

混雑外部性を内生化した離散選択モデルと構造推定*

Discrete Choice Model with Endogenous Congestion Externality and Structural Estimation*

柳沼秀樹**・福田大輔***

By Hideki YAGINUMA**・Daisuke FUKUDA***

1. はじめに

首都圏における鉄道のピーク時混雑は依然激しく、通勤および通学利用者が被る肉体的・精神的な負担は計り知れない。今日までに輸送力増強を主とした供給施策が進められてきたが、財政制約や土地などの空間制約という二重の制約が枷となり困難な状況にある。そのような中で、鉄道においても需要サイドの施策であるTDM施策が検討され始めている。これら混雑緩和を念頭に置いた施策において、施策による効果や政策介入量を事前に把握することは効率性や費用対効果の面からも必須である。そのための評価ツールとして、定量的な予測手法の構築は不可欠である。特にTDM施策は供給側の施策以上に、通勤者、企業、鉄道事業者等の複数主体へ影響を与え、主体間の行動が施策効果に影響を与える。このような複雑化する施策に対応して手法の精緻化を行うことは重要な課題と考える。

上記のような背景のもと、主体間の相互依存性を考慮したモデリングを行い混雑緩和施策の評価を行っている既往研究^{1), 2)}は幾つか存在する。ここで鉄道利用者である通勤者の行動は、企業の時刻制約と鉄道輸送力制約による混雑率を変数とした出発時刻選択モデルとして表現される場合が多く、企業主体と鉄道主体の行動を外生的に与えたモデルとなっている。しかし、混雑は輸送力制約以上に通勤者主体自身の選択行動に大きく支配される。つまり、各通勤者の出発時刻選択を集計した値がOD断面交通量となるため、ピーク時のような輸送力増強が困難な状況では、通勤者の選択行動が混雑を規定する支配的な変数となる。このような混雑メカニズムを考慮し、通勤者主体の行動に基づく混雑外部性を内生化したモデルの構築を行う必要がある。

*キーワード：交通行動分析，構造推定，内生性

**学生員，修(工)，東京工業大学院理工学研究科

(東京都目黒区大岡山2-12-1 M1-11、TEL 03-5734-2577

E-mail yaginuma@plan.cv.titech.ac.jp)

***正員，博(工)，東京工業大学大学院理工学研究科

(E-mail fukuda@plan.cv.titech.ac.jp)

以上の問題意識のもと、混雑を個人の選択行動により定義し、それを内生化した離散選択モデルを構築する。

具体的には、モデルの導出を個人の行動が他者の行動(混雑外部性)を念頭に決定されるゲーム理論的な戦略的行動として行った。また、パラメータ推定においてもモデル変数の内生性を考慮した構造推定に基づく手法の検討を行う

2. 基本モデルの導出

(1) モデルのコンセプト

混雑を個人行動の積み上げにより発生する現象として捉えた場合、混雑の内生化が意味するものは個人が他者の行動を考慮した選択を行うことである。つまり、消費者行動理論における自身の効用最大化に基づいた意思決定ではなく、他者の行動を想定した上で効用最大化する戦略的な意思決定行動となる。よって、ゲーム理論における均衡概念を援用したモデリングが可能となると考える。上記のような視点の研究例は少なく、Viauxroux³⁾、柳沼・福田⁴⁾の研究例が挙げられるに留まる。しかし、機関選択とトリップ量の同時選択モデルであり、実証面においてはデータ、モデルの特定化、推定の観点から理想的なモデルとは言い難い。

以降、情報不完備ゲームとして効用関数を構築し、均衡概念に即したモデルの導出を行う。

(2) 効用関数の構築

個人 $a \in N$ をプレイヤーとし、 $s_i^a \in s^a$ を戦略とする。ここで、 $i \in T$ は選択肢を表している。選択により得られる効用(利得)は、以下に示す3項から成立する関数として定義する。

$$u_i^a = \beta \mathbf{X}_i^a + \theta n_i + \varepsilon_i^a \quad (1)$$

第1項は個人効用項で、個人属性ベクトル \mathbf{X}_i^a とパラメータベクトル β で構成される。第2項は相互作用項で、 i を選択した他のプレイヤーから受ける影響を表しており、 i を選択したプレイヤー総数 n_i とパラメータ θ で構成させる。ここで、 n_i は混雑外部性を規定する変数を意味する。第3項は個人が持つタイプを表している。個人のタイプとは、利得に関する私的な情報を表現する変数であり、完全情報を緩和した情報不完備ゲームとし

て定式化を行うことが可能となる。各個人は自身のタイプについては既知だが、他者のタイプは未知である仮定される。さらに、タイプは独立で同一な確率分布 $G(\cdot)$ に従うと仮定する。

期待利得は、自身のタイプベクトルを除いた未知の他者タイプベクトル $\varepsilon^{-a} = \{\varepsilon^1, \dots, \varepsilon^{a-1}, \varepsilon^{a+1}, \dots, \varepsilon^n\}$ の分布に対して期待値操作することにより求められる。

$$E_{\varepsilon^{-a}}[u_i^a] = \beta \mathbf{X}_i^a + \theta E_{\varepsilon^{-a}}[n_i^{-a}] + \varepsilon_i^a \quad (2)$$

ここで、第2項のみが他者行動に依存しているため、この項についてのみ期待値を取れば良いことに注意したい。

(3) BNEに基づく導出

Bayesian Nash Equilibrium(以下:BNE)は、情報不完備ゲームにおける均衡概念であり、以下の条件を満たす戦略が均衡解となる。

$$s^a(\varepsilon^a)^* \in \arg \max_{s^a} E_{\varepsilon^{-a}}[u_i^a(s^a, s^{-a}(\varepsilon^{-a})^*, \varepsilon^a)] \quad (3)$$

つまり、他者のタイプに依存した均衡戦略 $s^{-a}(\varepsilon^{-a})^*$ を所与として、自身の期待利得が最大となる戦略を選択することを意味している。以上を踏まえ、 s_i^a が選択される確率 p_i^a は式(4)に示す条件を満たす確率で表現される。さらに、タイプがガンベル分布に従うと仮定すれば、最終的に式(5)に示すLogit型の選択確率式を得る。

$$\begin{aligned} p_i^a &= \Pr(s_i^a(\cdot)^* = 1) \\ &= \Pr(E_{\varepsilon^{-a}}[u_i^a] \geq E_{\varepsilon^{-a}}[u_j^a]) \quad \forall j \neq i \end{aligned} \quad (4)$$

$$p_i^a = \frac{\exp(\beta \mathbf{X}_i^a + \theta E_{\varepsilon^{-a}}[n_i^{-a}])}{\sum_{j \in T} \exp(\beta \mathbf{X}_j^a + \theta E_{\varepsilon^{-a}}[n_j^{-a}])} \quad (5)$$

タイプの確率分布が独立かつ同一の分布を仮定しているため、すべてのプレイヤーについて式(5)と同一の選択確率式が適用できる。このことから、相互作用項の期待値は他者の選択確率の和として表わすことができる。

$$E_{\varepsilon^{-a}}[n_i^{-a}] = h\left(\sum_{-a \in N} p_i^{-a}\right) \quad (6)$$

ここで $h(\cdot)$ は混雑外部性を表現する関数であり、対象とする現象に則して特定化を行う。

(3) タイプの構造化

導出したモデルをフレキシブルな形にするためタイプの構造化を行う。各個人のタイプが観測可能な異質性 ψ と観測不可能な要因 η により構成されると仮定する。このとき式(1)の効用関数は以下のように再定式される。

$$u_i^a = \beta \mathbf{X}_i^a + \theta n_i + [\psi_i^a + \eta_i^a] \quad (7)$$

ψ^a が母数 Ω により規定される確率分布 f に従うと仮定し、 η^a がガンベル分布に従おうと仮定すれば、最終的には式(5)は、以下に示すようなMixed Logit型の選択確率式で表すことができる。

$$p_i^a = \int \frac{\exp(\beta \mathbf{X}_i^a + \theta E_{\varepsilon^{-a}}[n_i^{-a}] + \psi_i^a)}{\sum_{j \in T} \exp(\beta \mathbf{X}_j^a + \theta E_{\varepsilon^{-a}}[n_j^{-a}] + \psi_j^a)} f(\psi | \Omega) d\psi \quad (8)$$

(4) 混雑外部性の特定化

本研究では、鉄道利用者の出発時刻選択を想定した混雑外部性 $h(\cdot)$ の具体的な特定化を行う。各時刻における混雑外部性は、各個人がその時刻を選択する確率の和である断面交通量に依存し、それを各時刻の輸送力 C_i で除すことで定義できる。しかし、実際の利用者すべてについてモデルを適用し算出を行うのは困難である。よって、サンプルから観測される断面交通量と整合するように以下の式を適用する。

$$h(\cdot)_i = \frac{OD_T \cdot \left(\sum_{a \in N} p_i^a / N\right)}{C_i} \quad (9)$$

ここで、 OD_T は選択対象時間内の断面交通量を表しており、サンプルの選択確率で重みづけを行い輸送力で除すことで、混雑外部性変数を定義している。

3. 推定手法

(1) 構造推定アプローチ

近年、均衡モデルのパラメータ推定手法として構造推定に基づく研究が進展しつつある。均衡状況やモデルの内生性を考慮した計量経済モデルでは、ある均衡状態を想定し定式化した構造型モデルを出発点として、誘導型モデルを導出しパラメータ推定を行うことが一般的である。しかし、複雑なモデルではパラメータに識別問題が生じ、構造型のパラメータを特定することができない。

このような問題に対し、構造推定は構造型モデルから直接パラメータを推定する手法であり、先に述べた手法に比べ厳密な政策評価を行うことが可能である。構造推定による実証分析はゲーム理論をベースとする静的均衡モデル⁵⁾を始め、動的均衡モデル⁶⁾に関しても適用されている。

(2) 疑似最尤法⁷⁾

本研究では、疑似最尤法の一つであるNested Pseudo Maximum Likelihood(NPL)の適用を行う。導出したモデルでは、当該個人の選択確率式を構成する効用関数が他者の選択確率により規定される再帰的構造を有している。そのため、内生性を考慮した尤度関数をExplicitに定義

することができない。そこで、他者の選択確率に適切な値を代入することで尤度関数を構築したものを疑似尤度として定義し、繰り返し計算を行ってパラメータを推定する手法が疑似尤度を用いNPLである。以下に具体的な計算手順を示す。

Step1:初期値の設定.

推定する構造パラメータベクトル Ξ と選択確率ベクトル P に対し適切な初期値を与え、それぞれ Ξ^0 および P^0 とする。ここで、 P^0 には観測値などから得られる頻度分布が慣例的に用いられる。

Step2:疑似尤度の最大化

初期値を用いて疑似尤度を構築し、最大化アルゴリズムを適用して構造パラメータを推定する。得られたパラメータを $\hat{\Xi}^1$ とする。

Step3:選択確率の算出

得られた $\hat{\Xi}^1$ と P^0 を用いて個人ごとに選択確率を算出し、その値を \hat{P}^1 とする。

Step4:繰り返し計算

Ξ^0 と \hat{P}^1 を用いてStep2とStep3の手順を構造パラメータ値が収束したと見なせるまで繰り返し計算を行う。

最終的に得られた値 $\hat{\Xi}^k$ は不動点(BNE状態)における推定値を表している。疑似尤度を用いた繰り返しの計算手順は、ゲームにおける最適応答と同様のプロセスと見すことができる。これは、ゲームの推論プロセスとパラメータ推定プロセスが対応していることを意味している。

式(5)のLogit型提案モデル(以下:Model 1)については、上記の計算手順により推定が可能である。しかし、式(8)のMixed Logit型提案モデル(以下:Model 2)はopen-formであるためシミュレーション積分による選択確率の近似計算の手順が追加される。

4. 仮想データによる推定

(1) モデルの設定

サンプルサイズを1000とし、6:00から9:59までを30分ピッチとする8選択肢の出発時刻選択モデルを設定する。私的効用項が到着時刻 ET 、相互作用項が混雑率指標

CRI によって規定されるものとし、以下に示す2つの変数を用いる。

$$\begin{aligned} ET_i &= ST_i - (DT_i + t_i) \\ CRI &= t_i \cdot h(\cdot)_i \end{aligned} \quad (10)$$

ここで ST_i は始業時刻、 DT_i 出発時刻、 t_i は鉄道所要時間を表している。Model 2については、タイプが CRI のパラメータに反映されると仮定し、ランダム係数モデルとして定式化を行った。よって推定パラメータに β の分散 σ が追加される。

(2) 仮想データの作成

ここでは1000サンプルの仮想データを以下のように作成した。

始業時刻は、一様乱数を発生させて表1に示した累積始業割合に対応させて作成する。 OD_T を100000人とし、トータルの輸送力を OD_T に0.75を乗じた値を用いる。これらの値と表1に示す割合の積を各時刻の混雑率として算出する。鉄道所要時間は平均40分、標準偏差10分の正規乱数より作成する。 ET のパラメータ β を-4.0で固定し、 CRI のパラメータ θ を平均-3.0、分散 σ を1.0の正規乱数を用いて発生させ、各効用を算出した。最後に、ガンベル分布に従う乱数を効用に足し合わせ、最大となる選択肢を選択結果とした。選択肢集合は遅刻をしないことを仮定し、始業時刻以降は選択できないように設定している。

(3) 推定結果

仮想データを用いたMNL、Model 1およびModel 2の推定結果を表2に示す。MNLの推定には仮想データで作成した値を用いた通常最尤推定法を用い、Model 1およびModel 2の推定には選択結果を用いた利用頻度分布を作成して P^0 に適用しNPLによる推定を行った。ここで、MNLの推定結果はあくまでも参考のために掲載したものであり、本研究が導出したモデルとはモデル構造および推定手法が異なるため単純に比較はできないことに注意されたい。

Model 1およびModel 2の推定値を見ると、 β および θ は同様の値となり、統計的にも有意となったが、分散 σ の値は設定よりも極端に小さく有意となっていない。

表 1. 仮想データ用設定値

	6:00	6:30	7:00	7:30	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00
利用率	0.029	0.052	0.094	0.162	0.237	0.184	0.117	0.075	0.000
輸送率	0.064	0.077	0.128	0.167	0.167	0.141	0.141	0.115	0.000
始業割合	0.000	0.000	0.000	0.000	0.050	0.250	0.500	0.100	0.100
累積始業割合	0.000	0.000	0.000	0.000	0.050	0.300	0.800	0.900	1.000

表2. パラメータ推定値

	MNL	Model 1	Model 2
β	-3.956 **	-3.164 **	-3.160 **
θ	-2.996 **	-1.324 **	-1.321 **
σ	—	—	0.001
初期尤度	-1596.01	-1596.01	-1596.01
最終尤度	-1060.47	-1380.331	-1093.12
尤度比	0.336	0.186	0.322

**は1%有意

い。尤度比を見ると、Model 2が Model 1よりも高い結果となり、タイプの構造化により説明力が向上することがわかる。しかし、標準偏差 σ の値を考慮すると不可解な点が残る。繰り返し計算過程における推定値に着目すると、初期段階では設定したパラメータ値に近い値が推定されるが、計算が進むにつれ小さくなる傾向が見られる。これらの原因として、作成した仮想データが非常に簡易な設定であること、さらにはデータ作成時の乱数設定の影響によるものであると考える。よって、異なる複数の乱数データを用いた推定を行い、推定値に統計的な検定を行う必要がある。さらには、データ作成方法についても検討を行う必要がある。

5. おわりに

(1) 本研究の成果

本研究では混雑外部性を内生化した離散選択モデルを、情報不完備ゲームとしてBNEに基づく定式化を行った。一般的に用いられる既存手法とは異なる概念に基づいた計量経済モデルを構築できたと思われる。また、実証分析を念頭においた構造推定に基づくパラメータ推定手法の検討を行った。

(2) 本研究の課題

課題点を以下に列挙する。

1つ目に、パラメータ推定特性に関する考察である。先にも挙げたが、データの作成手法や複数回の推定による統計的な分析はもちろんのこと、初期値によるパラメータ推定結果の相違やパラメータ値の違いが均衡に与える影響を実証的および理論的な視点から検証する必要がある。

2つ目に、タイプ構造の違いが均衡に及ぼす影響の検討である。本研究ではタイプの構造化を行いMixed Logit型のモデルを導出したが、具体的な特定化については理論的な意味付けも踏まえて検討が必要である。さらに、特定化により均衡へ与える影響を調べる必要がある。

最後に、複数均衡解の発生条件および、それに対応した推定手法の検討である。本研究のモデルは混雑外部性が増加すれば、選択確率が減少する構造を持っているため、複数均衡は発生しないと想定される。しかしながら、多肢選択において詳細に検討する必要がある。複数均衡に対応した構造推定手法として近年幾つかの研究⁸⁾⁹⁾が見られる。これらの適用可能性についても検討する必要がある。

上記の課題点について、現在1つ目の課題を中心に取り組んでおり、発表時に紹介し議論を行いたい。また、シナリオ分析に関しても取りまとめて紹介したいと思う。

参考文献

- 1) 家田仁, 土谷和之, ファン レ ビン, 岡村敏之: 大都市圏鉄道需要の時刻集中特性予測モデルの構築と首都圏鉄道ネットワークへの適用, 土木学会論文集, No.702/IV-55, pp.65-79, 2002.
- 2) 岩倉成志, 原田知可子: 都市鉄道のピーク需要分散策を念頭においた時刻別需要予測モデルの研究, 運輸政策研究, Vol.8, No.3, pp.4-15, 2005.
- 3) Vialoux, C.: Structural Estimation of Congestion Costs, *European Economic Review*, Vol.51, pp.1-25, 2007.
- 4) 柳沼秀樹, 福田大輔: ゲーム論的均衡モデルの構造推定に関する基礎的研究 -混雑緩和と政策評価を念頭に-, 土木計画学研究・講演集, Vol.36, paper no.30 (CD-ROM), 2007.
- 5) Seim, K: An empirical model of firm entry with endogenous product-type choices, *RAND Journal of Economics*, Vol.37, No.3, pp.619-640, 2006.
- 6) Aguirregabiria, V. and Mira, P.: Sequential Estimation of Dynamic Discrete Games: *Econometrica*, Vol.75 (1), pp.1-53, 2007.
- 7) Aguirregabiria, V.: Pseudo Maximum Likelihood Estimation of Structural Models Involving Fixed-point Problems, *Economics Letters*, Vol.84, pp.335-340, 2004.
- 8) Aguirregabiria, V. and Mira, P.: A Hybrid Generic Algorithm for the Maximum Likelihood Estimation of Models with Multiple Equilibria: A First Report: *New Mathematics and Natural Computation*, Vol.1 (2), pp.295-303, 2005.
- 9) Su, C., Judd, K: Constrained Optimization Approaches to Estimation Structural Models, *SSRN Working Paper*, http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1085394, 2008.