複数リスク下の企業の流動性需要と保険需要*

The Liquidity and Insurance Demand of firms under multiple risk*

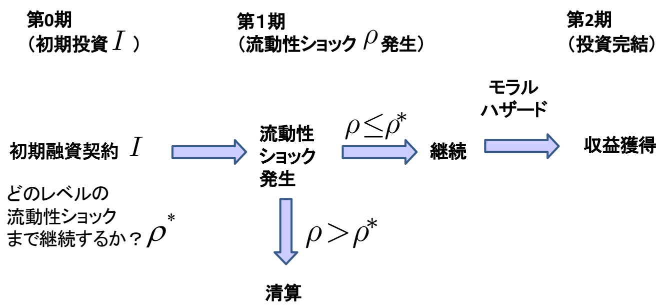
寺西裕之**・大西正光***・小林潔司****
by Hiroyuki TERANISHI**, Masamitsu ONISHI*** and Kiyoshi KOBAYASHI****

1. はじめに

伝統的な保険理論では被保険者の効用関数を所与として，単一のリスクのみを対象として，保険需要行動を分析する．しかし，企業のリスクファイナンス手法は極めて多岐にわたっており，保険以外のリスクファイナンス手法の利用可能性が保険需要行動にも影響を及ぼす．特に，民間企業や民間資金を活用した開発プロジェクトを実施する際には，保険はリスクファイナンス手法の一部として見なされており，プロジェクト全体のリスクは，融資者や株主を含めたステークホルダー間で分担されるのが一般的である．このような状況を分析するためには，伝統的な保険理論の枠組みで扱うことができない保険以外のリスクファイナンス手段を考慮した保険需要モデルを定式化しなければならない．しかし，企業の保険を他のさまざまなリスクファイナンス環境の中の一つとして位置づけながら，企業の保険需要を分析した研究は未だ蓄積が少ないのが現状である．

本研究では，企業のリスクファイナンスモデルを定式化するために，保険に加入可能なリスクと保険に加入できないリスクという2つのリスクを考慮する．伝統的な保険理論では保険に加入可能なリスクのみを対象としていたのに対して，保険に加入できないリスクを考慮することで流動性保有の役割を明示的に扱うことが可能となる．以上の問題意識に基づき，本研究では，企業のリスクファイナンス手法として，保険だけではなく流動性保有にも着目し，保険と流動性保有の役割と補完関係について分析する．

*キーワーズ：複数リスク，流動性需要，保険需要
**学生会員　京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 修士課程 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C-1-2 TEL/FAX 075-383-3224)
***正会員　京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻 助教 (〒615-8540 京都市西京区京都大学桂C-1-2 TEL/FAX 075-383-3224)
****フェロー 京都大学大学院経営管理研究科 教授 (〒606-8501 京都市左京区吉田本町 TEL/FAX 075-383-3222)



図－１　モデルの時間的順序関係

2. リスクファイナンスモデル

(1) モデルの前提条件

企業が図－１に示すような時間的順序にしたがって，プロジェクトを実施する3期モデルを定式化する．モデルで想定する経済主体はすべてリスク中立的である．また，企業は有限責任であり，利得は必ず非負である．企業がプロジェクトを実施するためには，初期投資が必要であり，その必要額をIと表す．企業は自己資本を保有しない状況を考え，第0期に融資者との負債契約によって，初期投資のための資金を調達する．第1期には，第0期に確定的には予期できない追加投資が必要となり，流動性資産を調達しなければならない．これを流動性ショックと呼ぶ．本研究では，流動性ショックを及ぼすリスク要因が2つ存在するモデルを定式化する．流動性ショックの大きさρは，2つの確率変数$\rho_1 \in [0,\infty), \rho_2 \in [0,\infty)$の和で表される．すなわち，$\rho = \rho_1 + \rho_2$である．2つの確率変数ともに，累積確率分布関数$F(\cdot)$および確率密度関数$f(\cdot)$にしたがって生起する．また，2つの確率変数は独立であると仮定する．ただし，累積確率分布関数$F(\cdot)$は，$F' > 0$，$F'' < 0$を満たすと仮定する．これは規模の大きい流動性ショックほど生起しにくいことを表している．また，流動性ショックρがしたがう累積確率分布関数を$G(\cdot), g(\cdot)$と表す．

追加投資を実施すれば，企業は第2期まで継続する．

第2期では企業は第三者には観察できない努力水準に依存して確率的に収益を獲得する．企業は努力する場合には，確率p_Hでプロジェクトが成功し収益Rを獲得する．一方，確率$1-p_H$でプロジェクトは失敗し，収益は0となる．企業が努力しない場合には私的便益Bを確定的に得るが，確率p_Lでプロジェクトは成功し収益Rを獲得し，確率$1-p_L$でプロジェクトは失敗し収益は0となる．ただし，$p_H > p_L$である．

(2) 流動性保有によるリスクヘッジ

負債契約では，プロジェクトが成功した場合に企業に帰属する利得R_bと，第1期に流動性ショックが発生したとき，プロジェクトを継続する流動性ショックの最大値ρ^*が取り決められる．すなわち，融資者は流動性ショックが$\rho \leq \rho^*$の場合には，融資者は追加投資を確約し，プロジェクトは継続される．一方，流動性ショックの大きさが$\rho > \rho^*$の場合には，追加投資は実施されず，プロジェクトは中止し，企業が清算される．

融資者は，企業の努力水準を観察できない．そのため，企業のモラルハザードが生じる可能性があり，適切な報酬スキームを設計する必要がある．企業に努力のインセンティブを与えるためには，プロジェクトが成功した場合の企業の獲得利得R_bが

$$\begin{aligned} p_H R_b &\geq p_L R_b + B \\ \Leftrightarrow R_b &\geq \frac{B}{\Delta p} \end{aligned} \tag{1}$$

を満たさなければならない．ただし，$\Delta p = p_H - p_L$である．言い換えれば，$R_b < B/\Delta p$の場合は，プロジェクトが成立しない．企業は成功時には，最低限$B/\Delta p$の準レント（quasi rent）を獲得することがプロジェクト実施のための制約条件となる．したがって，融資者がプロジェクト成功時に返済される最大可能額は$R - B/\Delta p$である．

貸出市場は完全競争的であり，融資者の利潤は0であると仮定する．負債契約で取り決められたρ^*はひとまず所与として考える．このとき，プロジェクト成功時に企業が融資者に対して返済できる最大額$\mathcal{P}(\rho^*)$は，

$$\mathcal{P}(\rho^*) = G(\rho^*) p_H \left(R - \frac{B}{\Delta p} \right) - \int_0^{\rho^*} \rho g(\rho) d\rho \tag{2}$$

である．左辺の第1項は，プロジェクトの継続確率を考慮した最大の期待返済額を表し，第2項はプロジェクトの継続のための追加融資額を表す．表記の簡単化のため，$p_H(R - B/\Delta p) = \rho_0$と表すと，$\mathcal{P}(\rho^*)$は，

$$\mathcal{P}(\rho^*) = \int_0^{\rho^*} (\rho_0 - \rho) g(\rho) d\rho \tag{3}$$

と変形できる．したがって，$\mathcal{P}_2(\rho^*)$は，$\rho^* < p_H(R - B/\Delta p)$において，$\rho^*$に関して増加関数であり，$\rho^* \geq p_H(R - B/\Delta p)$において減少関数である．いま，

$$\mathcal{P}(\rho_0) < I < \mathcal{P}(\rho_e) \tag{4}$$

が成立している状況を前提とする．ただし，$\rho_e = p_H R$である．社会的効率性の観点から考えれば，流動性ショックが発生した事後においては，$\rho \leq p_H R = \rho_1$の場合においては，プロジェクトの継続が望ましい．しかし，$\mathcal{P}(\rho_1) < I$は，企業への準レント支払いのために，融資者が$p_H R$の水準までプロジェクトの継続にコミットすれば，プロジェクトは実施されないことを意味している．したがって，閾値ρ^*は，$\rho^* \in [p_H(R - B/\Delta p), p_H R]$の範囲に存在している．を満たす．貸出市場の完全競争条件から，企業は融資者の参加条件を満足する限りにおいて，最大のρ^*を選択する．したがって，均衡解におけるρ^*は，

$$G(\rho^*)\rho_0 - \int_0^{\rho^*} \rho g(\rho) d\rho = I \tag{5}$$

を満たす．第0期における企業の期待余剰$W(\rho^*)$は，期待社会的余剰と一致し，

$$\begin{aligned} W(\rho^*) &= G(\rho^*)\rho_1 - \int_0^{\rho^*} \rho g(\rho) d\rho - I \\ &= G(\rho^*) p_H \frac{B}{\Delta p} \end{aligned} \tag{6}$$

となる．

(3) 保険の経済的価値

企業が保険を購入することにより，確率変数ρ_1のリスクを第3者にヘッジすることが可能な場合を考える．保険によるリスクのヘッジをする方法は多様である．リスクを第3者にヘッジすることにより，企業全体の流動性ショックρがしたがう確率分布を変化させることができる．リスクヘッジ戦略$\mathcal{S}$のもとで，流動性ショックρ_1が生起した場合に，企業が実際に負担する額を$\mathcal{S}(\rho_1)$とすると，企業に生じる流動性ショック全体は，

$$\rho = \mathcal{S}(\rho_1) + \rho_2 \tag{7}$$

と表される．新たに生成された確率変数ρの確率分布関数およびその密度関数を$H(\rho; \mathcal{S}), h(\rho; \mathcal{S})$と表す．また，

保険によってリスクヘッジ戦略$\mathcal{S}$を実施するための保険料を$\Psi(\mathcal{S})$と表す．リスクヘッジ戦略$\mathcal{S}$を所与とした場合に，負債契約で選択されるプロジェクト継続の閾値ρ^{**}は，

$$H(\rho^{**};\mathcal{S})\rho_0 - \int_0^{\rho^{**}} \rho h(\rho;\mathcal{S})d\rho = I + \Psi(\mathcal{S}) \tag{8}$$

で表される．さらに，第0期における企業の期待余剰$W(\rho^*;\mathcal{S})$は，次のように表される．

$$\begin{aligned} &W(\rho^{**};\mathcal{S}) \\ &= H(\rho^{**};\mathcal{S})\rho_1 - \int_0^{\rho^{**}} \rho h(\rho;\mathcal{S})d\rho - I - \Phi(\mathcal{S}) \\ &= H(\rho^{**};\mathcal{S})p_H \frac{B}{\Delta p} \end{aligned} \tag{9}$$

保険を購入しない場合の期待利潤(6)との差は，

$$\begin{aligned} \Delta W &= W(\rho^{**};\mathcal{S}) - W(\rho^*) \\ &= \{H(\rho^{**};\mathcal{S}) - G(\rho^*)\}p_H \frac{B}{\Delta p} \end{aligned} \tag{10}$$

となり，継続確率の増分による期待利潤の増加が保険の経済的価値となる．

(4) 保険戦略変更の効果

保険戦略が社会的厚生に及ぼす影響を明確化するために，リスクヘッジ戦略を$\mathcal{S}$から$\mathcal{S}+d\mathcal{S}$へ微小に変更した場合を考える．$d\mathcal{S}$とは，すでにリスクヘッジ戦略$\mathcal{S}$を参照点として，追加的にρ_1の生起に依存した第3者へのリスクヘッジ戦略を付与することを意味する．第3者へのリスクの移転が確率分布に与える影響について考えよう．確率密度関数$h(\rho;\mathcal{S})$は，任意の$\mathcal{S}$について，ρに関して単調減少であるケースについて限定する．この場合，損失の可能性を第3者に移転することにより，新たに生成される確率密度関数は，既存の確率密度関数と$\rho=0$の点を除く一点で必ず交差する．このとき，ある$\tilde{\rho}$が存在し，任意の$\rho \geq \tilde{\rho}$，$\mathcal{S}' > \mathcal{S}$に対して，

$$H(\rho;\mathcal{S}') \geq H(\rho;\mathcal{S}) \tag{11}$$

が成立する（証明略）．これは，保険を付保することで，発生する流動性ショックρ^pが付保する前の流動性ショックρ^aを1次の確率優位するということに他ならない．いま，式(10)を$\mathcal{S}$で全微分すると，

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta W}{d\mathcal{S}} &= \frac{dH(\rho^{**};\mathcal{S})}{d\mathcal{S}} p_H \frac{B}{\Delta p} \\ &= \left\{ \frac{\partial H(\rho^{**};\mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} \right. \\ &\qquad \left. + \frac{\partial H(\rho^{**};\mathcal{S})}{\partial \rho}\frac{\partial \rho^{**}}{\partial \mathcal{S}} \right\} p_H \frac{B}{\Delta p} \end{aligned} \tag{12}$$

が得られる．式(12)の括弧内第1項は，リスクヘッジ戦略$\mathcal{S}$の変更により，確率分布$H(\rho;\mathcal{S})$が変形することで，閾値ρ^{**}まで継続することを前提とした場合の企業の継続確率の変化を表す．括弧内第2項は，リスクヘッジ戦略$\mathcal{S}$の変更により，融資者の参加条件(8)を満たすρ^{**}が変化することによって生じる効果を表す．以下，前者の効果をリスクヘッジ戦略$d\mathcal{S}$の直接効果，後者を間接効果と呼ぶ．式(11)から明らかなように，リスクヘッジ戦略$d\mathcal{S}$の直接効果が非負であることが示される．

命題1　$\rho \geq \tilde{\rho}$において，任意の追加的なリスクヘッジ戦略$d\mathcal{S}$に対して，その直接効果は非負である．

次に，間接効果について比較静学を行う．累積確率分布関数の性質から，

$$\frac{\partial H(\rho^{**};\mathcal{S})}{\partial \rho} = h(\rho^{**};\mathcal{S}) > 0 \tag{13}$$

は明らかである．一方，式(8)の両辺を$\mathcal{S}$で全微分すると，

$$\begin{aligned} &\rho_0 \left\{ \frac{\partial H(\rho^{**};\mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} + \frac{\partial H(\rho^{**};\mathcal{S})}{\partial \rho}\frac{\partial \rho^{**}}{\partial \mathcal{S}} \right\} d\mathcal{S} \\ &- \left\{ \int_0^{\rho^{**}} \rho \frac{\partial h(\rho;\mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\rho + \rho^{**} h(\rho^{**};\mathcal{S}) \frac{\partial \rho^{**}}{\partial \mathcal{S}} \right\} d\mathcal{S} \\ &= \frac{\partial \Psi(\mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\mathcal{S} \end{aligned} \tag{14}$$

となり，変形すると，

$$\frac{\partial H(\rho^{**};\mathcal{S})}{\partial \rho} = h(\rho^{**};\mathcal{S}) \tag{15}$$

より，

$$\begin{aligned} &\frac{\partial \rho^{**}}{\partial \mathcal{S}} \\ &= \frac{\frac{\partial \Psi}{\partial \mathcal{S}} + \int_0^{\rho^{**}} \rho \frac{\partial h(\rho;\mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\rho - \rho_0 \frac{\partial H(\rho^{**};\mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}}}{(\rho_0 - \rho^{**})h(\rho^{**};\mathcal{S})} \\ &= \frac{\frac{\partial \Psi}{\partial \mathcal{S}} - \int_0^{\rho^{**}} (\rho_0 - \rho) \frac{\partial h(\rho;\mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\rho}{(\rho_0 - \rho^{**})h(\rho^{**};\mathcal{S})} \end{aligned} \tag{16}$$

が得られる．式(13)を用いることによって，間接効果は，

$$\begin{aligned} &\frac{\partial H(\rho^{**};\mathcal{S})}{\partial \rho}\frac{\partial \rho^{**}}{\partial \mathcal{S}} \\ &= \frac{\frac{\partial \Psi}{\partial \mathcal{S}} - \int_0^{\rho^{**}} (\rho_0 - \rho) \frac{\partial h(\rho;\mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\rho}{\rho_0 - \rho^{**}} \end{aligned} \tag{17}$$

と導かれる．ここで，前提条件から$\rho_0 - \rho^{**} < 0$が成立するので，(分母)< 0が成立する．一方，$\partial\Psi/\partial\mathcal{S} > 0$である．いま，

$$\Xi = \int_0^{\rho^{**}} (\rho_0 - \rho) \frac{\partial h(\rho;\mathcal{S})}{\partial \mathcal{S}} d\rho \tag{18}$$

と表す．補題１が成立するとき，$\partial h(\rho;\mathcal{S})/\partial\mathcal{S}$が$\rho$に関して単調減少となる．したがって，$\Xi$の符号は一意に決定することができず，

$$\frac{\partial\rho^{**}}{\partial\mathcal{S}}\begin{cases}<0 & \Xi<\frac{\partial\Psi}{\partial\mathcal{S}}\text{のとき}\\ \geq 0 & \Xi\geq\frac{\partial\Psi}{\partial\mathcal{S}}\text{のとき}\end{cases}\tag{19}$$

となる．$\partial\Psi/\partial\mathcal{S}$は，保険を購入するための限界費用を表す．分子の第１項は，保険の付保による限界費用がプロジェクトの継続の閾値を下げる方向に働くことを示している．また，分子の第２項目は，保険の付保による確率分布関数の形状が企業の利潤に与える影響を表している．保険の付保により，企業に正の限界利潤をもたらすとき，プロジェクト継続の閾値を高める方向に働くことを示している．限界費用が比較的割高な場合には，プロジェクト継続の閾値はρ^{**}は減少し，間接効果は負となる．一方，限界費用が比較的割安な場合には，ρ^{**}は増加し，間接効果は正となる．

3. レイヤー型保険モデル

2. では，第３者にリスクを移転することが可能な保険の効果を示した．保険によるリスクヘッジ戦略を$\mathcal{S}$と表したが，保険によるリスク移転スキームは多様である．一般的な保険では，損失がカバーされる支払い上限額が設定される．本章では，レイヤー型保険の最適設計問題を分析する．企業が流動性ショックρ_1をレイヤー型の保険でヘッジすることができる場合を考える．流動性ショックの大きさが$\rho_1\leq\bar{\rho}_1$のとき，リスクは保険会社が負担し，$\rho_1>\bar{\rho}_1$のとき，上限額を超えた部分については，企業が負担するスキームを考える．このとき，企業が流動性ショックρは，

$$\rho=\begin{cases}\rho_2 & \text{if } \rho_1\leq\bar{\rho}_1\\ \rho_1+\rho_2-\bar{\rho}_1 & \text{if } \rho_1>\bar{\rho}_1\end{cases}\tag{20}$$

と表すことができる．流動性ショックρ_1，ρ_2は独立であると仮定する．したがって，流動性ショックρがしたがう確率密度関数$\phi(\rho;\bar{\rho}_1)$は，

$$\begin{aligned}\phi(\rho;\bar{\rho}_1)&=\int_0^{\bar{\rho}_1}f(\rho_1)f(\rho)d\rho_1+\Gamma(\rho;\bar{\rho}_1)\\&=F(\bar{\rho}_1)f(\rho)+\Gamma(\rho;\bar{\rho}_1)\end{aligned}$$

と表すことができる．ここに，

$$\Gamma(\rho;\bar{\rho}_1)=\int_{\bar{\rho}_1}^{\bar{\rho}_1+\rho}f(\rho_1)f(\rho-\rho_1+\bar{\rho}_1)d\rho_1\tag{21}$$

である．また，累積確率分布関数$\Phi(\rho;\bar{\rho}_1)$は，

$$\begin{aligned}\Phi(\rho;\bar{\rho}_1)&=\int_0^{\rho}\phi(t;\bar{\rho}_1)dt\\&=F(\bar{\rho}_1)F(\rho)+\int_0^{\rho}\Gamma(t;\bar{\rho}_1)dt\end{aligned}\tag{22}$$

と表すことができる．式(22)の第１項は，企業にρ以下の流動性需要が生じるとき，流動性ショック１が保険金限度額以内におさまる確率を表し，第２項は流動性ショック１が保険金上限額以上に達する確率を表している．

企業は，保険会社が支払う期待支払額に等しい保険数理上公正な保険料を支払うものと仮定する．すなわち，保険料$\Psi(\bar{\rho}_1)$は，

$$\Psi(\bar{\rho}_1)=\int_0^{\bar{\rho}_1}\rho_1 f(\rho_1)d\rho_1\tag{23}$$

である．企業が最適保険金支払いの上限額を決定する問題は，

$$\begin{aligned}&\max_{\bar{\rho}_1}\Phi(\rho^*;\bar{\rho}_1)\\&\text{s.t.}\Phi(\rho^*;\bar{\rho}_1)\rho_0-\int_0^{\rho^*}\rho\phi(\rho;\bar{\rho}_1)d\rho=I+\Psi(\bar{\rho}_1)\end{aligned}$$

と定式化できる．最大化問題の目的関数は，企業のプロジェクト継続確率であり，制約条件式は融資者の参加条件を表している．ここで，$f(\cdot),F(\cdot)$の関数形を$f(\rho)=e^{-\rho}$，$F(\rho)=1-e^{-\rho}$と特定化すると，本問題の最適解である保険金支払い上限額$\bar{\rho}_1^{\circ}$は，$\bar{\rho}_1^{\circ}<\infty$を満たすことが示される．これは，保険金支払いの上限額が有限な一点で定まることを示している．保険料は，保険数理上公正であることに着目されたい．リスク回避選好に基づく伝統的な保険理論では，保険料が保険数理上公正であれば，被保険者は必ずフルカバーの保険を付保する．したがって，仮に保険料が保険数理上公正であったとしても，企業は必ず保険金支払いの上限額を設定し，フルカバーの保険には入らないことを主張している．

4. おわりに

本研究では，保険に加入可能なリスクと保険に加入できないリスクという２つのリスクを考慮し，企業のリスクファイナンス手法として，保険だけではなく流動性保有にも着目し，保険と流動性保有の役割と補完関係について分析した．レイヤー型保険では，仮に保険料が保険数理上公正であったとしても，企業は必ず保険金支払いの上限額を設定し，フルカバー保険を購入しないことを示した．

参考文献

1) Holmström, B. and J. Tirole: Private and public supply of liquidity, *Journal of Political Economy*, Vol. 106, No. 1, pp.1-40, 1998.