バス路線網再編計画のための公共交通乗客配分モデルの拡張*

Expansion of Transit Assignment Model for Bus Network Restriction*

嶋本寛**
By Hiroshi SHIMAMOTO**

1. はじめに

高密度都市において公共交通は自動車交通と比較して一度に大量の乗客を運ぶことができるため社会の持続的発展ならびに環境問題への対応という観点から効率的な輸送機関であるとされている．しかしバス交通に着目すると，多くの都市では私的企業，地方自治体によって競合的にサービスが提供されているため，地域全体を対象とした一体化した公共交通システム計画を策定することは容易ではなく，システム全体として見ると必ずしも効率的なサービスではない．また多くの場合，乗り換えのたびに追加料金が発生する料金体系を採用していることもあり，できるだけ多くの目的地への直達性が重視された路線設計となっており，結果的に多くの系統のバスが同じ道路上を走行する路線網を形成されている．このような路線網では，いわゆる「団子運転」のように2台以上のバスが連なることが多く，定時性の低下が問題となっており，幹線・支線の区別などより効率的な路線網が求められている．既存の路線網再編は，料金体系の見直しや停留所スペースなどさまざまな要因を考慮する必要があり容易ではないが，韓国・ソウル市ではバス路線網の抜本的な再編により利用者数を増やしており，必ずしも不可能とはいえない．ただし，事前の十分な評価が必要であることは言うまでもなく，評価のためのツールが必要である．

公共交通施策評価の1手法として，「乗客配分モデル」を用いて道路交通におけるネットワーク解析手法が挙げられる．本稿では，まずこれまでに提案されているモデルに関するレビューを行う．そして，車両到着に関する独立性の仮定を緩和することにより，これまでのモデルでは考慮できない「団子運転」による影響を考慮可能なモデルへの拡張を試みる．

2. 乗客配分モデルに関する既往研究

公共交通における乗客配分は，以下の点で自動車交通におけるそれとは異なっている．まず，公共交通ではサービス頻度に起因する待ち時間が存在することである．そのため，所要時間の短い路線を選択すれば最短で目的地に到達できるとは限らない．さらに，公共交通では乗り換えに際して金銭的あるいは心理的な負担が生じる．そして，公共交通では車両容量が存在し，希望した乗客全員が乗車できない．また，既に乗車している乗客は途中で下車させられることはなく，乗車しようとする乗客より優先権が与えられる．これらの特徴を加味し，様々な乗客配分モデルが提案されている．以下では，まず公共交通配分問題における 2 つの大きな特徴である，common lines problem，および容量制約条件の検討方法に分類する．

（1）common lines problem

common lines problem[1]とは，頻度ベースで運行されている公共交通において生じる特有の特徴であり，「同一目的地に，乗り場を共有している複数の路線を利用して到達することが可能な場合，それらの路線の中から魅力的な経路集合（attractive set）を選択する問題」，と定義することができる．なお common lines problem において乗客は乗り場にランダムに到着して，魅力的な attractive set に含まれる経路のうち，最初に到着した車両に乗車することを仮定しており，本稿で提案する拡張モデルもこの仮定を置いている．Spiess *et al* [2]は，このような attractive set に含まれる経路の集合を hyperpath と定義し，乗客は期待所要時間を最小にするように hyperpath を選択すると仮定して，common lines problem と均衡条件を組み合わせた乗客配分モデルを構築した．そして，リンクコスト関数，すなわち t_k がリンクフローに関する増加関数であると仮定した場合の均衡配分モデルを提案している．ただし，公共交通においては乗客の多少によって走行時間が変化するわけではないため，この関数は乗車中の不快感などを表現したにすぎない．また，駅における待ち時間はリンクフローによらず一定と仮定しており，待ち乗客数が列車容量以上の場合でも，需要を一度にさばきうるのがこのモデルの課題である．

---

* キーワーズ：ネットワーク解析，乗客配分，路線相関
** 正員，博士（工学），広島大学大学院国際協力研究科（〒739-8529）東広島市鏡山 1-5-1，Tel: 082-424-6922，shimamoto@hiroshima-u.ac.jp

（２）容量制約条件

De Cea *et al*[3]は，Spiess *et al*[2]らの提案した問題に対して，車両容量に起因する遅れを表現するために，容量制約条件を組み入れた公共交通配分モデルを構築した．このモデルでは，乗り換えノードにおける待ち時間がリンクフローに関する増加関数であるとして容量制約を表現した．この方法は，待ち行列理論から導き出されるように，乗客の到着率が列車のサービス容量に到達すると待ち時間が無限大になることを近似的に示したものである．しかし，待ち時間を表現する関数としてBPR型関数を採用しているため，待ち時間は増加するものの依然容量以上の乗客が乗り込むことを許している．一方，Cominetti *et al*[4]は，待ち行列理論を用いて容量制約を考慮した乗客配分モデルの枠組みを示した．車両容量を超えて乗客が乗車することもなく，数学的厳密性を有するモデルであるが，複数路線，複数ODのような複雑なケースにおいては解析的に解を得ることができず，シミュレーションに頼らざるを得ないことが課題である．なおDe Cea *et al*およびCominetti *et al*の提案したモデルは，乗客の到着率がすべての時間において一定であるという仮定を設けているため，ある単位時間において需要が容量を超えることはない．このため，ピーク時の短時間に起こりうる乗客数が列車の残存容量を越えることを許容できない．

一方，Schmöcker *et al*[5]は，容量制約を明示的に考慮し，容量以上の乗客は乗車できないとし，乗り損ねた乗客を次の単位時間に配分する，時間帯別乗客配分モデルを提案した．彼らはサービス頻度をリンクフローの関数とするかわりに，乗客が希望する車両に乗ることができない確率である「乗り損ね確率」を目的関数に加え，乗り損ねるリスクを経路選択プロセスに組み込むことによって，混雑による乗客流の変化を表現した．しかし，このモデルでは common lines problem が考慮されていない．Kurauchi *et al*[6]は，Schmöcker *et al* のモデルに common lines problem を組み入れ，容量制約条件および利用者均衡条件を相補性問題として定式化した．

（３）車両到着分布と経路選択確率の関係

上記の研究ではすべて車両，乗客の到着をランダムであると仮定しているが，Nökel, *et. al.*[7]は車両到着に関する分布関数と経路選択確率の関係について考察している．

以上のすべての研究において，common lines problem および容量制約条件に関するモデルの精緻化は図られているものの車両の到着は独立であると仮定しており，2台以上の車両が連続して到着するいわゆる「団子運転」の影響を考慮することは不可能である．次章では，このような問題を考慮できるよう車両到着の相関性を含めたモデルの提案を行う．

３．車両到着に関する相関を考慮した乗客配分モデル

本章では，車両到着に関する相関を考慮するため改良した乗客配分モデルの概要と，その解法アルゴリズムについて述べる．

（１）モデル化の前提条件

路線の重なりに起因する現象として，i) 停留所間の速度低下（いわゆる団子運転），ii) 2 台以上の車両が連続したとき，前方の車両の利用者数が多いという選択行動の非対称性，が考えられるが，本研究では後者の減少のみを表現するモデル化を試みる．すなわち，停留所間所要時間は定数として扱うが，車両到着に関する独立性の仮定を緩和し，停留所における待ち時間を他路線と相関を持つと仮定する．

（２）路線間の相関を考慮した経路選択確率

ここでは，Spiess *et al*[2]の定式化を参考に 1-ODに対してn本の路線が選択可能であり，乗客が停留所にランダムに到着し最初に到着した車両を利用すると仮定したとき，各路線の選択確率と目的地までの期待所要時間を求める．ただし，記号は以下のように定義する．

K ： Attractive line の集合（$K=\{1,2,\ldots,n\}$）

t_k ： 路線 k の乗車時間（$\mathbf{t}=(t_1,t_2,\ldots,t_n)^T$）

$\mathbf{g}(\mathbf{x})$ ： 待ち時間を表す多次元確率密度関数（$\mathbf{x}=(x_1,x_2,\ldots,x_n)^T$は待ち時間を表すベクトル）

まず，路線 $i\in K$ が選択されることは路線 i の待ち時間が最小となる確率と等価であるので，路線 i の選択確率 p_iは次のように表せる．

$$\begin{aligned} p_i &= \Pr(x_i = w_i)\cdot \Pr\left(w_i < x_j \ (j \neq i) \middle| w_i\right) \\ &= \int_{x_i=0}^{\infty} g_i(x_i) \left\{ \int_{x_1=x_i}^{\infty} \cdots \int_{x_{i-1}=x_i}^{\infty} \int_{x_{i+1}=x_i}^{\infty} \cdots \int_{x_n=x_i}^{\infty} \mathbf{g}(\mathbf{x}) dx_1 \cdots dx_{i-1} dx_{i+1} dx_n \right\} dx_i \end{aligned} \tag{1}$$

ただし，$g_i(x_i)$は多次元確率密度関数 $\mathbf{g}(\mathbf{x})$の x_i に関する周辺分布である．また，目的地までの期待所要時間 $T(\mathbf{g},\mathbf{t})$は次のように表せる．

$$T(\mathbf{g},\mathbf{t}) = \sum_{i\in K} \int_{x_i=0}^{\infty} \left[\begin{aligned} & g_i(x_i) \left\{ \int_{x_1=x_i}^{\infty} \cdots \int_{x_{i-1}=x_i}^{\infty} \int_{x_{i+1}=x_i}^{\infty} \cdots \int_{x_n=x_i}^{\infty} \mathbf{g}(\mathbf{x}) dx_1 \cdots dx_{i-1} dx_{i+1} dx_n \right\} \\ & \times (x_i + t_i) dx_i \end{aligned} \right] \tag{2}$$

ここで車両の到着をランダムかつ独立と仮定する，すなわち $g_i(x_i)=f_i\exp(-f_i x_i)$（$f_i$は路線 i の平均運行頻度）とすると上記(1)，(2)は解析的に式(3)，(4)のように簡略化することが可能であるが，一般には多重積分を行う必要があり計算負荷が大きくなる．モンテカルロシミュレーションをベースとした，計算負荷を抑えるためのアルゴリズ

ムについては次節で述べる．

$$p_i = f_i \Big/ \sum_{k \in K} f_k \tag{3}$$

$$T(\mathbf{f}, \mathbf{t}) = 1 \Big/ \sum_{k \in K} f_k + \sum_{k \in K} f_k t_k \Big/ \sum_{k \in K} f_k \tag{4}$$

（3）経路選択確率の算出方法

前節における式(1)，(2)は特殊な確率密度関数である場合を除き，解析的に解くことは不可能であるため，ここではDer Kiureghian *et.al.*[8)]，Cheng *et.al.*[9)]を参考にして変数間の相関を含んだ正規乱数を発生させ，モンテカルロシミュレーションによる数値積分手法を提案する．

a)　相関のある正規乱数の発生

ここでは相関のあるn個の正規乱数の発生手順について述べる．なお非正規分布に従う相関のある乱数の発生方法はDer Kiureghian *et.al.*[8)]を参照されたい．

まず，相関係数行列［ρ_{ij}］(i=1,2,…,n, j=1,2,…,n)からCholesky 分解により下三角形行列［c_{ij}］(i=1,2,…,n, j=1,2,…,n)を求める．次に，n 個の独立な標準正規乱数$\{r_1^*, r_2^*, \ldots, r_n^*\}$を発生させ，下記の式により互いに相関のある標準正規乱数$\{r_1, r_2, \ldots, r_n\}$を計算する．

$$r_i = \sum_{j=1}^{n} c_{ij} r_i^* \tag{5}$$

そして以下に示す変換式によりもとの正規分布に従う相関のある乱数$\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$に変換する．

$$x_i = F_i^{-1}\left[\Phi(r_i)\right] \tag{6}$$

ただし，F_i，Φはそれぞれもとの正規分布，標準正規分布の累積分布関数である．なお，Cholesky 分解が実行可能であるためには，相関係数行列［ρ_{ij}］が正定値行列である必要がある．

b)　モンテカルロシミュレーションによる数値積分

上記手法で相関を持つ乱数を多く発生させることにより，路線ごとに擬似的に相関を考慮した確率密度関数$g_i^*(x_i)$を作成することが可能であり，しかも $g_i^*(x_i)$を路線ごとに独立として扱うことが可能である．このとき，式(1)および式(2)の経路選択確率，期待所要時間は以下のように近似できる．

$$\begin{aligned} p_i &\approx \int_{x_i=0}^{\infty} g_i^*(x_i) \left\{ \prod_{j \neq i} \int_{x_j = x_i}^{\infty} g_j^*(x_j) dx_j \right\} dx_i \\ &\approx \sum_{k=0}^{\infty} g_i^*(k\Delta) \left\{ \prod_{j \neq i} \sum_{l=k}^{\infty} g_j^*(l\Delta) \cdot \Delta \right\} \cdot \Delta \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned} T(\mathbf{g}, \mathbf{t}) &\approx \sum_{i \in K} \int_{x_i=0}^{\infty} g_i^*(x_i) \left\{ \prod_{j \neq i} \int_{x_j = x_i}^{\infty} g_j^*(x_j) \right\} (x_i + t_i) dx_i \\ &\approx \sum_{i \in K} \left[\sum_{k=0}^{\infty} g_i^*(k\Delta) \left\{ \prod_{j \neq i} \sum_{l=k}^{\infty} g_j^*(l\Delta) \cdot \Delta \right\} (k\Delta + t_i) \cdot \Delta \right] \end{aligned} \tag{8}$$

ただしΔは数値積分における区間幅である．

（4）路線間の相関係数の考え方

前節で述べたように，相関のある乱数を発生するにあたり相関係数行列が必要となる．本研究では，路線間の相関の決定要因として，i) 路線の重複率，ii) 運行頻度の類似性の 2 つであると仮定する．運行頻度の類似性は，路線がほとんど重複している路線であっても，運行頻度に大幅な差があれば両者の走行に関して相関は生じにくいと考えられるため，設定する．まず，路線の重複に起因する相関は，枦元ら[10)]を参考にして以下のように仮定する．

$$S_{ij} = d_{ij} \Big/ \sqrt{d_i d_j} \tag{9}$$

ここに，

d_i　：　路線 i の経路長

d_{ij}　：　路線 i と路線 j の重複している経路長

である．次に，運行頻度に起因する類似性は，両路線の平均運行頻度（f_i, f_j）を用いて以下に示すように規定されると仮定する．

$$fr_{ij} = \min\{f_i, f_j\} / \max\{f_i, f_j\} \tag{10}$$

そして，運行に関する路線間の相関は式(9)，式(10)の積により以下のように表せると仮定する．

$$\rho_{ij} = S_{ij} \cdot fr_{ij} \tag{11}$$

なお，式(9)，式(10)における S_{ij}，fr_{ij} はそれぞれ 0 から 1 の間の値を取るため，式(11)におけるρ_{ij} も 0 から 1 の間の値をとることになる．ただし，以上で仮定した相関係数行列が正定値行列である保証はなく，相関係数の設定の仕方については今後の課題としたい．

（5）乗客配分モデルとしての定式化

車両混雑を加味する場合，最小所要時間経路に乗客が集中し乗り損ねによる混雑コストが加算され，結果として最小所要時間経路以外の経路コストと等しくなる均衡状態になる．詳細は省略するが，このような均衡状態は

Kurauchi *et. al.*[6] と同様にhyperpathコストと乗り損ね確率を用いた相補性問題として記述可能である．

４．モデルの妥当性検証

本章では，図-1 に示す簡易ネットワークを用いて提案するモデルの妥当性を検証する．図-1 においてそれぞれの経路長および重複している経路長は $d_1=d_2=d_3=15$，$d_{12}=d_{13}=0$，$d_{23}=7$ とする．また，各路線の車両の到着は平均 $1/f_i=10$，分散$\sigma_i^2=3$（$i=1,2,3$）の正規分布に従い，目的地までの所要時間は $t_i=15$（$i=1,2,3$）とする．このとき，式(11)から相関係数行列［ρ_{ij}］は$\rho_{11}=\rho_{22}=\rho_{33}=1$，$\rho_{23}=\rho_{32}=0.5715$，$\rho_{12}=\rho_{13}=\rho_{21}=\rho_{31}=0$ となる．

表-1 に路線間の相関を考慮しない（すなわち相関係数行列において対角成分以外を 0 とする）場合と相関を考慮する場合における経路選択確率と目的地までの期待所要時間を示す．各路線の車両到着間隔に関する分布は同一であると仮定しているため，相関を考慮しない場合各路線の選択確率はほぼすべて 1/3 となっている．相関を考慮した場合，経路の重複のない Line I の選択確率はほぼ 1/3 で変わらないが，重複する路線について Line II の選択確率はやや増加し Line III の選択確率はやや減少している．これは，路線ごとの車両到着の相関性を考慮した結果，2 台がほぼ同時に到着したときに前の車両に多くの人が乗車し後ろの車両にはあまり乗車しないという不均一な選択行動を表現できていると考えられる．ただし目的地までの期待所要時間は相関の考慮による変化は見られない．

なお，混雑効果を加味した均衡配分の結果に関しては，発表時に示す．

５．おわりに

本稿では，まずこれまでに提案されているモデルに関するレビューを行い，すべての既往研究において「団子運転」など車両が連続して到着することの影響を評価することができないことを示した．その上で車両到着を路線間で独立であるという仮定を緩和した拡張モデルおよびその解法を提案した．簡易ネットワークにおける提案したモデルの妥当性検証の結果，非混雑時には路線間の車両到着に関する相関を考慮することにより期待所要時間は変わらないものの，路線選択確率は相関をもつ路線の選択確率が変化する，すなわち別路線の 2 台以上の車両が連なって走行するときの不均一性な選択行動が表現できたといえる．

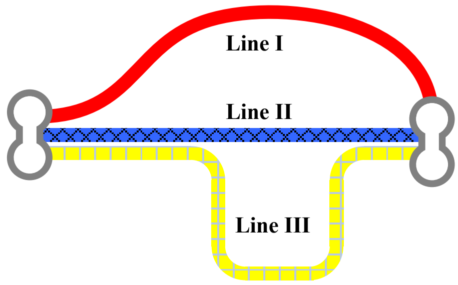

図-1　簡易ネットワーク

表-1　相関の有無による路線選択確率，期待所要時間の比較

		相関なし	相関あり
選択確率	Line I	0.334	0.336
	Line II	0.334	0.354
	Line III	0.335	0.311
期待所要時間		22.50	22.51

【参考文献】

1) Chriqui, C. and Robillard, P. : Common Bus Lines, *Transportation Science*, **9**, pp. 115-121, 1975.
2) Spiess, H. and Florian, M.: Optimal Strategies: A New Assignment Model for Transit Networks, *Transportation Research*, **23B**, pp. 83-102, 1989.
3) De Cea, J. and Fernandez, E.: Transit Assignment for Congested Public Transport Systems: An Equilibrium Model, *Transportation Science*, **27**, pp.133-147, 1993.
4) Cominetti, R. and Correa, J.: Common Lines and Passenger Assignment in Congested Transit Networks, *Transportation Science*, **35**, pp.250-267, 2001.
5) Schmöcker, J.-D., Bell, M.G.H. and Lee, Chi: An application of Congested Transit Network Loading with the Markov Chain Approach, *paper presented at 9th Meeting of the EURO Working Group on Transportation "Intermobility, Sustainability and Intelligent Transport Systems"*, Bari, 2002.
6) Kurauchi, F., Bell, M. G. H. and Schmöcker, J.-D.: Capacity Constrained Transit Assignment with Common Lines, *Journal of Mathematical Modelling and Algorithms*, **2-4**, pp. 309-327, 2003.
7) Klaus Nökel, Steffen Wekeck: Choice Models in Frequency-based Transit Assignment, 2007
8) Annen Der Kiureghian, M.ASCE and Pei-Ling Liu: Structural Reliability under In complete Probability Information, Journal of Engrg. Mech., ASCE, **112(1)**, pp.85-104, 1986
9) Che-Hao, Chang, Yeou-Koung Tung, Jinn-Chuang Yang : Monte Carlo Simulation for Correlated Variables with Marginal Distribution, *Journal of Hydraul.*, ASCE, **120(3)**, pp. 313-331, 1994
10) 枦元淳平，塚井誠人，奥村誠：複数経路を考慮した鉄道・航空ネットワークの評価，土木計画学研究・論文集, **20(1)**, pp.443-448，2003

【謝辞】

本研究は Bell. M.G.H 教授（Imperial College London）倉内文孝准教授（岐阜大学），Schmöcker, J.-D.准教授（東京工業大学）との共同研究により開発された乗客配分モデルを拡張したものである．