

社会実験を通じた複数均衡解をもつモデルの推定法^{*}

An Estimation Method of Models with Multiple Equilibria by Using the Result of Social Experimentation^{*}

松島格也^{**}

by Kakuya MATSUSHIMA^{**}

1. はじめに

市場に参加する個人が行動を互いに調整することにより、より効率的な均衡解が実現する場合、当該個人の戦略の間に戦略的補完性が存在する¹⁾という。戦略的補完性が機能する市場においては、複数均衡が生じうる。複数均衡のうちのパレート劣位な均衡にロックインされている場合、市場メカニズムを通じてパレート劣位の均衡から優位の均衡へ移動するのは難しい。異なる均衡間の移動をもたらすためには、社会実験等により強制的に状態を変化させる必要がある。したがって、複数均衡解の存在を実証的に分析し政策論につなげるためには、社会実験を通じてその効果を検証することが必要不可欠であるが、その方法論については未だ検討すべき点が多い。本研究では、社会実験の結果を用いて、複数均衡が存在する場合のモデルの推計方法について検討する。

2. 戦略的補完性と調整の失敗

(1) 戦略的補完性

戦略的補完性の概念は経済学のいくつかの分野で用いられている。たとえば、比較制度分析²⁾の分野においては、「一つの制度が安定的な仕組みとして存在するのは、社会の中である行動パターンが普遍的になればなるほど、その行動パターンを選ぶことが戦略的に優位となり、自己拘束的な制約として定着するからである」³⁾といった形で、制度の戦略的補完性を取り上げている。また協調ゲームを用いたマクロ経済分析⁴⁾においては、他の主体の戦略の変化（特により高い利得をもたらさうる戦略への変化）が、自らと同様の戦略を採用するためのドライビングフォー

スとなるようなポジティブフィードバックメカニズムの特徴を戦略的補完性と定義し、その考え方に基づいて様々なマクロ経済の現象を説明している。

近年では、たとえば Oomes⁵⁾が雇用における戦略的補完性を考慮したモデルを用いて、労働市場におけるマッチングの問題を分析している。戦略的補完性の関係を持つゲームについてはまず Topkis^{6),7)}による supermodular game という概念が提案された。複数の経済主体が存在する際に一方の主体の戦略的な行動が他方の主体が獲得する利得に影響を及ぼす場合、戦略的な外部性が生じるといふ。一方の戦略的行動が他方の限界利潤を増加させる場合を戦略的相補的な関係、減少させる場合戦略的代替的な関係にあるといふ。この戦略的補完性という概念は、マクロ経済学における調整の失敗の問題や寡占市場における問題など、多様な分野において表れる。

通常経済学における補完性の定義は、2財の消費を考えるときに「第2財の価格が上昇するとき第1財の需要量が減少するならば、第1財は第2財に対して補完財である」⁸⁾とされている。この補完的な関係は一方の主体の行動の変更が他の主体の絶対値（この場合は消費量）に影響を及ぼすことになる。それに対して戦略的補完性の概念は、一方の主体の行動の変化が他の主体の限界的な値の変化に影響を及ぼす場合の考え方に基づいて定義される。以下に、具体的な定義を見てみよう。

(2) 定義

本項では Bulow *et al.*⁹⁾にしたがって戦略的補完性を定義しよう。二つの生産企業 A, B を考える。企業 A は財1と財2の二財を、企業 B は財2のみを生産しており、したがって市場1では企業 A が独占企業として振る舞い、市場2は寡占市場として機能している。両企業は各市場における生産量 S_1^A, S_2^A, S_2^B を全て同時に決定する。両企業が獲得する利潤をそれぞれ

^{*}キーワード:計画基礎論, 計画手法論

^{**}正会員 京都大学大学院工学研究科都市社会工学専攻
(〒615-8540 京都市西京区京都大学桂 TEL/FAX 075-383-3223/3224)

れ、 $\pi^A(S_1^A, S_2^A, S_2^B, Z)$, $\pi^B(S_2^A, S_2^B)$ と表そう。ここに Z は市場1における収益性を表す変数であり、外政的に決定される。このとき、もし $\frac{\partial^2 \pi^B}{\partial S_2^B \partial S_2^A}$ が負の符号をもつなら企業 B はその生産を企業 A に対して「戦略的代替」であるとみなし、逆に $\frac{\partial^2 \pi^B}{\partial S_2^B \partial S_2^A} > 0$ が成立するなら企業 B はその生産を「戦略的相補」であるとみなす。したがって戦略的代替の関係にある場合には、企業 A が生産量を増加させたときの企業 B の最適反応は生産量を減らすことであり、一方戦略手相補の関係にある場合には生産量を増加させることが最適反応になる。

(3) Cooper-Jones モデル

前項のように定義された戦略的補完性の考え方をもとに、Cooper and John¹⁰⁾は調整ゲームを用いて様々なマクロ経済学における現象を説明している。以下ではCooper and Johnモデルを通じて、具体的に戦略的補完性が経済現象にどのような役割を果たすのかについて考察する。

主体 i ($i = 1, \dots, I$)が戦略 $e_i \in [0, 1]$ を選択する状況を仮定しよう。この戦略 e_i は主体 i の活動レベルを表しており、マッチングモデルにおける探索強度、市場均衡モデルにおける生産量などに該当する。全ての I 人の主体はそれぞれ非協力的に努力水準を選択する。他の全ての主体が戦略 e_{-i} を採用し、自らが戦略 e_i を採用したとき主体 i が獲得する利得を $\sigma(e_i, e_{-i}, X, \theta)$ と定義しよう。ここに θ は利得に関するパラメータ、 X は全ての主体に共通な外生変数である。である。利得は自らの努力水準に関して強凸であるとする。すなわち $\sigma_{11} < 0$ である。以降、下付き文字 j ($j = 1, 2, 3$)はそれぞれ e_i, e_{-i}, θ に関する偏微分を表している。以降では対称的なナッシュ均衡を考え、利得を $\sigma(e_i, e, \theta)$ と表現しよう。このゲームのナッシュ均衡解は以下のように定義される。

$$\xi(X, \theta) = \{e \in [0, 1] | \sigma_1(e, e, X, \theta) = 0\} \quad (1)$$

このゲームにおいても $\sigma_{12} > 0$ が成立するならば当該ゲームは戦略的相補の関係にあるといい、一方 $\sigma_{12} < 0$ が成立するならば戦略的代替の関係にあるといわれる(図-1参照)。ゲームが戦略的相補の関係にあるとき、他の全ての主体が戦略 e_{-i} を増加させた場合の最適反応は自らも e_i を増加させることとなる。この戦略的相補の関係が、複数のナッシュ均衡解が存在するための必要条件となる。また存在する複数の均衡解はそれぞれ、パレートの意味でランク付けすることができる。すなわち、 I 人の全ての主体が努力水準 e を増加させた場合の均衡解の方が、

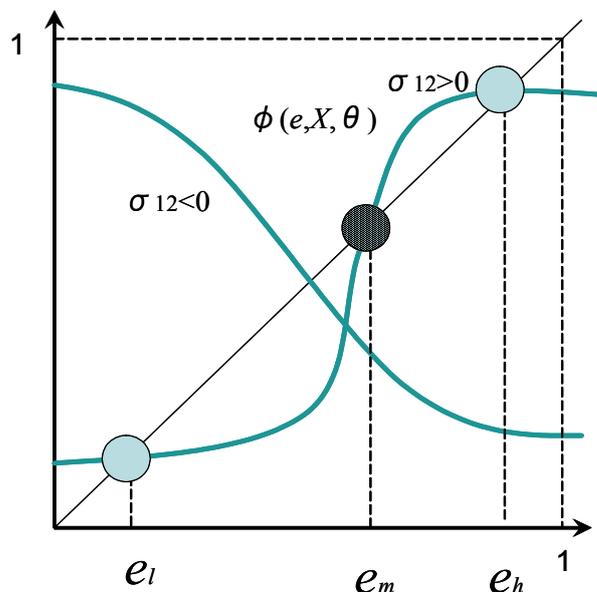


図-1 戦略的補完性

全ての主体がより低いレベルの努力水準を採用した場合の均衡解よりもパレートの意味で上回っていることになる。このようなゲームを考えると、次項において述べる調整の失敗が生じることが分かる。歴史的依存性により、パレト劣位な均衡解にロックインされてしまう可能性が否定できない。

さらに、パラメータ θ が均衡解に及ぼす影響も分析することができる。もしある特定の主体 i の環境に何らかの変化が起こった(θ_i が変化した場合、たとえその変化が主体 i のみに対して起こったとしても他の全ての主体の活動水準を変化させうる。すなわち戦略的補完性の特徴をもつゲームでは、たとえ状況の変化がごく一部の主体にのみ起こったとしても、結果として全ての主体の活動水準を変化させる可能性があることを示唆している。具体的な政策への適用に関しては既往の文献¹⁰⁾に譲るが、このような特徴を持つ戦略的補完性を伴ったモデルを用いて、生産関数やマッチング技術、不完全競争市場や複数部門における需要関数など、様々な分野の分析を行うことが可能である。

(4) 交通行動における戦略的補完性

では、本研究で対象としている交通行動を考えたときに、どのような場面において戦略的補完性が表れるのであろうか。交通サービスを消費したいと考えている主体(需要側)と、交通サービスを提供する主体(供給側)とがマッチングされることにより成立する交通を考えよう。交通サービス取引が行われるためには、双方の主体がサービス取引市場に参

加する必要がある。ある市場に関して、多くの供給主体が参加しているために、需要側が当該市場を利用すれば容易にサービスを利用できると考えていると仮定しよう。そういった憶測を需要側の主体が抱いている場合、実際に頻繁にその市場を訪れてサービスを享受しようとするであろう。同様に供給側の主体も当該市場を利用すれば容易にマッチング相手である需要側の主体を見いだすことが可能であると想定しているとする。こういった予想をする供給側の主体もやはり当該市場を頻繁に訪れる。

このような供給側と需要側によるマッチング相手の市場参加状況に関する予想は、実際に双方の市場参加者数を増加させる。すなわちより多くの主体が市場に参加すれば容易にマッチング相手を見つけ出すことができる。このような関係が成立するとき、当該の市場における市場参加者の戦略間には戦略的相補な関係が存在している。このような戦略的補完性が働くマッチング市場ではポジティブフィードバックメカニズム¹¹⁾が働き、複数の均衡解が生じる可能性がある。一方低い需給関係に関する予想も同じく自己実現的である。供給側と需要側がともに低調なマッチング相手の市場参加を想定する場合、両主体とも当該市場を訪れないようになる。

(5) 複数均衡間の移動

戦略的補完性が存在する市場には、通常複数均衡解が存在する。複数均衡のうちのパレート劣位な均衡にロックインされている場合、市場メカニズムを通じてパレート劣位の均衡から優位の均衡へ移動するのは難しい。今、二つの安定均衡解（と一つの不安定均衡解）が存在する市場を考えてみよう。二つの安定均衡解はパレート劣位な均衡 A とパレート優位な均衡 B とに順位付けができると仮定する。さらに不安定な均衡解を C としよう。この均衡を特徴づける変数を t とし、各均衡における変数の値をそれぞれ t_i ($i = A, B, C$) とすると $t_A t_C < t_B$ の関係が成り立つとする。何らかの歴史的経緯により初期状態の変数の値がパレート劣位な均衡 A と不安定均衡解 C との間にあると仮定しよう。このとき両主体は互いに当該変数の値が減少するだろうと想定する。その想定は実現し変数の値は次第に減少して t_A まで達し、均衡 A に落ち着く。一方初期状態が t_A よりも小さい場合、今度は逆に当該市場へ参加する主体は変数が増加することを想定し、結局 t_A まで達する。同様にして初期状態が均衡 A 以上の状態の場合には B の水準になることが分かる。すなわち、いったん安

定均衡に落ち着くと多少その値から変化したとしてもその均衡から離れることはなく、そこから離脱することはない。

そこで政府が何らかの施策を導入することにより、よりパレート効率的な均衡へ移行させることを考える。ここでは政府が社会実験を通じてしばらくの間強制的に当該変数の値を維持させる状況を考えよう。いったん不安定均衡における変数の水準 t_C より大きな値まで当該変数が増加すると、以降は当該市場のメカニズムに従って t_B の水準まで増加し、もう一方の安定均衡に落ち着く。いったん安定均衡 B に落ち着くと、市場参加者の市場に対する想定が変化しないため、仮にその社会実験を終了したとしても再びパレート劣位な均衡へ戻ることは難しくなる。

3. 複数均衡解を持つモデルの推計

以降では、Cooper(2005)¹²⁾にしたがって、複数均衡解を持つモデルの推計方法について検討しよう。理論モデルについては前章において説明したものを活用する。前章のモデルを推計するという事は、パラメータ θ を推計することに他ならない。推計にあたっての問題は、すでに説明したように複数均衡解が生じうることである。すなわち、均衡解の集合から観察された時系列（もしくはパネル）データへのマッピングを特定する必要がある。その際のアプローチとして、モデルの外からあるランダム変数（サンスポット）を仮定するという方法がある。このランダム変数は全ての主体から観察可能であり、ナッシュ均衡解の集合のうちから一つを選び出す。このランダム変数は問題の構造には影響を及ぼさず、主体の信念に影響をもたらすと仮定されることが多い。

$\Pi(X, \Theta)$ を均衡の集合 $\xi(X, \Theta)$ 上で定義される確率分布の集合としよう。サンスポット過程は均衡集合 $\xi(X, \Theta)$ 中の観察された各均衡から構成される尤度を特定化する $\pi \in \Pi$ として定義される。このサンスポット過程が実現するためには多数の主体のコーディネーションが必要となる。これらが実現するプロセスは、個々の主体の信念が彼らの行動や信念を規定し、さらにはそれが時系列的な信念の過程に影響を及ぼすもの、と解釈できよう。

以上のようなサンスポット過程を、最尤推定法を用いてパラメータを推計する方法を考えよう。最も単純な線形回帰モデルの推計の場合には、誤差項の分布について何らかの仮定をおく。分布を仮定した誤差項に基づいて尤度関数を定義し、その尤度の最

参考文献

大化を通じてパラメータを推計する。一方複数均衡解が存在する場合、上で述べたような単純な方法は通用しない。まず第一に、複数均衡解を内包する経済は通常非線形なシステムであり、単純な線形表現を適用することは適切ではない。さらに、 n 潜在変数のタイプとしてサンスポット変数が再度表れるという問題がある。

ある時系列データ $D = (e_t, X_t)$, ($t = 1, \dots, T$) が観察され、ある特定の年 t における観察データ (e_t, X_t) に基づく尤度を導出しよう。いま、市場の中にある全ての主体は X_t 全てを観察できる一方、問題を分析する研究者はそのうちの一部 X_t^1 のみが観察可能であるとしよう。すなわち、 X_t は二つの構成要素 (X_t^1, X_t^2) から構成され、 X_t^2 は市場参加主体のみに観察される外生変数であり、線形回帰モデルにおける誤差項の役割を果たす。単純化のため、二つの複数均衡解が存在する場合を考えよう。もちろん本モデルを拡張すれば3つ以上の均衡解を持つ場合にも適用可能である。このとき、 (e_t, X_t) を観察したときの尤度は

$$L_{\Theta^+}(e_t, X_t^1) = qL_{\Theta^+}^P(e_t, X_t^1) + (1-q)L_{\Theta^+}^O(e_t, X_t^1) \quad (2)$$
として定義される。ここに q は悲観的なサンスポット(上付き添え字 P) を、 $(1-q)$ は楽観的なサンスポット(上付き添え字 O) をとる確率を表している。すなわち、複数均衡の実現に対して重みをつけることに他ならない。この尤度関数は、サンスポット変数が与えられた条件の元で観察された (e_t, X_t^1) の確率を計算していることに他ならない。

式(2)は観察者にとって観察できない二つのランダム変数を持つことになる。ひとつはサンスポット変数であり、もう一つは市場参加主体のみに観察可能な外生変数 X_t^2 である。したがって、尤度 $L_{\Theta^+}^j(e_t, X_t^1)$ ($j = O, P$) はサンスポット変数 j が与えられたときの X_t^2 に関する確率を表していることになる。結局全てのデータに基づく尤度関数は

$$L_{\Theta^+}(D) = \prod_t (qL_{\Theta^+}^P(e_t, X_t^1) + (1-q)L_{\Theta^+}^O(e_t, X_t^1)) \quad (3)$$
と表されることになる。この尤度関数を最大化することにより、利得関数のパラメータと同時にサンスポット変数に関する確率 q を推計することになる。

4. おわりに

本稿では、複数均衡を持つモデルの推計方法について理論的に考察した。推計にあたってはデータの入手及び調査方法(調査票設計)がもう一つの重要な課題として残されている。

- 1) 松島格也: 戦略的補完性と交通市場, 土木計画学研究・論文集, No.21, 招待論文, pp.11-22, 2004.
- 2) Aoki, M.: *Towards a comparative institutional analysis*, MIT press, 2001. (瀧澤弘和, 谷口和広訳: 比較制度分析に向けて, NTT出版, 2001.)
- 3) 青木昌彦, 奥野正寛: 経済システムの比較制度分析, 東京大学出版会, 1996.
- 4) Cooper R. W.: *Coordination Game - Complementarities and Macroeconomics-*, Cambridge University Press, 1999.
- 5) Oomes, N.: Local Trade networks and Spatially Persistent Unemployment, *Journal of Dynamics and Control*, Vol.27, pp.2115-2149, 2003.
- 6) Topkis, D.M.: Equilibrium Points in Nonzero-sum n -person Supermodular Games, *Journal of Control and Optimization*, pp.773-787, 1979.
- 7) Topkis, D.M.: *Supermodularity and Complementarity*, Princeton University Press, 1998.
- 8) Varian, H.R.: *Intermediate Microeconomics: A Modern Approach*, 5th edition, W.W. Norton and Company, 1999. (佐藤隆三監訳: 入門ミクロ経済学, 勁草書房, 2000.)
- 9) Bulow, J., Geanakoplos, J., and Klemperer, P.: Multimarket Oligopoly: Strategic Substitutes and Complements, *Journal of Political Economy*, Vol.93, pp.488-511, 1985.
- 10) Cooper, R. and J. Andrew: Coordinating Coordination Failures in Keynesian Models, *Quarterly Journal of Economics*, Vol. 103, pp. 441-463, 1988.
- 11) 松島格也, 小林潔司: タクシー・サービスのスポット市場均衡に関する研究, 土木計画学研究・論文集, No.16, pp.591-600, 1999.
- 12) Cooper, R.: Estimation and Identification of Structural Parameters in the Presence of Multiple Equilibria, *Eastern Economic Journal*, Vol.31, No.1, pp.107-130, 2005.