

$$\tilde{U}_i^\alpha(t) = b_i^\alpha - p_i \tag{4.2}$$

となる．第5章で示す通行権市場の性質より，効用最大化行動が通勤者α のday t の通行権の割当y^α となる：

$$y^\alpha(t+1) = \arg\max_{i\in I} . \tilde{U}_i^\alpha(t) \tag{4.3}$$

（２）下流側通勤者の終点到着時刻変更行動

本研究では，下流側居住地の通勤者β の行動ルールとして，進化・学習ゲーム理論[4),5)]のモデルの1つであるperturbed best response を仮定する．このモデルでは，day t +1の戦略選択に，day t の利得を参照する．ここで，利得は，下流側リンクの総通勤費用π とランダム項ε より，次のようにmyopicに形成される:

$$\tilde{U}_i^\beta(t) = -\pi_i(x_i(t)) + \varepsilon_i^\beta(t) \tag{4.4}$$

通勤者β は，式(4.4)で表される利得を最大化するように終点到着時刻の混合戦略を選択する:

$$B_i^\beta(\mathbf{x}(t)) = \Pr\left(\arg\max_{i\in I} \tilde{U}_i^\beta(t) = -\pi_i(x_i(t)) + \varepsilon_i^\beta\right) \tag{4.5}$$

さらに，ランダム項ε が各通勤者で独立なGumbel分布に従うとすれば，式(4.5)はロジット選択確率となる:

$$B_i^\beta(\mathbf{x}(t)) = \frac{\exp[-\phi_l \pi_i(x_i(t))]}{\sum_j \exp[-\phi_l \pi_j(x_j(t))]} \tag{4.6}$$

したがって，通勤者β の行動$y^\beta(t+1) = B^\beta$ となる．ここで，下流側居住地の通勤者は終点到着時刻変更機会を,

それぞれ独立な単位時間当たり割合δのポアソン過程に従って得るものとする.

５．通行権市場のオークション・メカニズム

（１）VCG mechanism

本研究では，通行権市場をオークション・メカニズムの 1 つであるVCG mechanism [6]を用いて構築する．VCG mechanismは次のように定義される：1) 通勤者は，全ての通行権に対して入札をする，2) 道路管理者は，入札額の総和を最大化するように，入札者に対して通行権の割当る，3) 落札者の支払額は，自分が入札することによって生じる他者の社会的余剰の減少分とする．

また，VCG mechanism は，以下の望ましい性質を持つ：a) 効率的な資源配分を達成できる，b) 各入札者にとって，自分の選好を正直に表明することが支配戦略となる（i.e.虚偽の選好表明を行う incentive が働かない）．

（２）割当決定問題及びVickrey Payments

VCG mechanismは，割当を決める勝者決定問題と，Vickrey paymentsを計算する2つの枠組みからなっている．通行権市場の勝者決定問題[LP]は次のように定式化される:

[LP]
$$V^{LP}(\mathbf{y},t)=\max.\sum_{\alpha}\sum_{i}b_i^{\alpha}(t)y_i^{\alpha}(t+1) \quad (5.1)$$

$$s.t.\quad \sum_{i}y_i^{\alpha}(t+1)=1,\ \forall\alpha \quad (5.2)$$

$$\sum_{\alpha}y_i^{\alpha}(t+1)\le\mu,\ \forall i \quad (5.3)$$

$$y_i^{\alpha}(t+1)\ge 0\ \ \forall i,\alpha \quad (5.4)$$

問題[LP]を解くことにより効率的な割当$\mathbf{y}^*$が求まる．一般的に，勝者決定問題は整数計画問題として定式化される．ただし，本研究の扱う問題は，ネットワークフロー問題であり，制約条件の係数行列が Totally Unimodular の性質を満たしているため，線形計画問題を解くのみで，整数解が得られる．

各通勤者の支払う Vickrey payments は，VCG mechanism の性質 b)誘因両立性をを保証する重要なメカニズムである．具体的には，自分が入札することによって生じる他の参加者の社会的余剰の減少分が Vickrey payments となる:

$$p_{\alpha}^{vcg}(t)=V^{-\alpha}(\mathbf{y}^{-\alpha*},t)-\left[V(\mathbf{y}^*,t)-\sum_{i}b_i^{\alpha}(t)y_i^{\alpha*}(t+1)\right] \quad (5.5)$$

また，Vickrey paymentsは，問題[LP]の双対問題のうち，競争均衡価格の最小化される解（最小競争均衡価格）と一致する（証明はLeonard [7] 参照）．

（３）競り上げオークション・アルゴリズム

以上のような，望ましい性質を持つVCG mechanismであるが，入札数が膨大であり，必要以上の私的情報を開示してしまうという問題点がある．本研究では，この問題に対して，Demange *et al* [8]の提案した競り上げオークション・アルゴリズムを適用した．このアルゴリズムは以下のように記述される：

Step 1: 通行権価格$\mathbf{p}(0):=\mathbf{0}$，ラウンド$R:=0$と設定
Step 2: 各通勤者が，現在価格$\mathbf{p}(R)$に対し，自分の受容する通行権の時間帯iを申告；超過需要集合がなければ，Step 4へ
Step 3: 最小の超過需要集合 S を探し，通勤者の需要を変更するまでS内のすべての通行権価格を上げる；
$R:=R+1$としてStep 2へ
Step 4: 各通勤者が需要する通行権価格を$\mathbf{p}(R)$で割当．終了.

このアルゴリズムは，問題[LP]とその双対問題から構成される Primal-Dual algorithm に一致し，VCG mechanism と等価な結果を実現する．また，このアルゴリズムにおいては，通勤者は自分の受容する通行権のみに入札を行えばよく，VCG mechanism の問題点は解消される．

６．Day-to-Day dynamics の期待値の特性

ここでは，各通勤者行動の結果実現する集計交通量の期待値のダイナミクスの特性を議論する．

（１）期待値のダイナミクス

上流側居住地の交通量の連続時間ダイナミクスは，次の式で表される．

$$\dot{m}_i(t)=MA_i(\mathbf{x}(t))-m_i(t)\ \ \forall i\in I \quad (6.1)$$

ここで，Aは通勤者が通行権市場で終点到着時刻iを選ぶ確率であり，問題[LP]の解として与えられる．

また，下流側居住地の交通量の連続時間ダイナミクスは,

$$\dot{n}_i(t)=\frac{1}{\delta}\left[NB_i(\mathbf{x}(t))-n_i(t)\right]\ \forall i\in I \quad (6.2)$$

と定式化される．以上のダイナミクスの休止点では，次の命題が成立する（証明は紙面の制約上省略）．

命題 1：式(6.1)，式(6.2)で表される微分方程式について，$[\dot{\mathbf{m}}\ \dot{\mathbf{n}}]^T=\mathbf{0}$となるような均衡状態$\mathbf{m}^*,\mathbf{n}^*$は，問題[P-1]で表される社会的最適状態と一致する．

（２）収束証明

$\dot{\mathbf{m}},\dot{\mathbf{n}}$が大域的に均衡点に収束することを保証するために，連続・微分可能な Lyapunov 関数を構成しよう．Lyapunov 関数は次のように定義される:

$$\hat{\Pi}(\mathbf{m},\mathbf{n})\equiv\Pi(\mathbf{m},\mathbf{n})-\Pi(\mathbf{m}^*,\mathbf{n}^*) \quad (6.3)$$

ここで，関数$\Pi(\mathbf{m},\mathbf{n})$は式(3.1)で表される問題[P-1]の目

的関数である．したがって，次の定理が成り立つ（証明は省略）：

定理 1：式(6.3)は，動的システム(6.1)，(6.2)の Lyapunov 関数となる．

ゆえに，次の命題が成立する:

命題 2：本研究の提案スキーム下では，交通量の期待値のダイナミクスは大域的に収束する．

以上の命題 1，2 より，本研究の提案スキーム導入下では，期待値のダイナミクスが大域的に収束し，その均衡状態は社会的最適状態を一致することが示された．

（3）期待値のダイナミクスのシミュレーション

ここでは式(6.1)，式(6.2)を，離散間隔 1 で前進差分した差分方程式のシミュレーションの結果を示す．希望到着時刻は一定とする．朝の通勤ラッシュを考え，終点着時刻 i が 1 時間に渡り 1 分刻みに 60 個存在する．また，シミュレートする日数を $t=150$ とする．結果は図 3 に示す．図 3-a は，150 日目での各終点到着時刻の費用を示しており，全ての費用を足したものが上流側通勤者の総通勤費用，通行権価格 $\mathbf{p}$ を除いたものが，下流側通勤者の費用を表している．この図より，150 日目の総通勤費用が均衡していることがわかる．また，図 3-b より，その均衡状態の社会的総交通費用が社会的最適状態へ一致していることがわかる．

7．Day-to-Day dynamics の確率的特性

本研究で想定した交通量の Day-to-Day dynamics は確率的である．これは，4・5 章で設定・記述した各通勤者のミクロな行動が確率的であることによる．したがって，ここでは，各通勤者に対して各 day，各時刻に乱数を発生させるモンテカルロ・シミュレーションを行い，Day-to-Day dynamics の確率的特性を明らかにする．シミュレーションの状況設定は前章と同様とし，多数行ったシミュレーションのうち，1 つの乱数列（サンプルパス）の計算結果を図 4 に示す．図 4-a より，150 日目での費用分布が，期待値のシミュレーションに比べばらついていることがわかる．これは，各通勤者の確率的挙動が影響しているためと考えられる．しかし，このばらつきは，通勤者の母集団数が大きくなればなるほど，大数の法則に従って小さくなることが実験により明らかになった．一方，図 4-b の総費用関数は，社会的最適状態近傍で定常状態となっている．すなわち，次の性質を持つ．

性質 1：母集団が十分大きい場合，個々のばらつきの社会全体への影響は極めて小さく，Day-to-Day dynamics は期待値の特性を保つ．

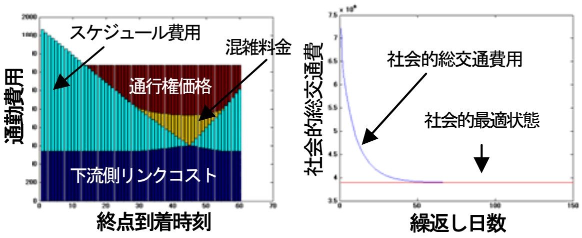

図３-a　150 日目での費用分布　図３-b 社会的総交通費用の推移

図３　Day-to-Day dynamics の期待値の特性

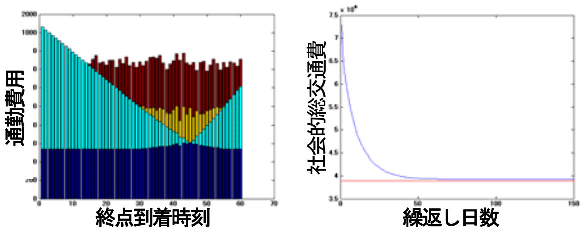

図４-a　150 日目での費用分布　図４-b　社会的総交通費用の推移

図４　Day-to-Day dynamics のサンプルパスの一例

8．おわりに

本研究では，queuing congestion と flow congestion の 2 つの交通外部性が存在するネットワークを対象として，両外部性が解消される交通流管理スキームを提案した．より具体的には，通行権市場をオークション理論を用いて構築し，通勤者のマイクロな行動ルールを進化・学習ゲーム理論により設定した．そして，次のような結果を得た: *i*) 通行権市場は，効率的な資源配分を達成し，かつ，誘因両立的な市場である，*ii*) 交通量の期待値のダイナミクスは，社会的交通費用が最小となる社会的最適状態へ収束する，*iii*) 個々の通勤者の確率的挙動を考慮した交通量の確率的ダイナミクスは，社会的最適状態近傍の定常分布へ収束する．

参考文献

1) 赤松隆 ： 一般ネットワークにおけるボトルネック通行権取引制度，土木学会論文集D, Vol.63, No.3, pp.287-301, 2007.
2) 赤松隆, 佐藤慎太郎, Nguyen Xuan Long : 時間帯別ボトルネック通行権取引制度に関する研究，土木学会論文集D, Vol.62, No.4, pp.605-620, 2006.
3) Sandholm, W.H.: Evolutionary Implementation and Congestion Pricing, *Review of Economic Studies*, pp.667-689, 2002.
4) Vega-Redondo, F.: *Economics and the Theory of Games*, Cambridge university press, 2003.
5) Hofbauer, J. and Sandholm, W.H.: Evolutionary in Games with Randomly Disturbed Payoffs, Jounal of Economic Theory, Vol.132, pp.47-69, 2007.
6) Cramton, P., Shoham, Y. and Steinberg, R. (2006) : *Combinatorial Auctions*, The MIT Press.
7) Leonard, H.B., Elicitation of Honest Preferences for Assignment of Individuals to Position, Journal of Political Economy, Vol.91, pp.461-479, 1983.
8) Demange, P., Gale, D. and Sotomayor, M.: Multi-Item Auctions, Journal of Political Economy, Vol.94, pp.863-872, 1986.