利用者均衡配分問題における動的交通流モデル導入における影響の評価*

User equilibrium effect of dynamic traffic model*

新宅弘明**・井料隆雅***・朝倉康夫****

By Hiroaki SHINTAKU**・Takamasa IRYO***・Yasuo ASAKURA****

1．はじめに

利用者均衡配分の方法として静的均衡配分の他に動的均衡配分が知られている[1)]．動的配分はこれまでの研究蓄積からある程度の知見が得られており，ネットワーク形状や待ち行列の扱い方などのいくつかの軸で分類される．桑原はそれら分類された動的配分について，これまでの研究をレビューし整理している[2)]．そのうち動的利用者均衡配分（DUE）については，Many-to-Manyネットワークの問題の分解の複雑さや解の唯一性の問題が今後の課題として挙げられている．また，時間方向の外部性を考慮しない静的均衡配分では表現できない交通現象も，動的に捉えることによってより正確に扱うことができることが知られている．桑原は限界費用の考えを動的に拡張することでその一例を示している[3)]．

いっぽう，動的均衡配分を複雑なネットワークへ適用することはまだ簡単とはいえない．そのため，静的均衡配分により交通量配分問題を解くことは現状ではまだまだ一般的である．しかし，交通流現象は動的なものであることを考えれば，本来は，可能な限り動的なスキームで配分問題を解くことがのぞましい．静的なスキームで均衡配分を行うにしても，静的均衡配分と動的均衡配分の結果にはどのような差が生じるかについて理論的な知見を得ておくことは，交通量配分をより正しく行うために重要であろう．本稿では簡単なネットワークを仮定し，その例について静的均衡配分と動的均衡配分とをそれぞれ行い，その差異を理論的に検証することにより，両者の間に生じる違いを分析することを行う．

2．分析対象ネットワーク

本稿では議論を簡単にするため，限定されたある特殊な条件化でのネットワークについて分析を行う．

*キーワーズ：動的均衡配分

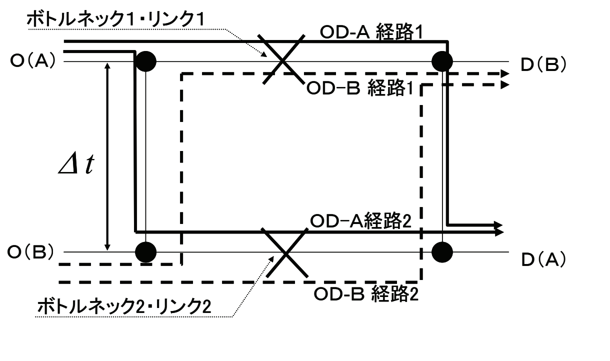
**学生員，神戸大学大学院工学研究科市民工学専攻
（〒657-8501 神戸市灘区六甲台町1-1，TEL/FAX078-803-6360）
***正会員，博士(工学)，神戸大学大学院工学研究科市民工学専攻
****正会員，工博，神戸大学大学院工学研究科市民工学専攻

（1）ネットワーク形状

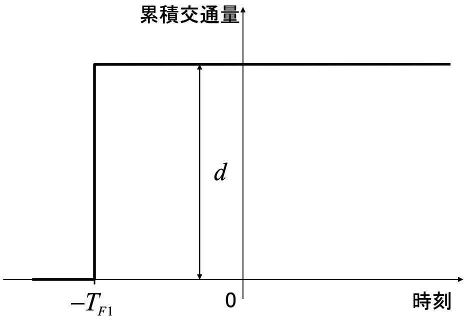
ボトルネックモデルをリンクモデルとする動的均衡配分問題は，ネットワーク形状によっていくつかのクラスに分類できる[4)]．その中で本稿では１経路１ボトルネックネットワークを仮定する．１経路１ボトルネックネットワークとは，１経路にボトルネックが２個以上含まれることがないネットワークのことを指す．１経路１ボトルネックネットワークでは，各車両がボトルネックに流入する時刻を決定するのが容易なため，他のネットワーク構造と比べて解析が容易となる特徴を持つ．また，１経路１ボトルネックネットワークでは動的均衡配分の解の唯一性（厳密には解集合の凸性）が知られている[5)]．以上の理由により，本稿では１経路１ボトルネックネットワークをもっぱら対象とする．特に本稿では図－１のネットワークに限定して動的および静的均衡配分を行うこととする．なお，このネットワークでは各経路とも自由流旅行時間はT_F，起点から近いほうのボトルネックまでの旅行時間はT_{F1}，遠いほうのボトルネックまでの旅行時間は$T_{F1}+\Delta t$である．

（2）需要

本稿ではOD交通量dは所与とし，動的均衡配分の場合は全車両が同一時刻$-T_{F1}$にすべての起点を出発するとする．これは時間的に集中する需要パターンである．その累積図を図－２に示す．このような需要パターンを用いる最大の理由は「ボトルネックモデルでは，流入交通量がいっときに集中することによって遅れ時間が発生する」，ということである．静的均衡配分では遅れ時間



図―１　本稿で扱うネットワーク



図－２　ある時刻に集中する需要パターン

は交通量の大小のみで決定する．一方．動的均衡配分では，いくら交通量が多くても，それが長い時間をかけてゆっくり流入したら遅れ時間は発生しない．本稿では動的均衡配分による遅れの発生がもっとも顕著に現れるケースとして全需要がいちどきに出発する状況を考える．

時刻$-T_{F1}$に全車両が同時に起点を出発する場合，それらの車両がボトルネックに到達したときに「どの車両が何番目に待ち行列に進入できるか」が，遅れ時間を決定する場合に重要な問題となる．本研究では「どの車両も同時に出発するものの，何番目にボトルネックに流入できるかは確定している」という状況を考える．すなわち，利用者は自分が何番目にボトルネックに流入でき，その結果どれだけの遅れ時間をこうむるかを正確に予測できるとする．この考え方は，本研究で置いた「同時刻に出発する」の仮定を，「ピークを持つが，完全に同じ瞬間に出発するわけではない交通流」の近似としてとらえるのならば妥当であるといえよう．

３．均衡配分問題の定式化

（１）静的均衡配分の定式化

本稿で扱う静的均衡配分では，パラメータを２つ含む線形関数でリンク旅行時間関数を定式化する．OD-i のリンクlを経由する経路の旅行時間T_l^iは，リンクlでの遅れ時間t_lとそれ以外の旅行時間T_Fの和で，下記のように表されるとする．

$$T_l^i = t_l + T_F \tag{1}$$
$$t_l = \alpha x_l + \beta \tag{2}$$

ただしx_lをリンクlのリンク交通量，α, βは各リンクに共通のパラメータとする．

（２）動的均衡配分の定式化

２章１節で述べたように，１経路１ボトルネックネットワークにおける旅行時間は「ボトルネックでの待ち時間」と「ボトルネック以外の旅行時間」の和で表すことができる．ボトルネック1, 2とも上流には別のボトルネックを持たないため，その遅れ時間は起点から流出する交通流のパターンにそのまま依存して決定する．もし，車両がd台だけ時刻0にボトルネックに到着し，それ以降は交通流が到着しない場合，各車両の到着順番をsとすれば

$$w(s) = \frac{s}{\mu} \tag{3}$$

ただし　$w(s)$ ：s番目の車両のボトルネック遅れ時間
　　　　μ ：ボトルネック容量

と書ける．一方，複数の経路から交通流が到着する場合は交通流が時差をもって到着することになる．いま，車両がd_1台だけ時刻0に到着し，さらにd_2台だけ時刻Δtに到着した場合，時刻0に到着した車両については，車両の到着順番をs_1として

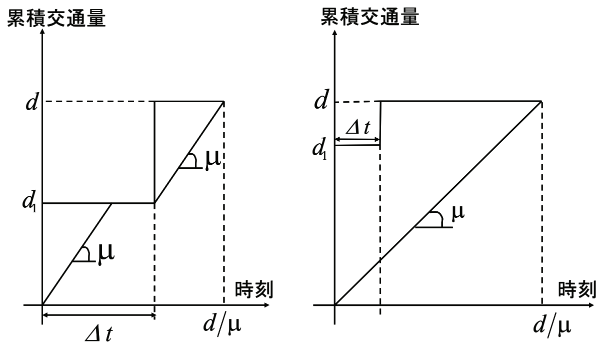
$$w(s_1) = \frac{s_1}{\mu} \tag{4}$$

時刻Δtに到着した車両については，到着順番をs_2（Δtに到着した車両内だけで数える）として

$$w(s_2) = \begin{cases} s_2/\mu & \text{if } \Delta t > d_1/\mu \\ (d_1 + s_2)/\mu - \Delta t & \text{otherwise} \end{cases} \tag{5}$$

となる（図―３）．

各車両の経路旅行時間は，その車両がボトルネックでこうむる遅れ時間に自由流旅行時間T_F（経路によらず一定）を加えて得られる．また，OD-i の出発地をs番目に出発した車両が経路lを使用する割合を$g_l^i(s)$で示す．なお，lは各経路が含むボトルネックの番号をしめす．図―１のネットワークではどの経路もボトルネックを１個のみ持つため，この記述法で経路を確定することが可能である．



図―３　複数の経路からボトルネックに流入する際の累積図．左：式(5)の場合わけ１番目の場合，右：式(5)の場合わけ２番目の場合

４．動的および静的均衡配分の解

（１）静的均衡配分の解

図―１のネットワークにおける静的均衡配分の場合，いずれのODについても自由流旅行時間は同じであることより，明らかにボトルネック1とボトルネック2の遅れ時間は等しくなくてはならない．また，２つのリンクのリンクモデルのパラメータα，βが等しいことより，

$$x_1 = x_2 = d \tag{6}$$

が成立する．このときの経路旅行時間は,

$$T_1^A = T_2^A = T_1^B = T_2^B = T_F + \alpha d + \beta \tag{7}$$

である．経路交通量f_l^iは一意にさだまらないが,

$$\begin{aligned} &f_1^A + f_1^B = d,\, f_2^A + f_2^B = d \\ &f_1^A, f_1^B, f_2^A, f_2^B \geq 0 \end{aligned} \tag{8}$$

を見たすいずれかの値になる．ここで，この均衡解は縦方向のリンク旅行時間であるΔtの大小にかかわらず決定することに注意したい.

（２）動的均衡配分の解

図―１のネットワークで動的均衡配分を解く際には，自由流旅行時間の差Δtを考慮することが重要となる．これは，ボトルネックモデルでは「ボトルネックの遅れ時間は時々刻々変化しており，流入する時刻によって遅れ時間が異なる」ことによる．いま，Δtの大小により

（ケース1）　$d/2\mu < \Delta t$　（ケース2）$0 < \Delta t \leq d/2\mu$

の２つのケースにわけて均衡解を解く.

a）ケース１の場合

いま，仮に各経路へ交通量を等分に配分，すなわち

$$g_1^A(s) = g_2^A(s) = g_1^B(s) = g_2^B(s) = 1/2 \quad \text{for } 0 \leq s \leq d \tag{9}$$

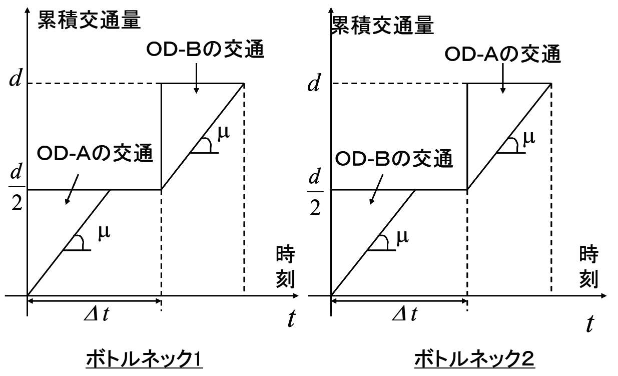
とおき，これが均衡解であるかどうかを調べよう．この場合，先にボトルネックに入る車両（OD-Aについては経路1，OD-Bについては経路2）の遅れ時間は,

$$w(s) = s/2\mu \tag{10}$$

である．式(10)から，先にボトルネックに入る車両の最終流出時刻は$d/2\mu$になるので，$d/2\mu < \Delta t$より，あとにボトルネックに入る車両（OD-Aについては経路2，OD-Bについては経路1）の遅れ時間は

$$w(s) = s/2\mu \tag{11}$$

となる．自由流旅行時間が経路によらないため，いずれの経路も同じ旅行時間を持つ．よってこれは均衡解である．この時の各ボトルネックでの累積図を図―４に示す.



図－４　ケース１での累積交通量

b）ケース２の場合

いま,

$$g_1^A(s) = g_2^B(s) = 1, g_2^A(s) = g_1^B(s) = 0 \quad \text{for } 0 \leq s \leq d - 2\mu\Delta t \tag{12}$$

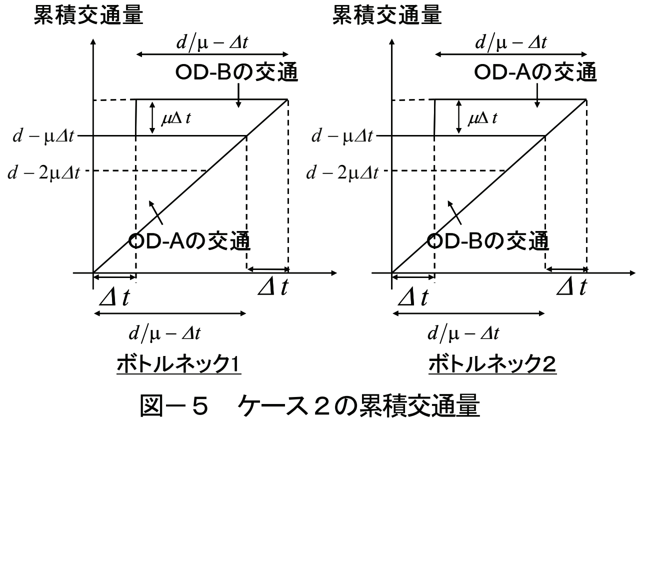
$$g_1^A(s) = g_2^B(s) = g_2^A(s) = g_1^B(s) = 1/2 \quad \text{for } d - 2\mu\Delta t \leq s \leq d \tag{13}$$

とおく．（$d-2\mu\Delta t$）番目までに起点をs番目に出発する車両は，近い方のボトルネックのみを使用し，その遅れ時間は,

$$w(s) = s/\mu \tag{14}$$

である．ここで利用者均衡状態であることを示すために，図―５を用いて（$d-2\mu\Delta t$）番目までにボトルネックに流入する車両の遅れ時間が，起点から近い方のボトルネックに流入したほうが短いことを検証する．先にボトルネックに入る車両(OD-Aについては経路1，OD-Bについては経路2)のうち，最後に流出する（$d-2\mu\Delta t$）番目の車両の遅れ時間は（$d/\mu-2\Delta t$）である．一方，起点から遠い方のボトルネックを選択するとき，すでにボトルネック待ち台数が残留していることを考慮する．先にボトルネックに到達した車両のうち，最後の車両が流出する時刻が（$d/\mu-\Delta t$）であるため，次に到着する車両の遅れ時間は（$d/\mu-2\Delta t$）より大きくなる．よって均衡である.

一方，（$d-2\mu\Delta t$）番目以降に出発し，先にボトルネックに入る車両（OD-Aについては経路1，OD-Bについては経路2）の遅れ時間は,



図－５　ケース２の累積交通量

$$w(s)=\left\{(d-2\mu\Delta t)+\frac{s-(d-2\mu\Delta t)}{2}\right\}\Big/\mu \qquad (15)$$
$$=s/2\mu+d/2\mu-\Delta t$$

である．s は起点を出発する順番であってボトルネックに流入する順番ではないことに注意する．図－５より，これらの車両が最後にボトルネックを流出する時刻は $d/\mu-\Delta t$ であり，ケース2の条件 $0<\Delta t\le d/2\mu$ より，$d/\mu-\Delta t\ge\Delta t$ が成り立つため，後にボトルネックに入る車両（OD-Aについては経路2，OD-Bについては経路1）が流入する時刻 Δt では待ち行列は残留している．式(5)の下の場合わけを適用することにより，遅れ時間として

$$w(s)=\frac{d-2\mu\Delta t}{\mu}+\frac{s-(d-2\mu\Delta t)}{2\mu}-\Delta t \qquad (16)$$
$$=s/2\mu+d/2\mu-\Delta t$$

を得る．２つの使用されている経路の旅行時間を示す式(15)と(16)が等しいので，この配分は均衡である．

以上よりケース1とケース2の遅れ時間は，それぞれ

$$w(s)=s/2\mu \qquad (17)$$

$$w(s)=\begin{cases}s/\mu & \text{for }\ 0\le s\le d-2\mu\Delta t\\ s/2\mu+d/2\mu-\Delta t & \text{for }\ d-2\mu\Delta t\le s\le d\end{cases} \qquad (18)$$

となり，Δt の値によって遅れ時間に差が現れることがわかる．１台あたりの平均の遅れ時間を計算すると，ケース１，２それぞれ

$$\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{d}{2}\cdot\frac{d}{2\mu}\times 2\right)\Big/d=d/4\mu \qquad (19)$$

$$\left(\frac{1}{2}(d/\mu-\Delta t)(d-\mu\Delta t)\right)+\frac{1}{2}\mu\Delta t\left(\frac{2d}{\mu}-3\Delta t\right)\Big/d$$
$$=\frac{d}{2\mu}-\frac{\mu\Delta t^2}{d} \qquad (20)$$

となる．２章で述べたように１経路１ボトルネックネットワークでは解の唯一性が証明されているため，これが唯一の均衡解となる．

５．静的均衡配分と動的均衡配分の比較

自由流旅行時間に対する車両一台あたりの平均の遅れ時間を指標とし，静的均衡配分と動的均衡配分を比較する．そのために以下の手順を踏む．まず，静的均衡配分における平均遅れ時間は，式(7)より $\alpha d+\beta$ である．そのパラメータ α，β を，動的均衡配分の平均遅れ時間の式(19)(20)に合わせてチューニングする．次にそのリンクモデルを用いて動的均衡配分と結果に差異が生じるときに，どのような差異がどのようにして現れるかについて考察する．

いま，ケース１を想定し，動的均衡配分の遅れ時間の式(19)を用いてパラメータ α,β をチューニングすると，$\alpha_1=1/4\mu,\beta_1=0$ を得る．しかしこれはあくまでケース１に対応させたパラメータである．したがってネットワークの構造が変化して（少なくとも Δt の値が変化して）ケース２の状態となったとき，遅れ時間を α_1,β_1 を用いて計算することは誤った遅れ時間を算出することになる．これは α,β をケース２に対応するようにチューニングすると，$\alpha_2=1/2\mu,\beta_2=\mu\Delta t^2/d$ が得られるが，それはケース１のときのチューニング結果と異なるからである．このとき静的均衡配分と動的均衡配分から算出される遅れ時間の差異は

$$\left|\left(\frac{d}{2\mu}-\frac{\mu\Delta t^2}{2d}\right)-\frac{d}{4\mu}\right|=\left|\frac{d}{4\mu}-\frac{\mu\Delta t^2}{2d}\right| \qquad (21)$$

であらわされる．

また，ケース２に対応するように α_2,β_2 を決定すると，チューニング時の Δt と d のみにしか対応することができず，どちらか一方が変更されれば静的均衡配分と動的均衡配分で差異が生じることになる．需要 d は一定で Δt のみ変えて $\Delta t'$ にしたとすると，そのときの差異は

$$\left(\frac{d}{2\mu}-\frac{\mu\Delta t'^2}{d}\right)-\left(\frac{d}{2\mu}-\frac{\mu\Delta t^2}{d}\right)=\frac{\mu}{d}\left(\Delta t'^2-\Delta t^2\right) \qquad (22)$$

であらわされる．

６．おわりに

以上で述べてきたように，動的均衡配分は需要だけでなくネットワークの構造も考慮して遅れ時間を算出しているが，静的均衡配分では考慮に入れることができない．そのため動的均衡配分の結果に合わせてチューニングした静的均衡配分のリンクモデルでは，需要やネットワークの構造が変化したときに遅れ時間を正しく計算できなくなる．本稿ではそのことを解析的に遅れ時間を求めることで述べ，その際には式(21)や(22)でしめした分だけ過大または過小評価をすることを分析した．より一般的なネットワークへの拡張は今後の課題としたい．

参考文献

1）土木学会：道路交通需要予測の理論と適用，土木学会，2006
2）桑原雅夫：均衡配分理論―蓄積と展望，土木計画学研究発表会・講演集，Vol. 35，2007.
3）桑原雅夫：動的な限界費用に関する理論的分析，土木学会論文集，No. 709/IV-56，pp. 127-138，2002.
4）井料隆雅：動的均衡配分問題における解の特性に関する研究解説，計画学研究発表会・講演集，Vol. 35，2007.
5）Mounce, R.：Existence of Equilibrium in a Continuous Dynamic Queueing Model for Traffic Networks, in Mathematics in Transport, B.G. Heydecker, Ed., Elsevier, Oxford. pp. 231-244, 2007.