

# 新経済成長モデルを用いたインフラ・マネジメントのマクロ経済学的考察<sup>\*</sup>

On Endogenous Growth and Macroeconomic Implications of Infrastructure Management<sup>\*</sup>

八木亮輔\*\* ・ 織田澤利守\*\*\*

by Ryouzuke YAGI\*\* and Toshimori OTAZAWA\*\*\*

## 1. はじめに

我が国では明治以来、インフラストラクチャ（以下、インフラと略す）の整備が進展し、現在に至るまで膨大なストックが形成されるに至っている。しかし、近年、インフラの老朽化が加速度的に進み、財政の圧迫が懸念されている。また、人口減少社会の到来など、社会構造の変革期を迎えており、これまでのやり方が今後も有効に機能するとは限らない。超長期的なインフラ政策を検討するためには、マクロ的視野からインフラ・マネジメントの経済学的考察を行う必要がある。また、その際には、インフラの生産基盤としての技術的特性（生産技術）や外部効果（混雑、ネットワーク性）、および構造物としての性質（劣化、維持更新）を明示的に考慮しなければならない。

インフラを明示的に考慮した内生的経済成長モデルは数多く提案されている<sup>1),2)</sup>。しかし、初期研究の多くでは、インフラをフローとして扱っているため、蓄積や減耗といったインフラの性質を適切に表現できないという問題があった。その後、インフラをストックとして扱った研究が提案され<sup>3),4)</sup>、さらにはインフラの減耗と維持修繕投資に着目した経済成長モデルも開発されている<sup>5),6)</sup>。

本研究では、インフラの特性を考慮した内生的経済成長モデルを構築し、達成可能な経済成長経路について分析する。さらに、インフラ整備のための課税税率の変化、維持修繕技術の向上、人口規模の縮小が経済成長経路に与える影響について検討する。

<sup>\*</sup>キーワード：新経済成長モデル、公共資本ストック、維持管理、

<sup>\*\*</sup>学生員 東北大学大学院情報科学研究科

(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06)

<sup>\*\*\*</sup>正会員 博（工学）東北大学大学院情報科学研究科

(〒980-8579 仙台市青葉区荒巻字青葉6-6-06 TEL022-795-7508, FAX 022-795-7500)

## 2. モデル

### (1) モデル化の前提条件

1 地域、閉鎖経済に企業、政府、家計が存在する。企業 $i$ は、資本 $K_i$ と労働 $L_i$ を用いて生産を行う。このとき、公共資本ストック水準 $G$ が労働効率性に影響を与えると仮定する。政府は、家計所得に対する課税による税収から公共投資を行う。公共資本の利用に伴って負荷が増せば、公共資本の減耗率 $\delta$ は増加する。本研究では、総私的資本ストック $K = \sum_i K_i$ 一単位当たりの公共資本ストック量 $G/K$ を用いて減耗率を $\delta(G/K)$ と表す。ただし、 $\delta'(\cdot) < 0$ である。家計は同質で人口 $L = \sum_i L_i$ を不変とする。無期限の視野を持つ代表的家計は、課税後の所得から消費 $c$ と私的資本投資を行い、効用は消費のみに依存するとする。また、家計は行動を選択するとき自らの行動が社会全体に影響を与えるとは考えないとする。

### (2) 企業の行動

企業 $i$ の生産関数は、以下のようなコブ=ダグラス型で表されるとする。

$$Y_i = AK_i^\alpha (G \cdot L_i)^{1-\alpha} \quad (1)$$

ここで、 $A > 0$ は技術の水準であり、 $\alpha$ は定数である ( $0 < \alpha < 1$ )。企業の利潤は、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} \Pi_i &= Y_i - wL_i - (r + \delta_K)K_i \\ &= L_i [Ak_i^\alpha G^{1-\alpha} - w - (r + \delta_K)k_i] \end{aligned} \quad (2)$$

ここで、 $w$ は賃金率、 $r$ は資本のレンタル率である。なお、分析の焦点を公共資本ストックに絞るため、民間資本ストックの減耗は考慮しない。利潤最大化条件より、レンタル・プライス、賃金率は以下のように

表される。

$$r = \alpha Ak^{-(1-\alpha)}G^{1-\alpha} \quad (3)$$

$$w = (1-\alpha)Ak^\alpha G^{1-\alpha} \quad (4)$$

労働一単位当たりの資本ストックを  $k_i \equiv K_i/L_i$  で表す。均衡において、 $k = k_i = K/L$  が成立する。

### (3) 政府の行動

政府は、家計の総所得（賃金と資本収入の和）に対して  $\tau$  の比例税率を課税することにより資金調達し、公共投資を行う。一方、公共資本の減耗は公共資本に対する負荷に応じて激しくなると仮定する。すなわち、公共資本の減耗率  $\delta$  は、総資本ストックに対する公共資本ストックの比率  $G/K$  の関数である。以上より、公共資本の蓄積は次式のように表される。

$$\dot{G} = \tau(w + rk)L - \delta \left( \frac{G}{K} \right) G \quad (5)$$

### (4) 家計の行動

家計の瞬間効用は、固定的な異時点間の代替の弾力性を持つ効用関数によって表され、家計は各時点の瞬間効用の割引現在価値の総和を最大化するように行動する。

$$U = \int_0^\infty e^{-\rho t} \cdot \left[ \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} \right] dt \quad (6)$$

ただし、 $\rho$  は時間選好率、 $\sigma$  は異時点間の消費の代替の弾力性の逆数である。次に、家計の所得と私的資本投資について考える。家計の所得は課税後の賃金と資本収入の和である。家計は所得から消費と私的資本投資を行うことから、私的資本の蓄積過程は次式で表される。

$$\dot{k} = (1-\tau)(w + rk) - c \quad (7)$$

以上の条件の下、家計の効用最大化問題は次式で表される。

$$\max U \quad \text{s.t} \quad \text{式(7)}$$

ここで、当期価値ハミルトニアンは次式で表される。

$$H = \frac{c^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \nu \{ (1-\tau)(w + rk) - c \} \quad (8)$$

$\nu$  は、私的資本のシャドー・プライスである。式(8)を整理すれば、通時的な消費の条件式（オイラー方程式）を得る。

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \{ (1-\tau)r - \rho \} \quad (9)$$

ここで、 $x \equiv G/k$ 、 $y \equiv c/k$  とし、式(5),(7),(9)および式(3)を用いると、以下の動学システムを得る。

$$\frac{\dot{x}}{x} = \frac{\dot{G}}{G} - \frac{\dot{k}}{k} = \tau Ax^{-\alpha} L - \delta \left( \frac{x}{L} \right) - (1-\tau)Ax^{1-\alpha} + y \quad (10)$$

$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{c}}{c} - \frac{\dot{k}}{k} = \frac{1}{\sigma} \{ (1-\tau)\alpha Ax^{1-\alpha} - \rho \} - (1-\tau)Ax^{1-\alpha} + y \quad (11)$$

### (5) 移行動学

以上の結果を用いて、消費、私的資本、公共資本が同率で成長する均整成長経路 ( $\gamma = \dot{c}/c = \dot{K}/K = \dot{G}/G$ ) の存在を示す。均整成長経路上で  $x, y$  は一定となることから、 $\dot{x} = \dot{y} = 0$  を満たす。したがって、式(10), (11) より、

$$y = A \left\{ (1-\tau) - \tau \frac{L}{x} \right\} x^{1-\alpha} + \delta \left( \frac{x}{L} \right) \quad (12)$$

$$y = \frac{1}{\sigma} \left\{ A(1-\tau)(\sigma - \alpha)x^{1-\alpha} + \rho \right\} \quad (13)$$

式(12),(13)より、 $y$  を消去すれば、

$$A \left\{ \tau \frac{L}{x} - \frac{(1-\tau)\alpha}{\sigma} \right\} x^{1-\alpha} = \delta \left( \frac{x}{L} \right) - \frac{\rho}{\sigma} \quad (14)$$

を得る。ここで、

$$\Gamma = A \left\{ \tau \frac{L}{x} - \frac{(1-\tau)\alpha}{\sigma} \right\} x^{1-\alpha} \quad (15)$$

$$\Omega = \delta \left( \frac{x}{L} \right) - \frac{\rho}{\sigma} = 0$$

とおき、 $\Gamma$  を  $x$  について1階微分すると、

$$\frac{\partial \Gamma}{\partial x} = -A \left\{ \frac{\alpha \tau L}{x} + \frac{A(1-\alpha)(1-\tau)}{\sigma} \right\} x^{-\alpha} \quad (16)$$

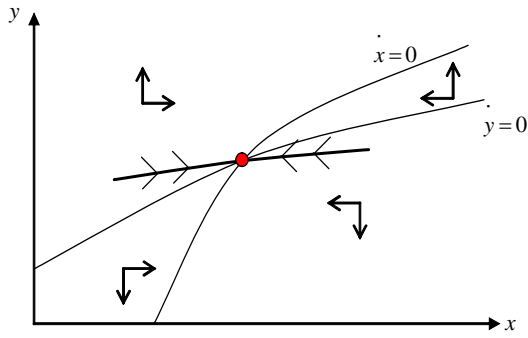


図-1(a)  $\sigma \geq \alpha$ の場合の位相図

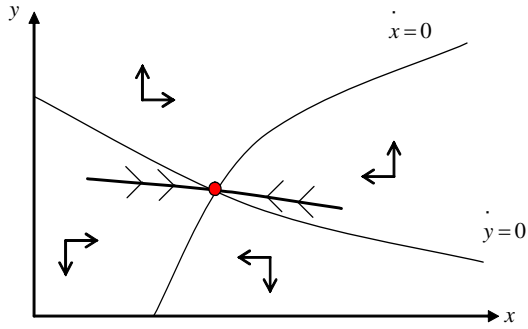


図-1(b)  $\sigma < \alpha$ の場合の位相図

となる。したがって、 $\Gamma$ は以下を満足する。

$$\lim_{x \rightarrow 0} \gamma = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \gamma = 0, \quad \partial \Gamma / \partial x < 0$$

を満足する。一方、減耗率は  $0 < \delta(\cdot) < 1$  である。以上より、式(12),(13)を同時に満たす、均整成長状態の定常解  $(x^*, y^*)$  がただ1つ存在することがわかる。

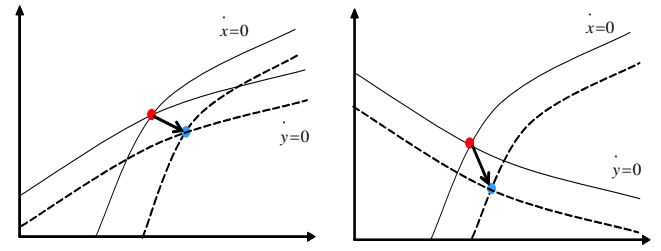
次に、定常点  $(x^*, y^*)$  回りで線形近似すれば、

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(x^*, y^*) & x^* \\ \Psi(x^*, y^*) & y^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x^* \\ y - y^* \end{bmatrix} \quad (17)$$

を得る。ただし、 $\Phi(x^*, y^*) \equiv [A\{-(1-\alpha)(1-\tau) - \alpha\tau L/x^*\}x^{*\alpha} - \delta'/L]x^*$ 、 $\Psi(x^*, y^*) \equiv A(1-\alpha)(1-\tau)(\alpha/\sigma - 1)x^{*\alpha}y^*$  である。行列式を計算すると、

$$\det J = -x^*y^* \left[ A \left\{ \alpha\tau L + (1-\alpha)(-\tau)\frac{\alpha}{\sigma} \right\} x^{*1-\alpha} - \delta' \left( \frac{x^*}{L} \right) \frac{1}{L} \right] < 0 \quad (18)$$

を得る。したがって、固有値の一方が正、もう一方が負となることから、定常解  $(x^*, y^*)$  が鞍点であることがわかる。以上より、動学システムの位相図を図-1



$\sigma \geq \alpha$ の場合

$\sigma < \alpha$ の場合

図-2 所得税率変化が経済成長に及ぼす影響

に示す。パラメーター  $\alpha$ ,  $\sigma$  の大小関係に応じて、(a), (b)2つの位相図を描くことができる。

次に、定常解における成長率は、式(3), (9)より以下ようになる。

$$\gamma = \frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma} \{ (1-\tau)\alpha Ax^{*1-\alpha} - \rho \} \quad (19)$$

したがって、 $\tau$ が一定の下では、 $x^*$ が大きいほど成長率は大きくなる。ただし、本モデルにおいては、Barro<sup>1)</sup>とは異なり、厚生最大化問題と成長率の最大化問題は一致しないことに注意する必要がある。

### 3. 比較動学

#### (1) 所得税率変化の影響

所得税率の変化が長期的な経済成長に及ぼす影響について検討する。税率の変化に対する定常解  $(x^*, y^*)$  の変化を位相図を用いて図-2のように表すことができる。なお、 $x^*$ ,  $y^*$ の増減については、式(12), (13)を全微分することにより、

$$\frac{\partial x^*}{\partial \tau} = -\frac{x^*y^*}{\det J} \left\{ A \left( \frac{L}{x^*} + \frac{\alpha}{\sigma} \right) x^{*\alpha} - \delta' \left( \frac{x^*}{L} \right) \frac{1}{L} \right\} \quad (20)$$

$$\frac{\partial y^*}{\partial \tau} = A(1-\alpha)(1-\tau) \left( \frac{\alpha}{\sigma} - 1 \right) x^{*\alpha} \frac{\partial x^*}{\partial \tau} - A \left( 1 - \frac{\alpha}{\sigma} \right) x^{*1-\alpha} \quad (21)$$

を得る。これより、所得税率を増加させると、定常点における一人当たりの私的資本に対する公共資本の比率  $x \equiv G/k$  は常に増加することが明らかとなる。一方、所得税率の増加に伴って、私的資本に対する消費の比率  $y \equiv c/k$  が増加するか減少するかは課税

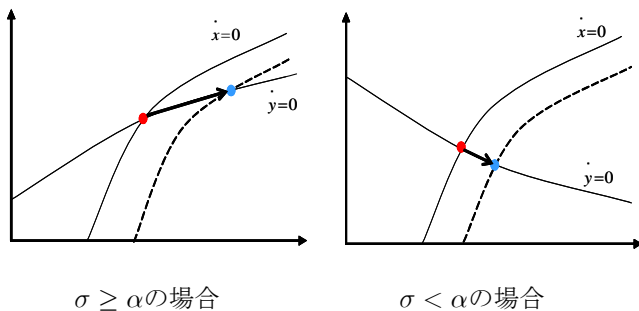


図-3 維持管理技術の向上が経済成長に及ぼす影響

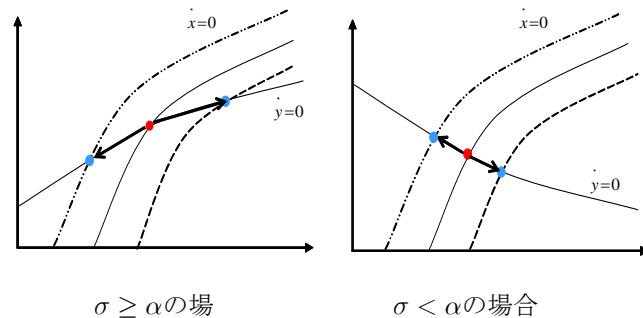


図-4 人口規模縮小が経済成長に及ぼす影響

税率と生産の公共資本ストック弾力性 $1-\alpha$ などのパラメータとの関係に依存する。

## (2) 維持管理技術向上の影響

本モデルでは、生産技術と公共資本の維持管理技術の2つを考慮している。ここで、後者に着目し分析を行う。ここで、維持管理技術の向上は、減耗率の低下( $\tilde{\delta}(\cdot) < \delta(\cdot)$ )によって表現する。前節と同様に、維持管理技術の向上に対する定常解( $x^*, y^*$ )の変化を位相図を用いて、図-3のように表すことができる。図より、維持管理技術の向上により、 $x^*$ が常に増加する。さらに、式(19)の関係式より、成長率も増加することがわかる。

## (3) 人口規模の影響

経済における人口規模が経済成長に及ぼす影響について検討する。本モデルにおける公共資本の蓄積過程において、人口規模 $L$ は2つの方向から作用する。1つは、公共資本投資の財源を負担する納税者数として、もう1つは、公共資本の減耗の原因となる負荷をもたらす利用者数としてである。図-4は、人口規模 $L$ の縮小による定常解の変化を位相図を用いて表現したものである。前者の作用が後者に比べて大きい場合、 $\dot{x} = 0$ の曲線は上方(鎖線)にシフトし、 $x^*$ は減少する。すなわち、人口規模の縮小により公共資本の財源が縮小される。一方、後者の作用が大きい場合、 $\dot{x} = 0$ の曲線は下方(破線)にシフトし、 $x^*$ は増加する。これは、人口規模の縮小により公共資本への負担が軽減し、減耗測度が低下する効果である。以上より、いずれの作用が卓越するかによって、成長率の変化の方向が異なることがわかる。

## 4. おわりに

本研究では、インフラの特徴を明示的に考慮した内生的経済成長モデルを構築し、唯一の安定的な均整成長経路が存在することを明らかにした。さらに、インフラ整備のための課税政策や維持修繕技術の向上、経済規模が経済成長に及ぼす影響を分析した。以上の分析は、人口減少化におけるインフラ政策のマクロ経済学的分析を直接行うものではないが、その第一段階として位置付けられる。人口動態変化を内包したモデルの開発及び政策分析は今後の課題である。

## 参考文献

- 1) Barro, R.: Government spending in a simple model of endogenous growth, *Journal of Political Economy*, Vol.98, pp.103-125, 1990.
- 2) Barro, R. and Sala-i-Martin, X.: Public finance in models of economic growth. *Review of Economic Studies*, Vol.59, pp.645-661, 1992.
- 3) Futagami, K., Morita, Y. and Shibata, A.: Dynamic Analysis of an Endogenous Growth Model with Public Capital, *Scandinavian Journal of Economics*, Vol.95 (4), pp.607-625, 1993.
- 4) Turnovsky, S.J.: Fiscal Policy in a Growing Economy with Public Capital, *Macroeconomic Dynamics* 1, 615-639, 1997.
- 5) Rioja, F.: Filling potholes: macroeconomic effects of maintenance versus new investment in public infrastructure, *Journal of Public Economics*, Vol.87, pp.2281-2304, 2002.
- 6) Kalaitzidakis, P. and Kalyvitis, S.: On the macroeconomic implications of maintenance in public capital, *Journal of Public Economics*, Vol.88, pp.695-712, 2004.